



ΓΕΩΠΟΝΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

AGRICULTURAL UNIVERSITY OF ATHENS

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών

Ενότητα 2:

Λογικές πράξεις, 2ΔΩ

Τμήμα: Αγροτικής Οικονομίας & Ανάπτυξης

Διδάσκων: Θεόδωρος Τσιλικρίδης



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





Μαθησιακοί Στόχοι

Η Ενότητα 2 διαπραγματεύεται θέματα που αφορούν την αναπαράσταση και αποθήκευση των δεδομένων στον ΗΥ. Περιλαμβάνουν κείμενο, αριθμούς, εικόνες ήχο και βίντεο.

- Περιγραφή του ψηφιακού υπολογιστή
- Περιγραφή των διαφόρων τύπων δεδομένων και των τρόπων αναπαράστασής τους στο εσωτερικό του υπολογιστή.
- Αριθμητικά συστήματα, μετατροπές, κώδικες και τέλος πράξεις με bit (αριθμητικές και λογικές).



Λέξεις κλειδιά

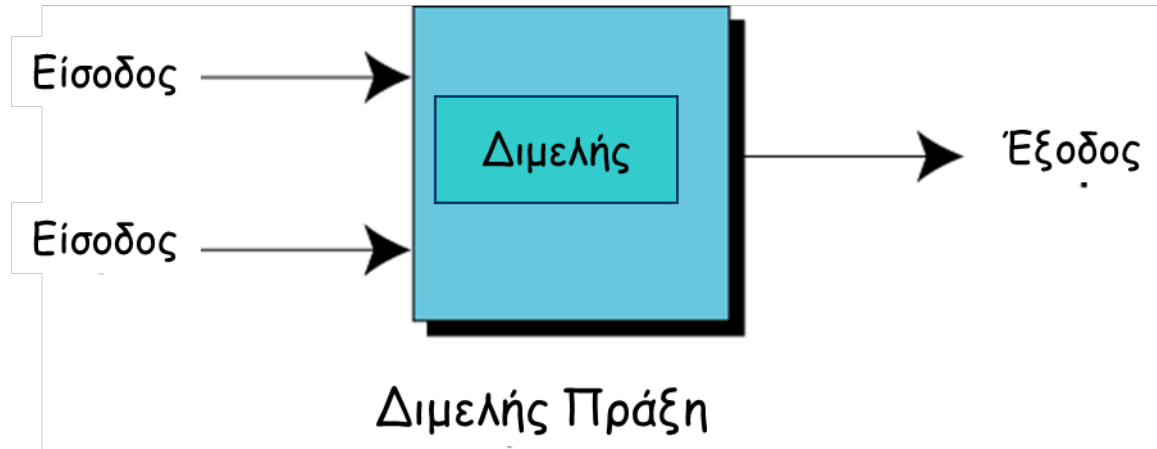
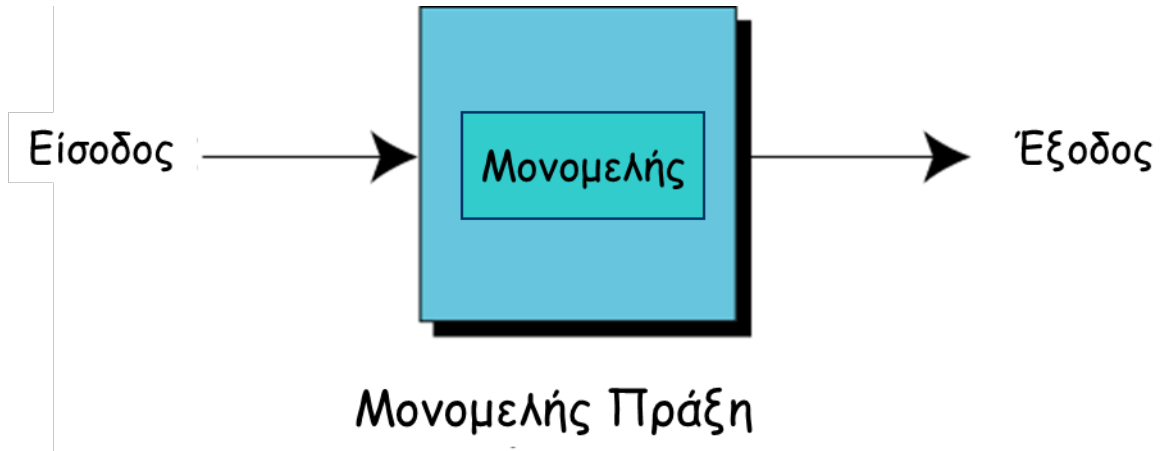
- Λογικές πράξεις
- Πίνακες αλήθειας
- Τελεστές
- Δισταθή κυκλώματα
- Μάσκες
- Αθροιστές

Μάθημα 2: Αποθήκευση δεδομένων

- Ενότητα – 2.1: Ψηφιακός Υπολογιστής (1ΔΩ)
- Ενότητα – 2.2: Αριθμητική του Υπολογιστή (4ΔΩ)
- Ενότητα – 2.2.1: Αριθμητικά Συστήματα – Μετατροπές (2ΔΩ)
- Ενότητα – 2.2.2: Αναπαραστάσεις – Πράξεις Αριθμών (2ΔΩ)
- Ενότητα – 2.3: Κώδικες (1ΔΩ)
- **Ενότητα – 2.4: Λογικές Πράξεις (1ΔΩ)**



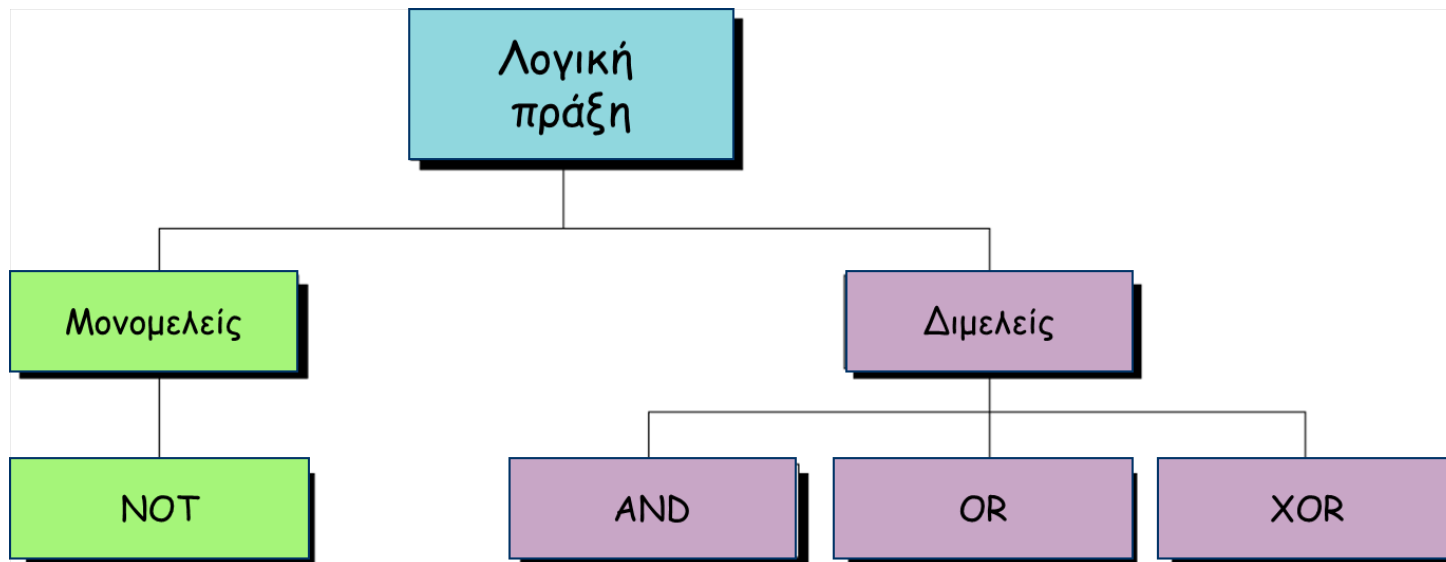
Μονομελείς και διμελείς πράξεις





Λογικές Πράξεις

- Η τιμή ενός bit μπορεί να είναι 0 ή 1.
- Μπορούμε να θεωρήσουμε το 0 ως τη λογική τιμή ψευδής (false) και το 1 ως τη λογική τιμή αληθής (true).
- Ένα bit που έχει αποθηκευτεί στη μνήμη ενός υπολογιστή αντιπροσωπεύει μια λογική τιμή, η οποία είναι αληθής ή ψευδής.





Λογικές Πράξεις - Πίνακες Αληθείας

Μονομελής: Δύο
δυνατότητες εξόδου

NOT

x	NOT x
0	1
1	0

Διμελείς: Τέσσερις
δυνατότητες εξόδου

AND

x	y	x AND y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR

x	y	x OR y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

XOR

x	y	x XOR y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Σε ένα πίνακα αληθείας αναφέρονται όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί εισόδου με τις αντίστοιχες εξόδους.



Πύλες 1/2

- ◆ Πύλη: Διάταξη που παράγει την έξοδο κάποιας λογικής πράξης.
 - Συχνά εφαρμόζεται σαν ένα μικρό ηλεκτρονικό κύκλωμα.
 - Παρέχει τα δομικά στοιχεία από τα οποία κατασκευάζονται οι υπολογιστές.
 - VLSI (Very Large Scale Integration): Επιτρέπει την τοποθέτηση εκατομμυρίων ηλεκτρικών στοιχείων σε ένα πλακίδιο (ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΟ ΚΥΚΛΩΜΑ – chip).



Πύλες 2/2

AND



Inputs	Output
0 0	0
0 1	0
1 0	0
1 1	1

OR



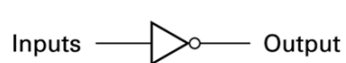
Inputs	Output
0 0	0
0 1	1
1 0	1
1 1	1

XOR



Inputs	Output
0 0	0
0 1	1
1 0	1
1 1	0

NOT



Inputs	Output
0	1
1	0

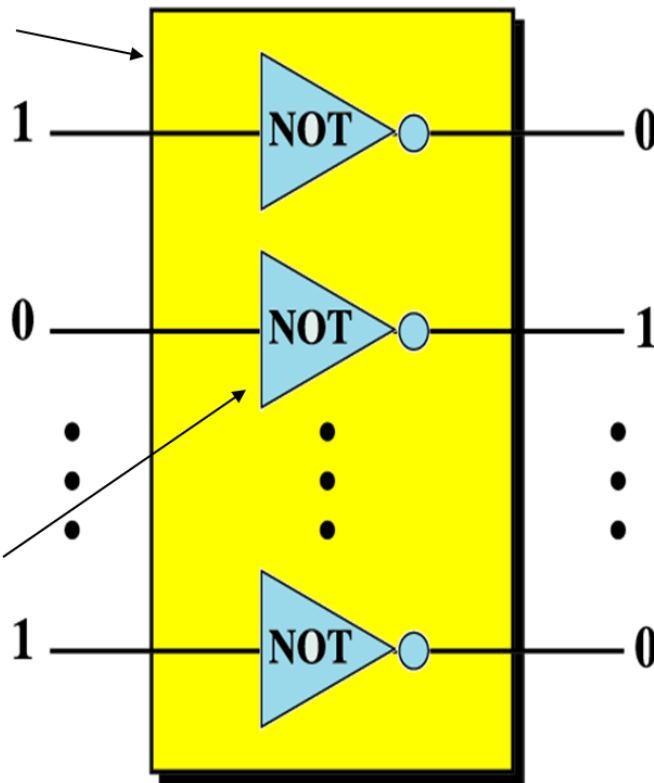
Πύλες: Σχηματική αναπαράσταση των λογικών τελεστών AND, OR, XOR και NOT με τις τιμές εισόδου και εξόδου τους



Λογικές Πράξεις - Τελεστής NOT

Το γενικό πλαίσιο αναπαριστά την πράξη NOT που εφαρμόζεται σε όλο το σχήμα bit

NOT



Είσοδος

Η χρησιμοποίηση του τελεστή NOT στο σχήμα bit 10011000 δίνει:

	1 0 0 1 1 0 0 0	NOT
Αποτέλεσμα	0 1 1 0 0 1 1 1	

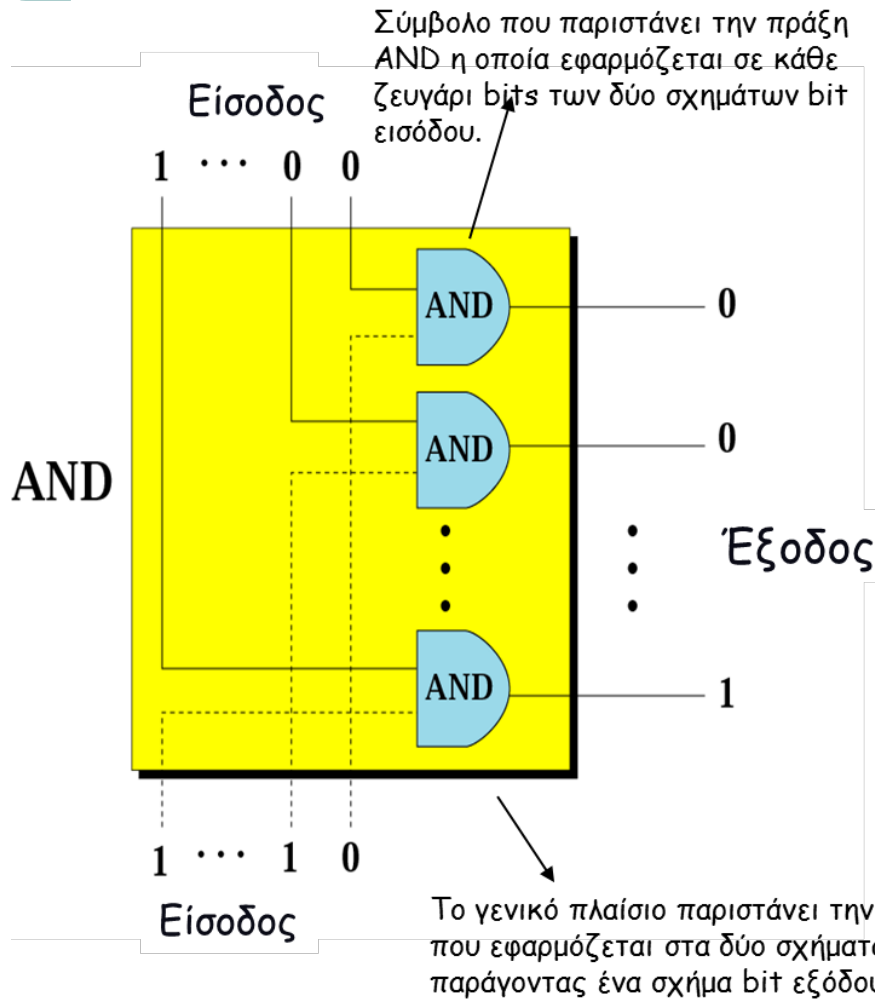
Ο μονομελής τελεστής NOT αντιστρέφει την είσοδό του

Έξοδος

Σύμβολο που παριστάνει την πράξη NOT σε ένα bit



Λογικές Πράξεις - Τελεστής AND



Κανόνες του τελεστή AND

$$(0) \text{ AND } (X) \longrightarrow (0)$$

$$(X) \text{ AND } (0) \longrightarrow (0)$$

Αν το ένα bit εισόδου είναι 0 το αποτέλεσμα της πράξης AND είναι πάντα 0

Η χρησιμοποίηση του τελεστή AND στα σχήματα bit 10011000 και 00110101 δίνει:

1 0 0 1 1 0 0 0	
0 0 1 1 0 1 0 1	AND
0 0 0 1 0 0 0 0	

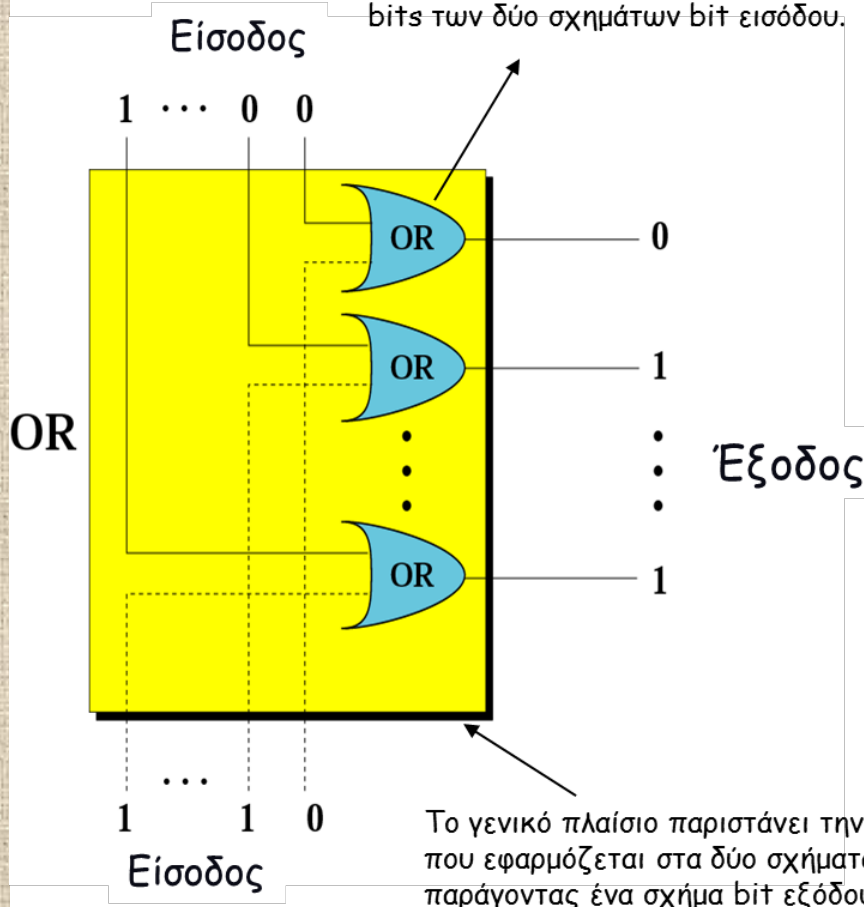
Αποτέλεσμα

AND: Τελεστής Σύζευξης



Λογικές Πράξεις - Τελεστής OR

Σύμβολο που παριστάνει την πράξη OR η οποία εφαρμόζεται σε κάθε ζευγάρι bits των δύο σχημάτων bit εισόδου.



Το γενικό πλαίσιο παριστάνει την πράξη OR που εφαρμόζεται στα δύο σχήματα bit εισόδου παράγοντας ένα σχήμα bit εξόδου.

Κανόνες του τελεστή OR

$$(1) \quad \text{OR} \quad (X) \quad \longrightarrow \quad (1)$$

$$(X) \quad \text{OR} \quad (1) \quad \longrightarrow \quad (1)$$

Αν το ένα bit εισόδου είναι 1 το αποτέλεσμα της πράξης OR είναι πάντα 1

Η χρησιμοποίηση του τελεστή OR στα σχήματα bit 10011000 και 00110101 δίνει:

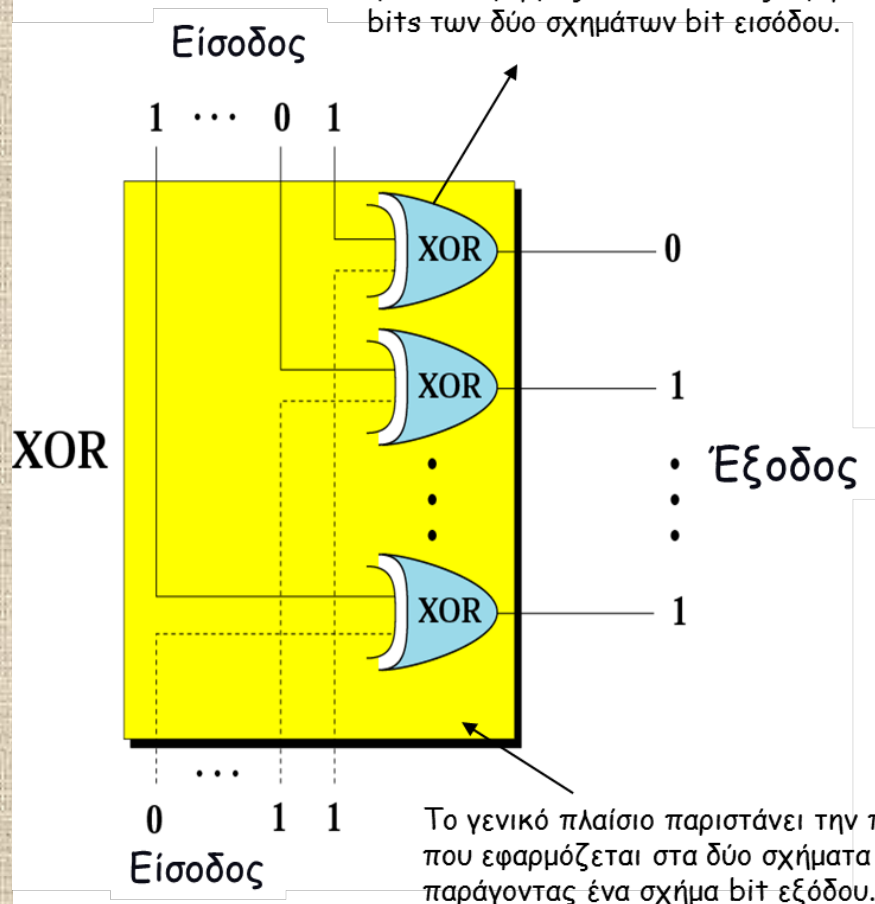
	1 0 0 1 1 0 0 0	
	0 0 1 1 0 1 0 1	OR
Αποτέλεσμα	1 0 1 1 1 1 0 1	

OR: Τελεστής Εγκλειστικής Διάζευξης



Λογικές Πράξεις - Τελεστής XOR

Σύμβολο που παριστάνει την πράξη XOR η οποία εφαρμόζεται σε κάθε ζευγάρι bits των δύο σχημάτων bit εισόδου.



Κανόνες του τελεστή XOR

$$(1) \quad \text{XOR} (X) \longrightarrow \text{NOT}(X)$$

$$(X) \quad \text{XOR} (1) \longrightarrow \text{NOT}(X)$$

Αν το ένα bit εισόδου είναι 1 το αποτέλεσμα της πράξης XOR είναι πάντα το αντίστροφο του bit της άλλης εισόδου.

Η χρησιμοποίηση του τελεστή XOR στα σχήματα bit 10011000 και 00110101 δίνει:

	1	0	0	1	1	0	0	0	
	0	0	1	1	0	1	0	1	XOR
	1	0	1	0	1	1	0	1	

Αποτέλεσμα

**XOR: Τελεστής
Αποκλειστικής Διάζευξης**



Δισταθή κυκλώματα (Κυκλώματα flip-flop) 1/2

Δισταθές (flip-flop) κύκλωμα:

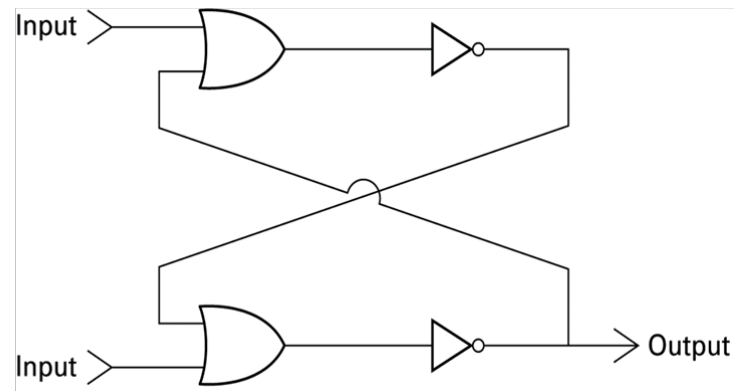
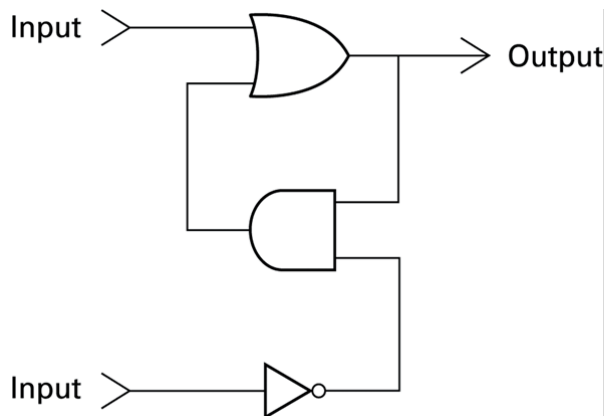
- Το κύκλωμα που παράγει μία τιμή εξόδου 0 ή 1 που παραμένει σταθερή μέχρι ένας προσωρινός ηλεκτρικός παλμός από κάποιο άλλο κύκλωμα προκαλέσει την εναλλαγή της.



Δισταθή κυκλώματα (Κυκλώματα flip-flop) 2/2

- Το κύκλωμα αποτελείται από πύλες και μπορεί να αποθηκεύσει ένα bit.
 - Μία γραμμή εισόδου χρησιμοποιείται για να τοποθετηθεί η αποθηκευμένη τιμή 1.
 - Μία γραμμή εισόδου χρησιμοποιείται για να τοποθετηθεί η αποθηκευμένη τιμή 0.
 - Αν και οι δύο γραμμές εισόδου είναι 0 διατηρείται η πλέον πρόσφατη τιμή που αποθηκεύτηκε.

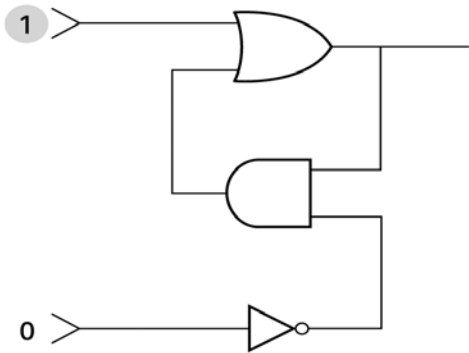
Απλά δισταθή (flip-flop) κυκλώματα



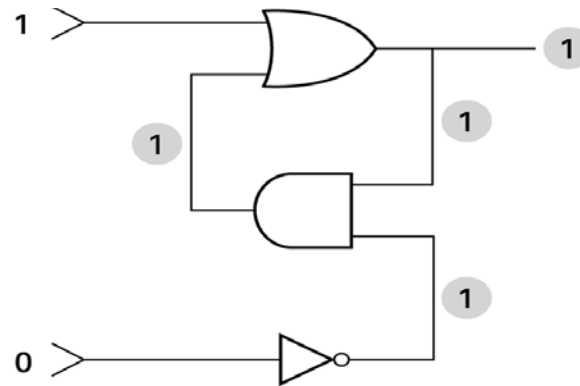


Ορισμός της εξόδου ενός δισταθούς κυκλώματος σε 1

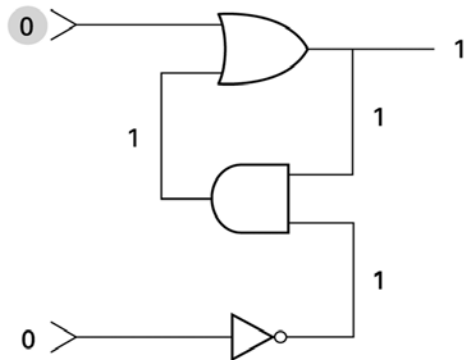
A. Η τιμή 1 τοποθετείται στην επάνω είσοδο.



- B. Η τιμή 1 στην επάνω είσοδο παράγει το 1 στην έξοδο της πύλης OR και συνακόλουθα το 1 στην έξοδο της πύλης AND.



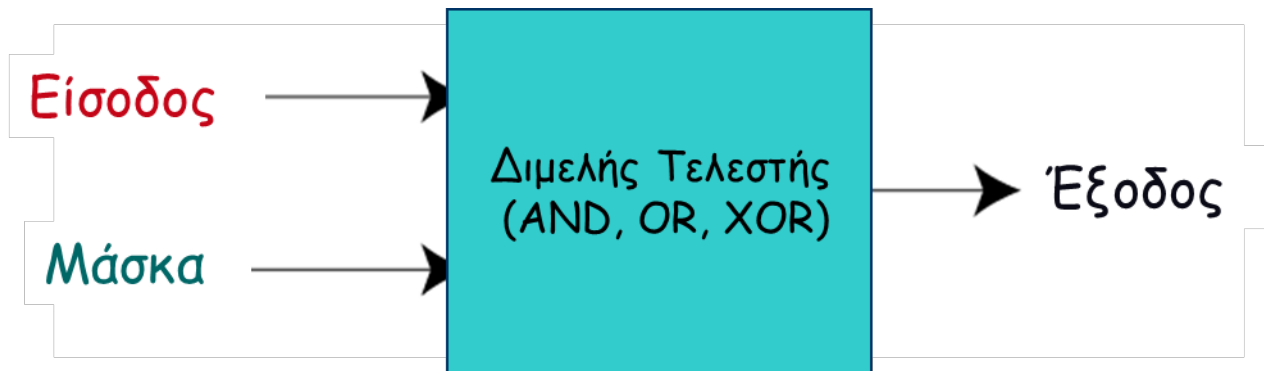
Γ. Το 1 από την πύλη AND αποτρέπει την αλλαγή στην πύλη OR μετά την επαναφορά της επάνω εισόδου σε 0.





Λογικές Πράξεις – Μάσκες 1/4

Οι τρεις λογικές διμελείς πράξεις (AND, OR, XOR) χρησιμοποιούνται για την τροποποίηση σχημάτων bit. Μπορούν να ενεργοποιούν, να απενεργοποιούν, ή να αντιστρέφουν συγκεκριμένα bit κάποιου σχήματος bit.



Το σχήμα bit που πρόκειται να τροποποιηθεί (είσοδος) έρχεται σε σύζευξη (AND), εγκλειστική διάζευξη (OR), ή αποκλειστική διάζευξη (XOR) με το δεύτερο σχήμα bit το οποίο ονομάζεται **μάσκα** και δίνει σαν αποτέλεσμα (έξοδος) ένα νέο σχήμα bit.



Λογικές Πράξεις – Μάσκες 2/4

Παραδείγματα:

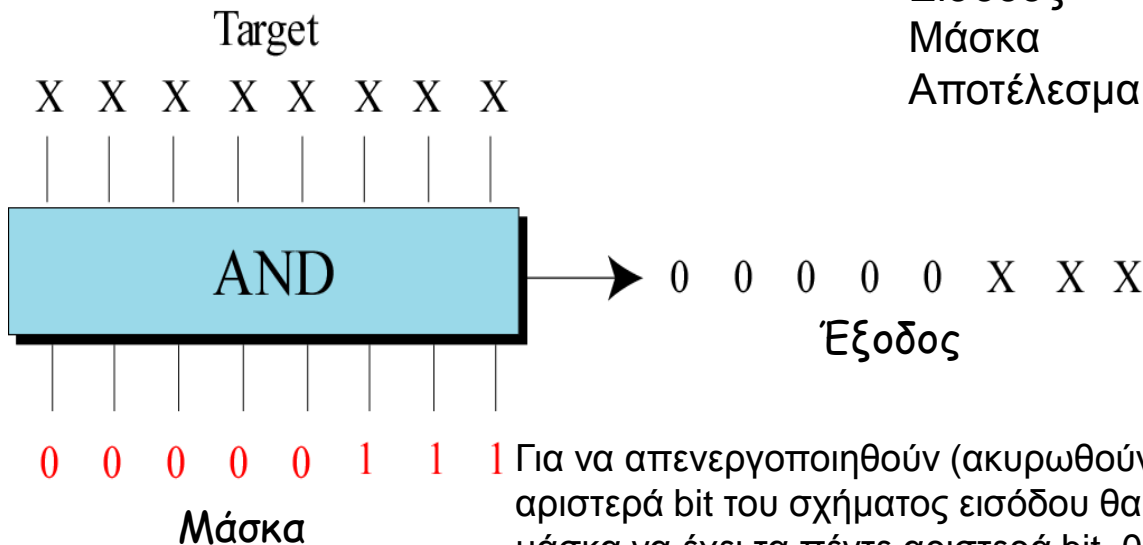
A. Απενεργοποίηση συγκεκριμένων bit (χρήση τελεστή AND)

Για να ενεργοποιηθεί ένα bit στο σχήμα προορισμού, το αντίστοιχο bit στη μάσκα πρέπει να είναι 0.

Για να μείνει ένα bit στο σχήμα προορισμού ως έχει, το αντίστοιχο bit της μάσκας πρέπει να είναι 1.

Η χρησιμοποίηση της μάσκας 1 0 1 1 1 1 0 1 στο σχήμα bit 1 1 0 0 0 1 1 1 της εισόδου σε συνδυασμό με τον τελεστή AND δίνει:

	-	*	-	-	-	-	*	-	
Είσοδος	1	1	0	0	0	1	1	1	
Μάσκα	1	0	1	1	1	1	0	1	AND
Αποτέλεσμα	1	0	0	0	0	1	0	1	



Για να απενεργοποιηθούν (ακυρωθούν/ clear) τα 5 αριστερά bit του σχήματος εισόδου θα πρέπει η μάσκα να έχει τα πέντε αριστερά bit 0 και τα υπόλοιπα τρία 1

Βάνα ανοιχτή: 1
Βάνα κλειστή: 0

- * Από ΒΑ σε ΒΚ
- Από ΒΚ σε ΒΑ
- Από ΒΑ σε ΒΑ
- Από ΒΚ σε ΒΚ



Λογικές Πράξεις – Μάσκες 3/4

Παραδείγματα:

B. Ενεργοποίηση συγκεκριμένων bit (χρήση τελεστή OR)

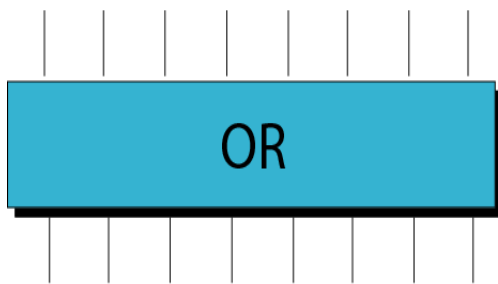
Για να ενεργοποιηθεί ένα bit στο σχήμα προορισμού, το αντίστοιχο bit στη μάσκα πρέπει να είναι 1.

Για να μείνει ένα bit στο σχήμα προορισμού ως έχει, το αντίστοιχο bit της μάσκας πρέπει να είναι 0.

Η χρησιμοποίηση της μάσκας 1 0 1 1 0 1 0 1 στο σχήμα bit 1 1 0 0 0 1 1 1 της εισόδου σε συνδυασμό με τον τελεστή OR δίνει:

	-	-	*	*	-	-	-	-
Είσοδος	1	1	0	0	0	1	1	1
Μάσκα	1	0	1	1	0	1	0	1
Αποτέλεσμα	1	1	1	1	0	1	1	1

Είσοδος
X X X X X X X X



Μάσκα
1 1 1 1 1 0 0 0

Έξοδος
1 1 1 1 1 X X X

Για να ενεργοποιηθούν τα 5 αριστερά bit του σχήματος εισόδου θα πρέπει η μάσκα να έχει τα πέντε αριστερά bit 1 και τα υπόλοιπα τρία 0.

Βάνα ανοιχτή: 1
Βάνα κλειστή: 0

- Από ΒΑ σε ΒΚ
- * Από ΒΚ σε ΒΑ
- Από ΒΑ σε ΒΑ
- Από ΒΚ σε ΒΚ



Λογικές Πράξεις – Μάσκες 4/4

Παραδείγματα:

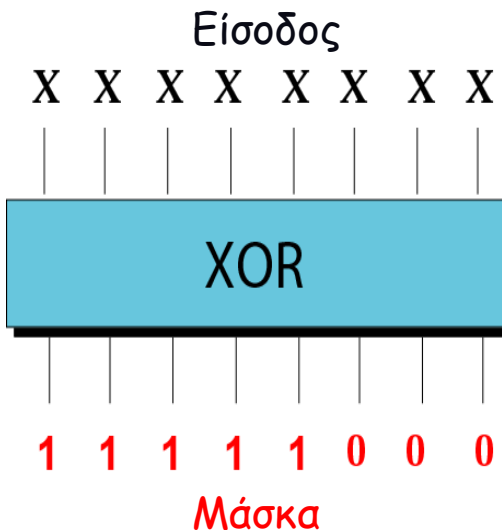
Γ. Αντιστροφή συγκεκριμένων bit (χρήση τελεστή XOR)

Για να αντιστραφεί ένα bit στο σχήμα προορισμού, το αντίστοιχο bit στη μάσκα πρέπει να είναι 1.

Για να μείνει ένα bit στο σχήμα προορισμού ως έχει, το αντίστοιχο bit της μάσκα πρέπει να είναι 0.

Η χρησιμοποίηση της μάσκα 1 0 1 1 0 1 0 1 στο σχήμα bit 1 1 0 0 0 1 1 1 της εισόδου σε συνδυασμό με τον τελεστή OR δίνει:

	*	-	*	*	-	*	-	*	
Είσοδος	1	1	0	0	0	1	1	1	
Μάσκα	1	0	1	1	0	1	0	1	OR
Αποτέλεσμα	0	1	1	1	0	0	1	0	



Το X συμβολίζει το συμπλήρωμα του X

\bar{X} \bar{X} \bar{X} \bar{X} \bar{X} X X X

Έξοδος

Για να ενεργοποιηθούν τα 5 αριστερά bit του σχήματος εισόδου θα πρέπει η μάσκα να έχει τα πέντε αριστερά bit 1 και τα υπόλοιπα τρία 0

Βάνα ανοιχτή: 1
Βάνα κλειστή: 0

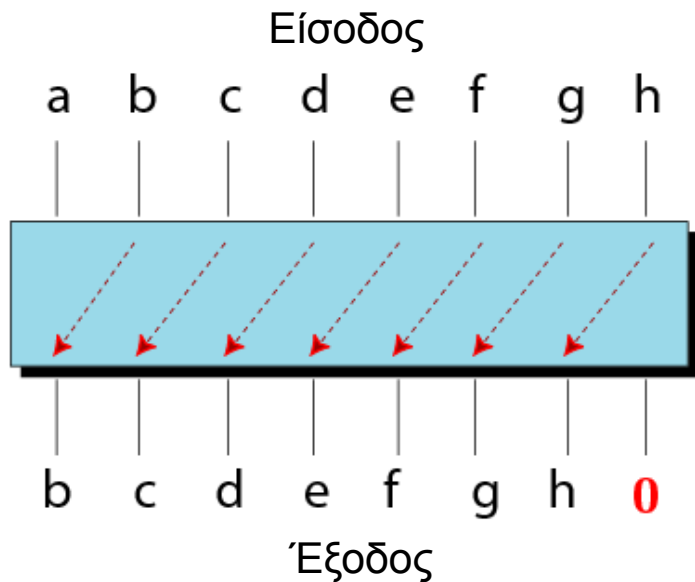
- * Από ΒΑ σε ΒΚ
- * Από ΒΚ σε ΒΑ
- Από ΒΑ σε ΒΑ
- Από ΒΚ σε ΒΚ



Λογικές Πράξεις – Πράξεις ολίσθησης 1/3

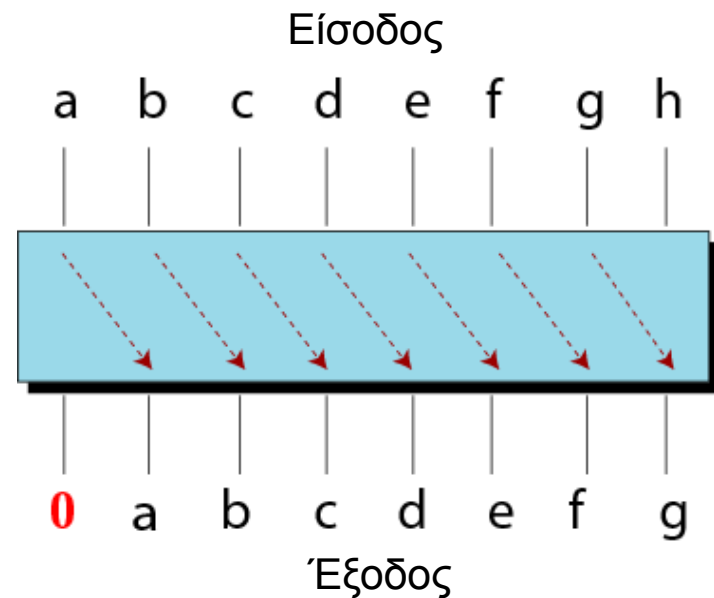
Αριστερή Ολίσθηση

Η αριστερή ολίσθηση καταργεί το πιο αριστερό bit, μετακινεί κάθε bit μία θέση προς τα αριστερά, και προσθέτει το 0 ως το δεξιότερο bit



Δεξιά Ολίσθηση

Η δεξιά ολίσθηση καταργεί το δεξιότερο bit, μετακινεί κάθε bit μία θέση προς τα δεξιά, και προσθέτει το 0 ως το πιο αριστερό bit.





Λογικές Πράξεις – Πράξεις ολίσθησης 2/3

Παραδείγματα:

Να δείχτεί πώς μπορεί να διαιρεθεί ή να πολλαπλασιαστεί ο αριθμός 59 με το 2 μέσω των πράξεων ολίσθησης.

- Όταν ένα σχήμα bit αναπαριστά κάποιον μη προσημασμένο αριθμό, η δεξιά ολίσθηση διαιρεί τον αριθμό αυτό με το 2 (ακέραια διαίρεση).

Ο αριθμός 59 παριστάνεται από το σχήμα bit: 0 0 1 1 1 0 1 1.

Με δεξιά ολίσθηση παίρνουμε τον αριθμό 0 0 0 1 1 1 0 1, που είναι ο 29.

Με αριστερή ολίσθηση παίρνουμε 0 1 1 1 0 1 1 0, που είναι ο 118.



Λογικές Πράξεις – Πράξεις ολίσθησης 3/3

Παραδείγματα:

Να χρησιμοποιηθεί ένας συνδυασμός από λογικές πράξεις και πράξεις ολίσθησης για να βρείτε την τιμή του τετάρτου bit και να απενεργοποιήσουμε τα υπόλοιπα.

- Η χρησιμοποίηση της μάσκας 0 0 0 0 1 0 0 0 στο σχήμα bit της εισόδου $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8$ σε συνδυασμό με τον τελεστή AND δίνει:

Είσοδος	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	
Μάσκα	0	0	0	0	1	0	0	0	AND
Αποτέλεσμα	0	0	0	0	x_5	0	0	0	

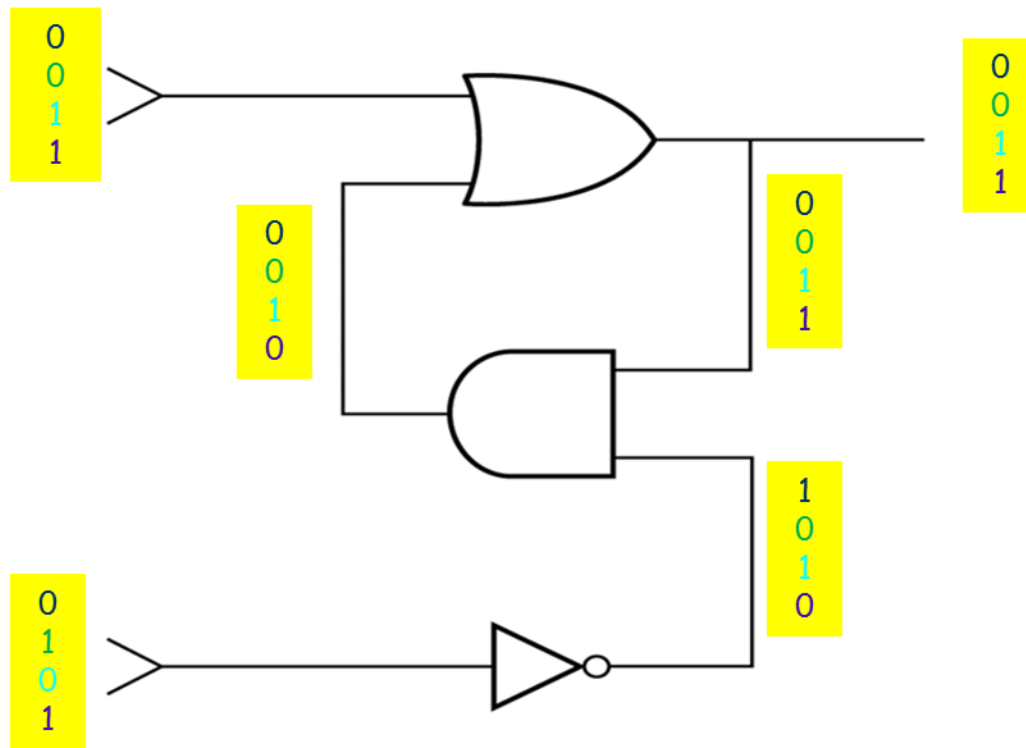
Η τιμή του τέταρτου (από αριστερά) bit x_5 βρίσκεται με διαδοχική δεξιά ολίσθηση ώστε να μετακινηθεί στην δεξιότερη θέση.

$$0000x_5000 \rightarrow 00000x_500 \rightarrow 000000x_50 \rightarrow 0000000x_5$$

Ελέγχουμε την τιμή του νέου σχήματος ως μη προσημασμένου ακεραίου. Αν η τιμή είναι 1 τότε το $x_5 = 1$, διαφορετικά, αν η τιμή είναι 0 τότε το $x_5 = 0$.

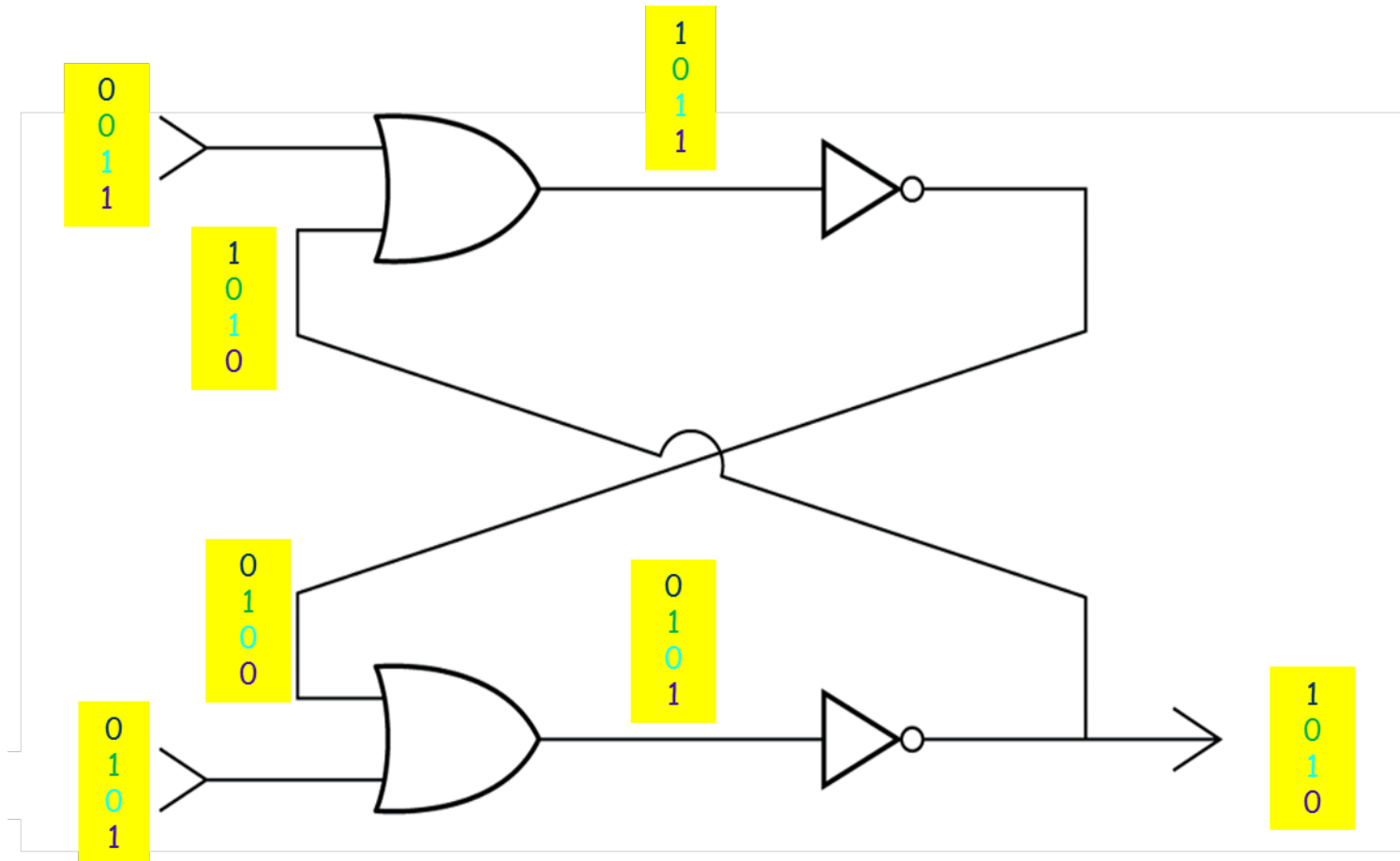


Παραδείγματα Ορισμός της εξόδου ενός δισταθούς κυκλώματος 1/2





Παραδείγματα Ορισμός της εξόδου ενός δισταθούς κυκλώματος 2/2





Αθροιστές

Ημιαθροιστής (half-adder)

Είσοδος		Έξοδος	
A	B	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Πλήρης Αθροιστής (full-adder)

Είσοδος			Έξοδος	
Cin	A	B	C	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1



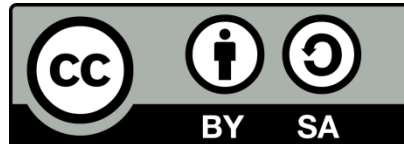
Βιβλιογραφία

- Η Επιστήμη των Υπολογιστών – Μία Ολοκληρωμένη Παρουσίαση (J. Glenn Brookshear) – Μετάφραση Κ. Κουρκουμπέτης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.





Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





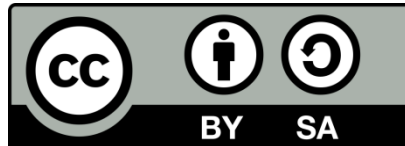
Σημείωμα Αναφοράς

- Copyright Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών. Τμήμα Αγροτικής Οικονομίας και Ανάπτυξης, Θεόδωρος Τσιλιγκιρίδης, «Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://oceclass.aua.gr/courses/OCDAERD111/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων, π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Η άδεια αυτή ανήκει στις άδειες που ακολουθούν τις προδιαγραφές του Ορισμού Ανοικτής Γνώσης [2], είναι ανοικτό πολιτιστικό έργο [3] και για το λόγο αυτό αποτελεί ανοικτό περιεχόμενο [4].

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

[2] <http://opendefinition.org/okd/ellinika/>

[3] <http://freedomdefined.org/Definition/EI>

[4] <http://opendefinition.org/buttons/>



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.