

Λύσεις Ασκήσεων – ΣΕΙΡΑ 1^η

Άσκηση 1η

Περιεχόμενα μνήμης	Μη προσημασμένος	Πρόσημο και μέγεθος	Συμπλήρωμα ως προς ένα	Συμπλήρωμα ως προς δύο
0000	0	+0	+0	+0
0001	1	+1	+1	+1
0010	2	+2	+2	+2
0011	3	+3	+3	+3
0100	4	+4	+4	+4
0101	5	+5	+5	+5
0110	6	+6	+6	+6
0111	7	+7	+7	+7
1000	8	-0	-7	-8
1001	9	-1	-6	-7
1010	10	-2	-5	-6
1011	11	-3	-4	-5
1100	12	-4	-3	-4
1101	13	-5	-2	-3
1110	14	-6	-1	-2
1111	15	-7	-0	-1

Άσκηση 2^η

- i. Ο υπολογισμός συμπληρώματος ως προς ένα επιτυγχάνεται με την αντιστροφή όλων των bits. Αν ο αριθμός είναι θετικός το συμπλήρωμα του ως προς ένα είναι ο αντίστοιχος αρνητικός. Αν ο αριθμός είναι αρνητικός το συμπλήρωμα του ως προς ένα είναι ο αντίστοιχος θετικός.
 - Ο αριθμός 01110111 είναι θετικός και έχει συμπλήρωμα ως προς ένα τον 10001000.
 - Ο αριθμός 11111100 είναι αρνητικός και έχει συμπλήρωμα ως προς ένα τον 00000011.
 - Ο αριθμός 01110100 είναι θετικός και έχει συμπλήρωμα ως προς ένα τον 10001011.
 - Ο αριθμός 11001110 είναι αρνητικός και έχει συμπλήρωμα ως προς ένα τον 00110001.
- ii. Ο υπολογισμός συμπληρώματος ως προς δύο επιτυγχάνεται με την αντιστροφή όλων των bits εκτός από τα δεξιότερα bit μέχρι το πρώτο 1 (συμπεριλαμβανομένου). Αν ο αριθμός είναι θετικός το συμπλήρωμα του ως προς δύο είναι ο αντίστοιχος αρνητικός. Αν ο αριθμός είναι αρνητικός το συμπλήρωμα του ως προς δύο είναι ο αντίστοιχος θετικός.
 - Ο αριθμός 01110111 είναι θετικός και έχει συμπλήρωμα ως προς δύο τον 10001001
 - Ο αριθμός 11111100 είναι αρνητικός και έχει συμπλήρωμα ως προς δύο τον 00000100.
 - Ο αριθμός 01110100 είναι θετικός και έχει συμπλήρωμα ως προς δύο τον 10001100.

- Ο αριθμός 11001110 είναι αρνητικός και έχει συμπλήρωμα ως προς δύο τον 00110010.
- iii. Ο υπολογισμός συμπληρώματος ως προς δύο επιτυγχάνεται αν στο συμπλήρωμα ως προς ένα προσθέσουμε τη μονάδα.
- Ο αριθμός 01110111 έχει συμπλήρωμα ως προς ένα τον 10001000. Επομένως ο αριθμός $10001000+1 = 10001001$ είναι το συμπλήρωμα ως προς δύο του αρχικού.
 - Ο αριθμός 11111100 έχει συμπλήρωμα ως προς ένα τον 00000011. Επομένως ο αριθμός $00000011+1 = 00000100$ είναι το συμπλήρωμα ως προς δύο του αρχικού.
 - Ο αριθμός 01110100 έχει συμπλήρωμα ως προς ένα τον 10001011. Επομένως ο αριθμός $10001011+1=10001100$ είναι το συμπλήρωμα ως προς δύο του αρχικού.
 - Ο αριθμός 11001110 έχει συμπλήρωμα ως προς ένα τον 00110001. Επομένως ο αριθμός $00110001+1=00110010$ είναι το συμπλήρωμα ως προς δύο του αρχικού.

Άσκηση 3^η

Το διάστημα τιμών είναι $-(2^{N-1})$ έως $(2^{N-1}-1)$ οπότε:

- Σε σχήμα 4 bit ο μεγαλύτερος είναι ο $2^{4-1}-1 = +8 - 1 = +7$ ενώ ο μικρότερος είναι ο $(2^{4-1}) = -8$ (φαίνεται και από τον πίνακα της άσκησης 1)
- Σε σχήμα 6 bit ο μεγαλύτερος είναι ο $2^{6-1}-1 = +32 - 1 = +31$ ενώ ο μικρότερος είναι ο $(2^{6-1}) = -32$
- Σε σχήμα 8 bit ο μεγαλύτερος είναι ο $2^{8-1}-1 = +128 - 1 = +127$ ενώ ο μικρότερος είναι ο $(2^{8-1}) = -128$

Άσκηση 4^η

a) $19+23 = (+19)+(+23) \rightarrow +42$

Οι αριθμοί αυτοί σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο για δέσμευση μνήμης 8bit αναπαρίστανται ως 00010011 και 00010111 (Αγνοώντας το πρόσημό τους μετατρέπουμε τους δεκαδικούς σε δυαδικούς και συμπληρώνουμε τις θέσεις που λείπουν στα δεξιά με μηδενικά μέχρι να έχουμε σύνολο 8 bit. Επειδή οι αριθμοί είναι θετικοί τους αφήνουμε ως έχουν). Το άθροισμα των δύο αυτών αριθμών είναι το 0010111 που είναι ο 42 στο δεκαδικό.

b) $19-23 = (+19)+(-23) \rightarrow -4$

Οι αριθμοί αυτοί σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο για δέσμευση μνήμης 8bit αναπαρίστανται ως 00010011 και 11101001 (Αγνοώντας το πρόσημό τους μετατρέπουμε τους δεκαδικούς 19 και 23 σε δυαδικούς και συμπληρώνουμε τις θέσεις που λείπουν στα αριστερά με μηδενικά μέχρι να έχουμε σύνολο 8 bit, οπότε παίρνουμε 00010011 και 00010111 αντίστοιχα. Τον θετικό τον αφήνουμε ως έχει. Για τον αρνητικό αφήνουμε τα δεξιότερα 0 μέχρι το πρώτο 1 –και αυτό– ως έχουν και αντικαθιστούμε τα υπόλοιπα bit με το συμπλήρωμά τους. Το αποτέλεσμα είναι 11101001). Το άθροισμα των δύο αυτών αριθμών, δηλαδή των 00010011 (του +19) και 11101001 (του -23) είναι το 11111100 που είναι ο -4 στο δεκαδικό (το συμπλήρωμα ως προς 2 του +4).

c) $-19+23 = (-19)+(+23) \rightarrow +4$

Οι αριθμοί αυτοί σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο για δέσμευση μνήμης 8bit αναπαρίστανται ως 11101101 και 00010111 (Η διαδικασία είναι ανάλογη της (b)). Το άθροισμα των δύο αυτών αριθμών είναι 00000100 (για την ακρίβεια είναι 100000100, όμως το δεξιότερο bit αγνοείται αφού έχουμε 8-bit δέσμευση) που είναι ο αριθμός +4.

d) $-19-23 = (-19)+(-23) \rightarrow -42$

Οι αριθμοί αυτοί σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο για δέσμευση μνήμης 8bit αναπαρίστανται ως 11101101 και 11101001 (Οι αριθμοί έχουν ήδη βρεθεί στα ερωτήματα b και c). Το άθροισμα των δύο αυτών αριθμών είναι 11110110 (για την

ακρίβεια είναι 111110110, όμως το αριστερότερο bit αγνοείται αφού έχουμε 8-bit δέσμευση) που είναι ο αριθμός -42 στο δεκαδικό (το συμπλήρωμα ως προς 2 του +42).

Άσκηση 5^η

Αριθμός	Πρόσημο	Εκθέτης	Σημαινόμενο μέρος
$+2^6 \times 1,01000111001$	0	10000101	0100011100100000000000
$-2^2 \times 1,11000011$	1	10000001	1100001100000000000000
$+2^{-6} \times 1,11001$	0	01111001	1100100000000000000000
$-2^{-6} \times 1,11001$	1	01111001	1100100000000000000000
$+2^{-2} \times 1,110011$	0	01111100	1100110000000000000000
$-2^{-25} \times 1,11001$	1	01100110	1100100000000000000000

- Δεδομένου ότι χρησιμοποιούμε απλή ακρίβεια ο αριθμός αναπαρίσταται με 32 bits δέσμευση εκ των οποίων 23 bits αφορούν το σημαινόμενο μέρος, 8 bits τον εκθέτη ο οποίος μπορεί να είναι θετικός ή αρνητικός και 1 bit το πρόσημο του αριθμού. Αρχίζοντας από το πρόσημο ο αριθμός είναι θετικός. Ο εκθέτης είναι 6 και χρησιμοποιείται η αναπαράσταση πλεονάσματος $2^{8-1}-1=2^7-1=127$. Επομένως θα έχουμε $127+6=133$. Στο δυαδικό σύστημα ο αριθμός αυτός είναι ο 10000101. Τέλος, το σημαινόμενο μέρος είναι το 01000111001 το οποίο πρέπει να το επεκτείνουμε με μηδενικά bits μέχρι να συμπληρωθούν τα 23 bits του σημαινόμενου τμήματος.
- Ο αριθμός είναι απλής ακρίβειας και είναι αρνητικός. Ο εκθέτης είναι ο 2 και σε αναπαράσταση πλεονάσματος 127 θα είναι ο $127+2 = 129$ που στο δυαδικό σύστημα είναι ο 10000001. Τέλος το σημαινόμενο μέρος είναι το 11001 το οποίο πρέπει να το επεκτείνουμε με μηδενικά bits μέχρι να συμπληρωθούν τα 23 bits του σημαινόμενου τμήματος.
- Ο αριθμός είναι απλής ακρίβειας και είναι θετικός. Ο εκθέτης είναι ο -6 και σε αναπαράσταση πλεονάσματος 127 θα είναι ο $127-6 = 121$ που στο δυαδικό σύστημα είναι ο 01111100. Τέλος το σημαινόμενο μέρος είναι το 111001 το οποίο πρέπει να το επεκτείνουμε με μηδενικά bits μέχρι να συμπληρωθούν τα 23 bits του σημαινόμενου τμήματος.
- Ο αριθμός είναι απλής ακρίβειας και είναι αρνητικός. Ο εκθέτης είναι ο 01111001 που αντιστοιχεί στον 121 του δεκαδικού συστήματος και επειδή δίνεται σε μορφή πλεονάσματος 127 θα είναι ο $121-127 = -6$. Ως αναφορά το σημαινόμενο μέρος είναι το 111001 αν αφαιρεθούν τα επιπλέον μηδενικά του σημαινόμενου τμήματος.
- Ο αριθμός είναι απλής ακρίβειας και είναι θετικός. Ο εκθέτης είναι ο 01111100 που αντιστοιχεί στον 125 του δεκαδικού συστήματος και επειδή δίνεται σε μορφή πλεονάσματος 127 ο εκθέτης θα είναι ο $125-127 = -2$. Ως αναφορά το σημαινόμενο μέρος είναι το 110011 αν αφαιρεθούν τα επιπλέον μηδενικά του σημαινόμενου τμήματος.
- Ο αριθμός είναι απλής ακρίβειας και είναι θετικός. Ο εκθέτης είναι ο 01100110 που αντιστοιχεί στον 102 του δεκαδικού συστήματος και επειδή δίνεται σε μορφή πλεονάσματος 127 ο εκθέτης θα είναι ο $102-127 = -25$. Ως αναφορά το σημαινόμενο μέρος είναι το 11001 αν αφαιρεθούν τα επιπλέον μηδενικά του σημαινόμενου τμήματος.

Άσκηση 6^η

- Προκειμένου να παραμείνουν ως έχουν τα τρία μεσαία bits μιας ακολουθίας επτά bit χρησιμοποιούμε τη μάσκα 0011100 με τελεστή AND οπότε θα έχουμε:
xxxxxxx AND 0011100 = 00xxx000.

- b. Προκειμένου να πάρουμε το συμπλήρωμα των τριών μεσαίων bits μιας ακολουθίας επτά bit χρησιμοποιούμε τη μάσκα 0011100 με τελεστή XOR οπότε θα έχουμε:
 $xxxxxxx \text{ XOR } 0011100 = 00\bar{x}\bar{x}\bar{x}00$.

Άσκηση 7η

- a. Χρησιμοποιούμε τον τελεστή AND με μάσκα 00001111 οπότε θα είναι:
 $00001111 \text{ AND } xxxxxxxx = 0000xxxx$.
- b. Χρησιμοποιούμε τον τελεστή OR με μάσκα 00001111 οπότε θα είναι:
 $00001111 \text{ OR } xxxxxxxx = xxxx1111$.
- c. Χρησιμοποιούμε τον τελεστή XOR με μάσκα 11000111 οπότε θα είναι:
 $11000111 \text{ XOR } xxxxxxxx = 00xxx000$.
- d. Χρησιμοποιούμε πρώτα τον τελεστή AND με μάσκα 00011111 οπότε θα είναι:
 $00011111 \text{ AND } xxxxxxxx = 000xxxxx$.
 Κατόπιν χρησιμοποιούμε τον τελεστή OR με μάσκα 00000111 οπότε θα είναι:
 $00000111 \text{ OR } 000xxxxx = 000xx111$.
 Διαφορετικά
 $(00011111 \text{ AND } xxxxxxxx) \text{ OR } 00000111 = 000xxxxx \text{ OR } 00000111 = 000xx111$

Άσκηση 8η

- a. $24 \times 80 = 1920$ bytes
- b. Ο χώρος διευθύνσεων της μνήμης είναι 64 MB, δηλαδή $2^6 \times 2^{20} = 2^{26}$ bytes. Επειδή κάθε λέξη σε αυτόν τον υπολογιστή είναι 4 (2^2) bytes συμπεραίνουμε ότι ο χώρος διευθύνσεων της μνήμης θα είναι $2^{26}/2^2 = 2^{24}$ bytes, που σημαίνει ότι για τη διευθυνσιοδότηση κάθε λέξης απαιτούνται $\log_2 2^{24} = 24$ bits.

Άσκηση 9η

Θα έχουμε::

- a. $111000 \text{ AND } 101001 = 101000$
 $111000 \text{ OR } 101001 = 111001$
 $111000 \text{ XOR } 101001 = 010001$
- b. $000100 \text{ AND } 101010 = 000000$
 $000100 \text{ OR } 101010 = 101110$
 $000100 \text{ XOR } 101010 = 101110$
- c. $000100 \text{ AND } 010101 = 000100$
 $000100 \text{ OR } 010101 = 010101$
 $000100 \text{ XOR } 010101 = 010001$
- d. $111011 \text{ AND } 110101 = 110001$
 $111011 \text{ OR } 110101 = 111111$
 $111011 \text{ XOR } 110101 = 001110$

Άσκηση 10η

- a. Θα είναι:
 $(99)_{16} = (10011001)_2$ οπότε $\text{NOT}(99)_{16} = (01100110)_2$
 $(FF)_{16} = (11111111)_2$ οπότε $\text{NOT}(FF)_{16} = (00000000)_2$
 $(00)_{16} = (00000000)_2$ οπότε $\text{NOT}(00)_{16} = (11111111)_2$
 $(01)_{16} = (00000001)_2$ οπότε $\text{NOT}(01)_{16} = (11111110)_2$

- b. $(99)_{16} \text{ AND } (FF)_{16} = (10011001)_2 \text{ AND } (11111111)_2 = (10011001)_2$
 $(99)_{16} \text{ OR } (FF)_{16} = (10011001)_2 \text{ OR } (11111111)_2 = (11111111)_2$
 $(99)_{16} \text{ XOR } (FF)_{16} = (10011001)_2 \text{ XOR } (11111111)_2 = (01100110)_2$
- c. $\text{NOT}((99)_{16} \text{ OR } (FF)_{16}) = \text{NOT}(11111111)_2 = (00000000)_{16}$ από την b2.
- d. $((99)_{16} \text{ AND } (33)_{16}) \text{ OR } ((00)_{16} \text{ AND } (FF)_{16}) =$
 $((10011001)_2 \text{ AND } (01100110)_2) \text{ OR } ((000000)_2 \text{ AND } (11111111)_2) =$
 $(00000000)_2 \text{ OR } (00000000)_2 = (00000000)_2$
- e. $((99)_{16} \text{ OR } (33)_{16}) \text{ AND } ((00)_{16} \text{ OR } (FF)_{16}) =$
 $((10011001)_2 \text{ OR } (01100110)_2) \text{ AND } ((000000)_2 \text{ OR } (11111111)_2) =$
 $(00000000)_2 \text{ OR } (00000000)_2 = (00000000)_2$