



ΓΕΩΠΟΝΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

AGRICULTURAL UNIVERSITY OF ATHENS

# Μικροοικονομική Ανάλυση I

Θεωρία του κόστους

Συνάρτηση και καμπύλες  
κόστους στη μακροχρόνια  
περίοδο

Τμήμα: Αγροτικής Οικονομίας & Ανάπτυξης

Διδάσκων: Λαζαρίδης Παναγιώτης



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





# Μαθησιακοί Στόχοι

- Γνώση και κατανόηση των εννοιών των συναρτήσεων κόστους, μέσου κόστους και οριακού κόστους στη μακροχρόνια περίοδο αλλά και των μεταξύ τους σχέσεων.
- Ικανότητα υπολογισμού των συναρτήσεων μέσου και οριακού κόστους από απλές συναρτήσεις κόστους.
- Γνώση και κατανόηση της σχέσης μακροχρόνιου κόστους και οικονομιών κλίμακας.



# Συνάρτηση κόστους

Συνθήκες 1ης τάξης  $\rightarrow$  Σύστημα 3 εξισώσεων με 3 αγνώστους ( $L, K, \lambda$ )

Επίλυση συστήματος

$$\left. \begin{array}{l} L = L(w, v, Q) \\ K = K(w, v, Q) \end{array} \right\} \text{Συναρτήσεις ζήτησης συντελεστών}$$

$$C = wL + vK \rightarrow C = wL(w, v, Q) + vK(w, v, Q)$$

$$C = C(w, v, Q) \quad \text{Συνάρτηση Κόστους}$$



# Παράδειγμα 1 1/2

$$Q = 5L^{0,2} K^{0,8}$$

$$\left. \begin{array}{l} MP_L = L^{-0,8} K^{0,8} \\ MP_K = 4 \cdot L^{0,2} K^{-0,2} \end{array} \right\} MRTS_{L,K} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{K}{4L}$$

$$MRTS_{L,K} = \frac{w}{v} \Rightarrow \frac{w}{v} = \frac{K}{4L}$$



# Παράδειγμα 1 2/2

$$K = 4L \frac{w}{v} \quad Q = 5L^{0,2} \left[ 4L \frac{w}{v} \right]^{0,8} \quad L = \frac{1}{5} \left[ \frac{v}{4w} \right]^{0,8} Q \quad \text{Συνάρτηση ζήτησης εργασίας}$$

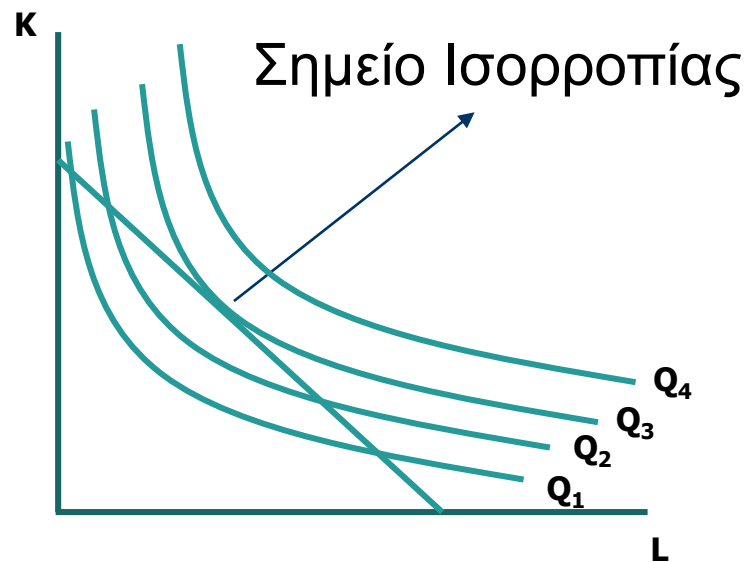
$$L = \frac{K}{4} \frac{v}{w} \quad Q = 5K^{0,8} \left[ \frac{K}{4} \frac{v}{w} \right]^{0,2} \quad K = \frac{1}{5} \left[ \frac{4w}{v} \right]^{0,2} Q \quad \text{Συνάρτηση ζήτησης κεφαλαίου}$$

$$C = \frac{Q}{5} \left[ w \left( \frac{v}{4w} \right)^{0,8} + v \left( \frac{4w}{v} \right)^{0,2} \right] \quad \text{Συνάρτηση κόστους}$$

$$\text{αν } v = 16, w = 2 \quad C = 3,5Q$$



# Συνθήκες μεγιστοποίησης της παραγωγής με δεδομένο κόστος 1/4



Η κλίση της Κ.Ι.Π. =  
Κλίση της Γ.Ι.Κ.

$$MRTS_{L,K} = \frac{w}{v}$$

Μεγιστοποίηση  $Q = F(L, K)$  (1)

Περιορισμός  $C^0 = wL + vK$  (2)

$$Z = F(L, K) - \mu(wL + vK - C^0) \quad (3)$$



# Συνθήκες μεγιστοποίησης της παραγωγής με δεδομένο κόστος 2/4

Μεγιστοποίηση  $Q = F(L, K)$  (1)

Περιορισμός  $C^0 = wL + vK$  (2)

$$Z = F(L, K) - \mu(wL + vK - C^0) \quad (3)$$



# Συνθήκες μεγιστοποίησης της παραγωγής με δεδομένο κόστος 3/4

## Συνθήκες 1ης τάξης

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial L} = \frac{\partial F}{\partial L} - w\mu = 0 &\quad \Rightarrow \quad MP_L = w\mu \quad (4) \\ \frac{\partial L}{\partial K} = \frac{\partial F}{\partial K} - v\mu = 0 &\quad \Rightarrow \quad MP_K = v\mu \quad (5) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{w}{v} &= \frac{MP_L}{MP_K} \\ MRTS_{K,L} &= \frac{w}{v} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \mu} = -(wL + vK - C^0) = 0 \quad \Rightarrow \quad wL + vK = C^0 \quad (6)$$





# Συνθήκες μεγιστοποίησης της παραγωγής με δεδομένο κόστος 4/4

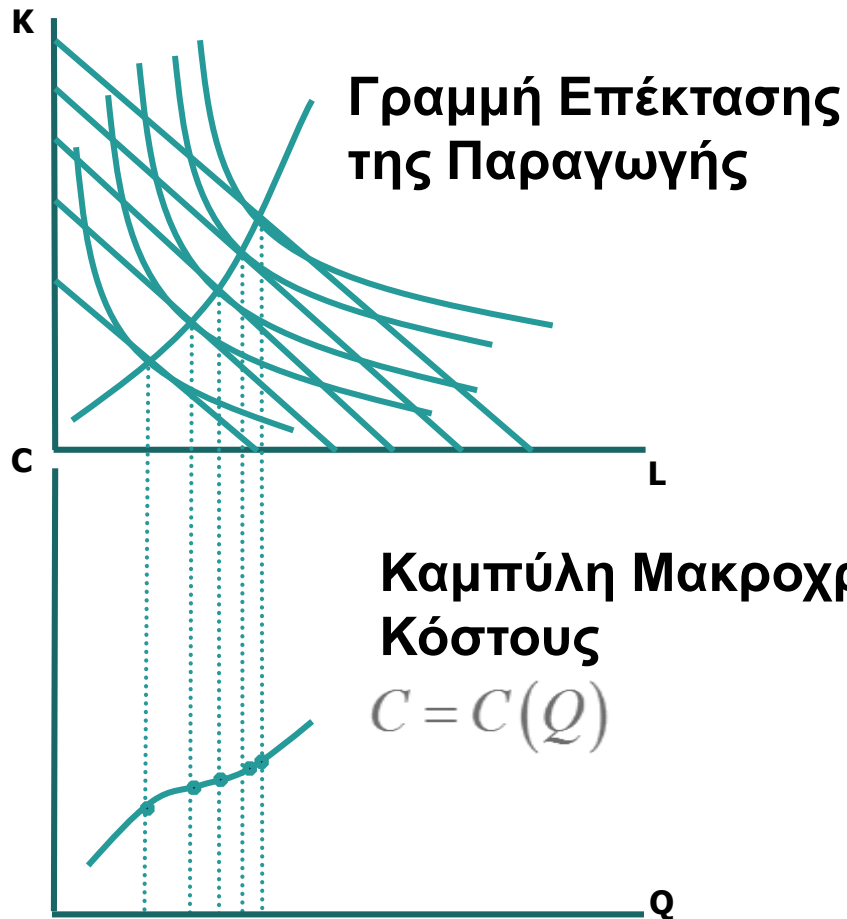
$$\frac{w}{v} = \frac{MP_L}{MP_K} \Rightarrow \left( \frac{MP_L}{w} \right) = \left( \frac{MP_K}{v} \right) = \mu$$

Οριακό προϊόν μιας χρηματικής μονάδας όταν αφιερώνεται στην αγορά **εργασίας**.

Οριακό προϊόν μιας χρηματικής μονάδας όταν αφιερώνεται στην αγορά **κεφαλαίου**.



# Γραμμή Επέκτασης της Παραγωγής και καμπύλη κόστους

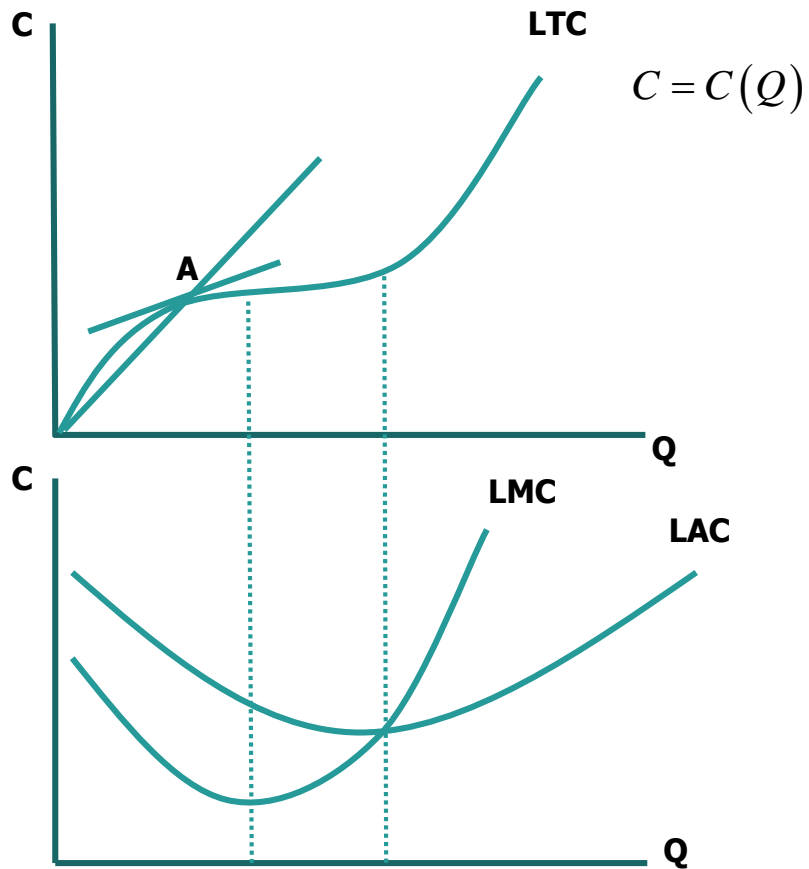


Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων ισορροπίας όταν μεταβάλλεται το επίπεδο παραγωγής.

Το ελάχιστο κόστος για κάθε επίπεδο παραγωγής.



# Καμπύλες κόστους στην μακροχρόνια περίοδο 1/3

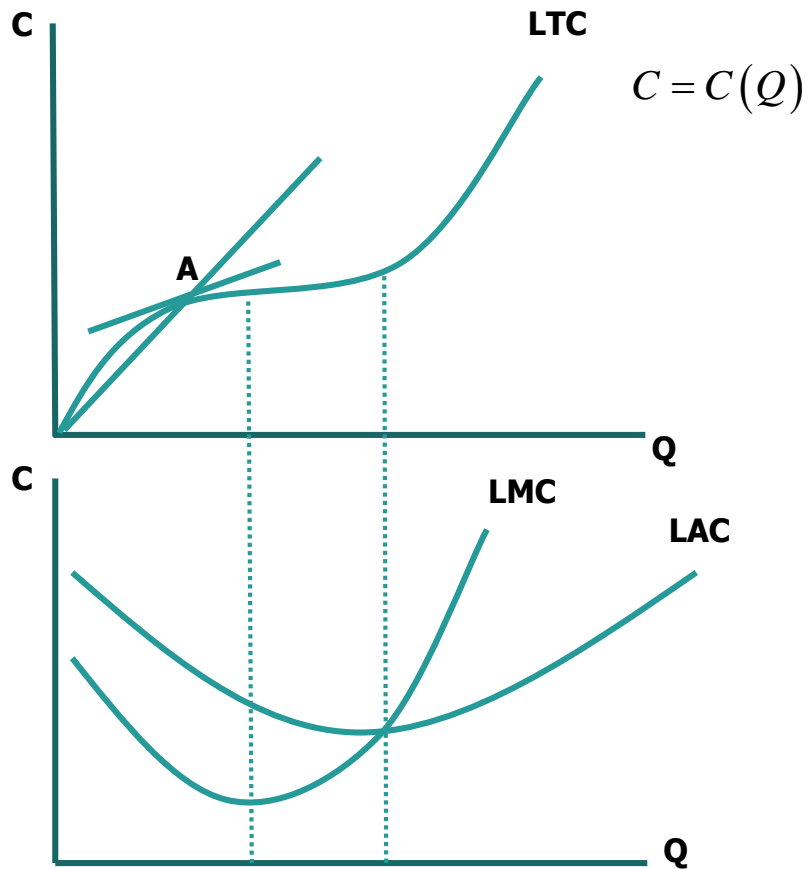


## Ιδιότητες

- Όταν  $Q = 0$   $C = 0$
- Θετική κλίση



# Καμπύλες κόστους στην μακροχρόνια περίοδο 2/3

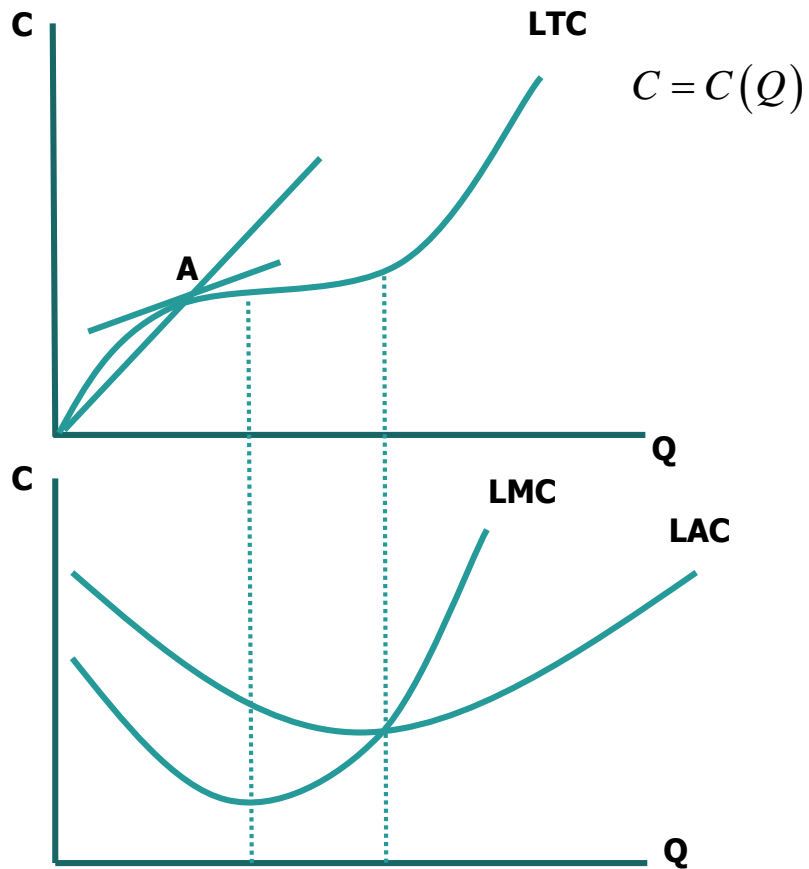


Μακροχρόνιο Μέσο Κόστος

$$LAC = \frac{LTC}{Q}$$



# Καμπύλες κόστους στην μακροχρόνια περίοδο 3/3



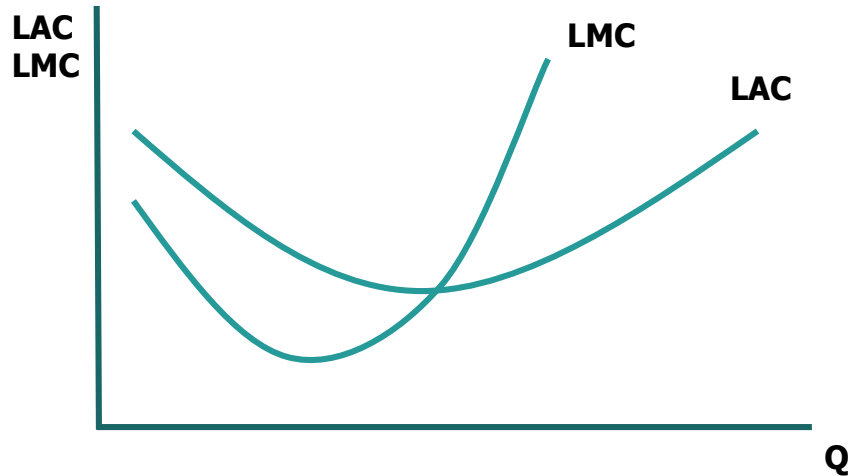
Μακροχρόνιο Οριακό Κόστος

$$LMC = \frac{d(LTC)}{dQ} = \frac{dC}{dQ}$$

$$LMC = \frac{\Delta(LTC)}{\Delta Q} = \frac{\Delta C}{\Delta Q}$$



# Σχέση μεταξύ LAC και LMC 1/2



Αρχίζουν από το ίδιο σημείο

Όταν  $LMC < LAC$   $LAC \downarrow$

Όταν  $LMC > LAC$   $LAC \uparrow$

Όταν  $LMC = LAC$   $LAC$  Min



# Σχέση μεταξύ LAC και LMC 2/2

Απόδειξη:

$$\frac{d(LAC)}{dQ} = \frac{d\left(\frac{C}{Q}\right)}{dQ} = \frac{\frac{dC}{dQ}Q - C}{Q^2} = \frac{1}{Q}\left(\frac{dC}{dQ} - \frac{C}{Q}\right) = \frac{1}{Q}(LMC - LAC)$$

$$LMC < LAC \Rightarrow \frac{d(LAC)}{dQ} < 0$$

$$LMC > LAC \Rightarrow \frac{d(LAC)}{dQ} > 0$$

$$LMC = LAC \Rightarrow \frac{d(LAC)}{dQ} = 0 \quad (LAC \text{ Min})$$



# Οικονομίες κλίμακας και μακροχρόνιο κόστος 1/2

**Υπόθεση:** Οι τιμές των συντελεστών είναι σταθερές

$$Q_1 = F(L, K) \quad C_1 = wL + vK \quad LAC_1 = \frac{C_1}{Q_1}$$

**Μεταβολή των  $K$  και  $L$  κατά  $t\%$**

$$Q_2 = F(tL, tK) \quad Q_2 = t^r F(L, K) \quad Q_2 = t^r Q_1$$

$$C_2 = wtL + vtK \quad C_2 = t(wL + vK) \quad C_2 = tC_1$$

$$LAC_2 = \frac{C_2}{Q_2} \quad LAC_2 = \frac{tC_1}{t^r Q_1} = LAC_1 \frac{t}{t^r}$$



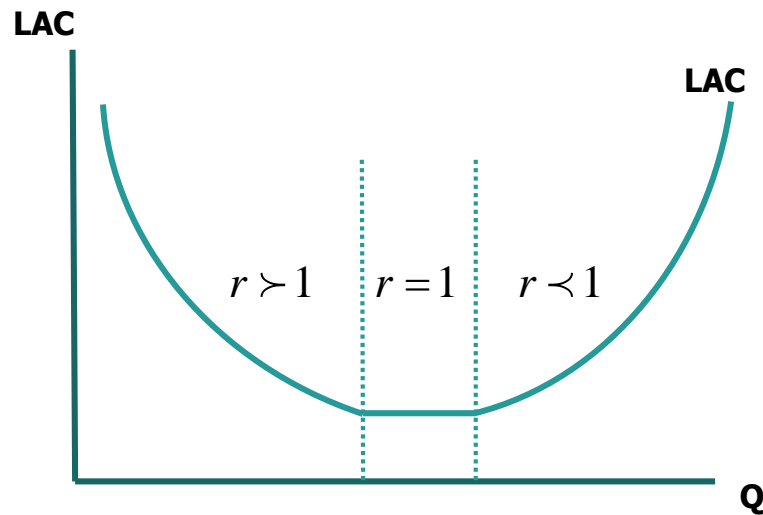


# Οικονομίες κλίμακας και μακροχρόνιο κόστος 2/2

**Αύξουσες οικονομίες**  $r > 1 \Rightarrow \frac{t}{t^r} < 1 \Rightarrow LAC_2 < LAC_1$

**Σταθερές οικονομίες**  $r = 1 \Rightarrow \frac{t}{t^r} = 1 \Rightarrow LAC_2 = LAC_1$

**Φθίνουσες οικονομίες**  $r < 1 \Rightarrow \frac{t}{t^r} > 1 \Rightarrow LAC_2 > LAC_1$





# Βιβλιογραφία 1/2

1. Η Ελληνική μετάφραση του “Microeconomics” , Besanko David A., Braeutigam Ronald R., John Wiley & Sons, Inc.2008

**Besanko David A., Braeutigam Ronald R.**

**ΜΙΚΡΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ**

**Εκδόσεις Γ. ΔΑΡΔΑΝΟΣ – Κ.ΔΑΡΔΑΝΟΣ Ο.Ε. 2009**

2. Η Ελληνική μετάφραση του “Microeconomics” , M. L. Katz and H. S. Rosen, McGraw Hill Companies Inc. 1998.

**M. L. Katz and H. S. Rosen**

**ΜΙΚΡΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ**

**Εκδόσεις: ΕΠΙΚΕΝΤΡΟ, 2007**



# Βιβλιογραφία 2/2

3. Η Ελληνική μετάφραση του “Microeconomics” , Μ. Chacholiades, Macmillan Publishing Company. 1986.

**M. Chacholiades**

**ΜΙΚΡΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ Ι**

**Εκδόσεις: ΚΡΙΤΙΚΗ, 1990**



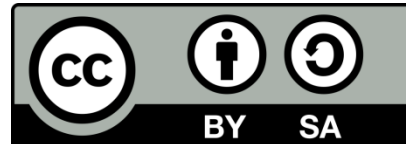
# Λέξεις – έννοιες κλειδιά

- Συνάρτηση κόστους, συνάρτηση μέσου κόστους, συνάρτηση οριακού κόστους, συνάρτηση ζήτησης συντελεστή παραγωγής, μεγιστοποίηση παραγωγής συγκεκριμένου κόστους, Γραμμή Επέκτασης της Παραγωγής, οικονομίες κλίμακας.



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.





# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





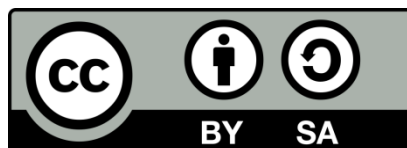
# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών 2014. Τμήμα Αγροτικής Οικονομίας και Ανάπτυξης, Λαζαρίδης Παναγιώτης, «Μικροοικονομική Ανάλυση 1». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:  
<https://mediasrv.aua.gr/eclass/courses/OCDAERD103/>



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων, π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Η άδεια αυτή ανήκει στις άδειες που ακολουθούν τις προδιαγραφές του Ορισμού Ανοικτής Γνώσης [2], είναι ανοικτό πολιτιστικό έργο [3] και για το λόγο αυτό αποτελεί ανοικτό περιεχόμενο [4].

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

[2] <http://opendefinition.org/okd/ellinika/>

[3] <http://freedomdefined.org/Definition/EI>

[4] <http://opendefinition.org/buttons/>





# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.