



ΓΕΩΠΟΝΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

AGRICULTURAL UNIVERSITY OF ATHENS

# Μικροοικονομική Ανάλυση I

Θεωρία της Παραγωγής

Καμπύλες ίσου προϊόντος

Τμήμα: Αγροτικής Οικονομίας & Ανάπτυξης

Διδάσκων: Λαζαρίδης Παναγιώτης



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



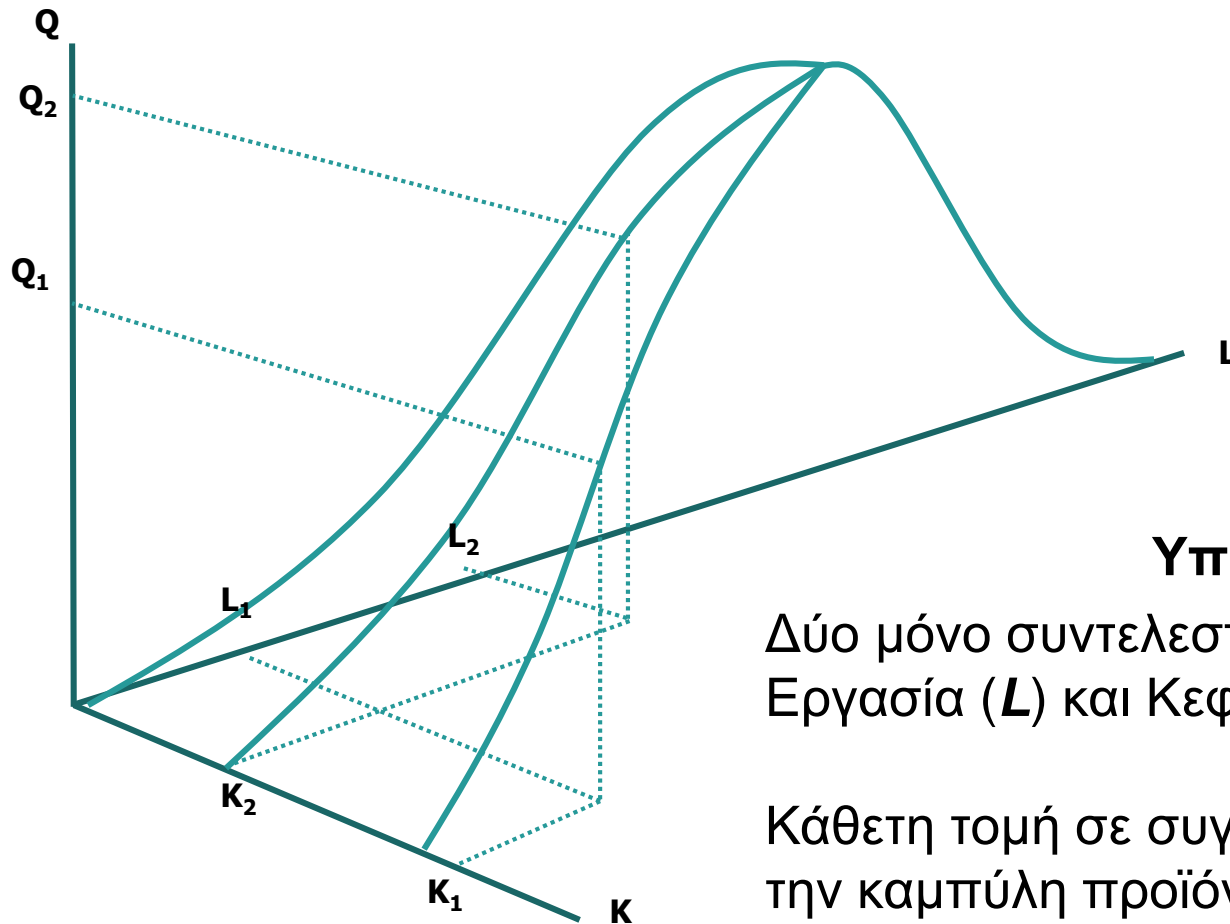


# Μαθησιακοί Στόχοι

- Γνώση και κατανόηση της έννοιας της καμπύλης ίσης παραγωγής και των βασικών ιδιοτήτων της.
- Γνώση και κατανόηση της έννοιας του Οριακού Λόγου Τεχνικής Υποκατάστασης.
- Ικανότητα υπολογισμού του ΟΛΤΥ χρησιμοποιώντας απλές συναρτήσεις παραγωγής.



# Διάγραμμα μακροχρόνιας συνάρτησης παραγωγής



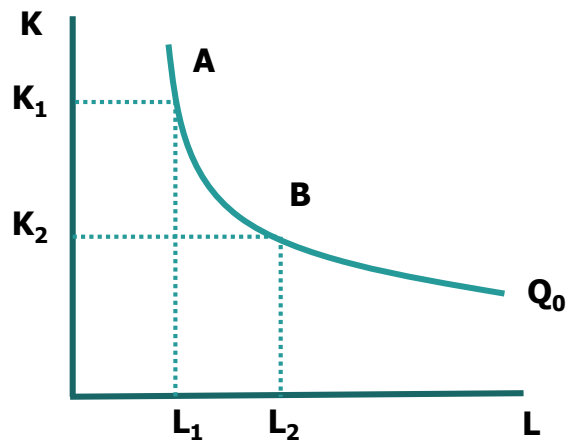
**Υπόθεση:**

Δύο μόνο συντελεστές παραγωγής,  
Εργασία ( $L$ ) και Κεφάλαιο ( $K$ ).

Κάθετη τομή σε συγκεκριμένο  $K$  μας δίνει  
την καμπύλη προϊόντος.



# Καμπύλες ίσου προϊόντος 1/2



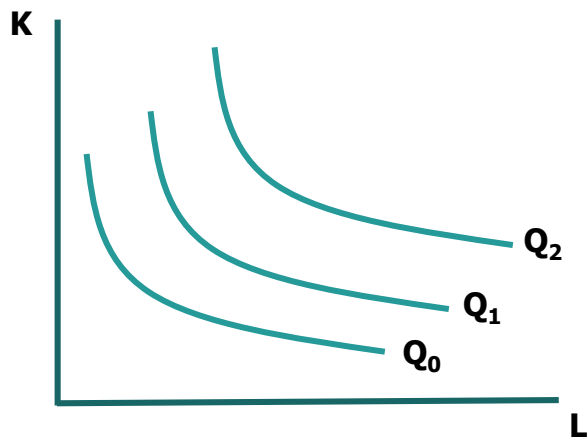
Οριζόντια τομή του διαγράμματος παραγωγής στο ύψος  $Q_0$ .

Γεωμετρικός τόπος των σημείων που αντιπροσωπεύουν **συνδυασμούς** συντελεστών που παράγουν την **ίδια ποσότητα** προϊόντος.

Υποθέτει πλήρη διαιρετότητα των συντελεστών παραγωγής.



# Καμπύλες ίσου προϊόντος 2/2



Χάρτης καμπυλών ίσου προϊόντος

Το σχήμα τους αντιπροσωπεύει την **τεχνολογία** της επιχείρησης.



# Ιδιότητες των καμπυλών ίσου προϊόντος 1/2

Η κατασκευή τους βασίζεται στην ίδια λογική με αυτή των Κ.Α. Γι αυτό και έχουν κοινές ιδιότητες

1. **Ανώτερη καμπύλη αντιπροσωπεύει μεγαλύτερο ύψος παραγωγής, αφού αποκλείεται το Στάδιο III.**
2. Έχουν αρνητική κλίση.

Αφού  $MP_L > 0, MP_K > 0$

Μια αύξηση του ενός συντελεστή συνεπάγεται μείωση του άλλου για να διατηρηθεί το ίδιο επίπεδο παραγωγής.



# Ιδιότητες των καμπυλών ίσου προϊόντος 2/2

## 3. Δεν τέμνονται

Το σημείο τομής θα αντιπροσώπευε δύο διαφορετικά επίπεδα παραγωγής στην ίδια καμπύλη ίσου προϊόντος.

4. Είναι **κυρτές** ως προς την αρχή των αξόνων.

5. Ο αριθμός που αντιστοιχεί σε κάθε καμπύλη ίσου προϊόντος δεν είναι απλός δείκτης αλλά έχει σημασία και σαν **απόλυτο μέγεθος**.



# Ο Οριακός Λόγος Τεχνικής Υποκατάστασης (*MRTS*)

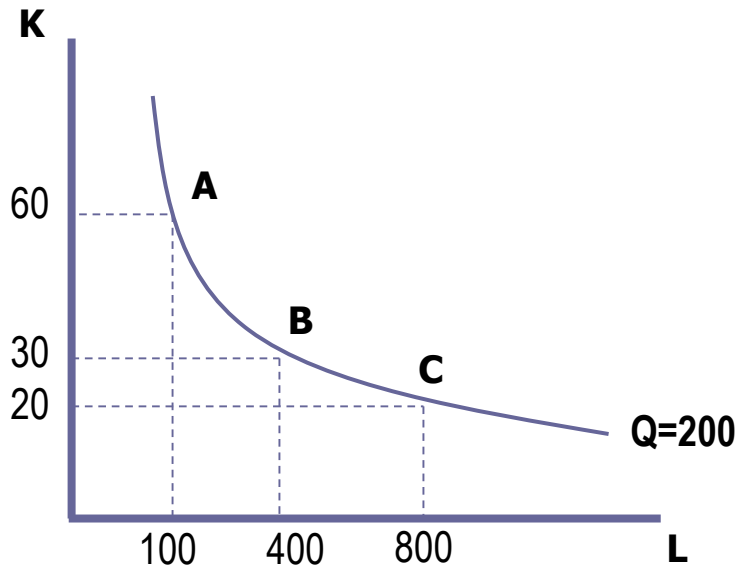
- Η αρνητική κλίση της καμπύλης ίσου προϊόντος συνεπάγεται υποκατάσταση.
- Με τι ρυθμό πραγματοποιείται η υποκατάσταση;
- **Οριακός Λόγος Τεχνικής Υποκατάστασης (*MRTS*):**
- Η ποσότητα του ενός συντελεστή που πρέπει να εγκαταλειφθεί για να χρησιμοποιηθεί μια επιπλέον μονάδα του άλλου συντελεστή έτσι ώστε το επίπεδο παραγωγής να παραμείνει αμετάβλητο.

$$MRTS_{L,K} = \left| \frac{\Delta K}{\Delta L} \right|_{Q^0} \quad \text{ή} \quad MRTS_{L,K} = - \frac{\Delta K}{\Delta L} \Big|_{Q^0}$$





# Παράδειγμα 1 1/2

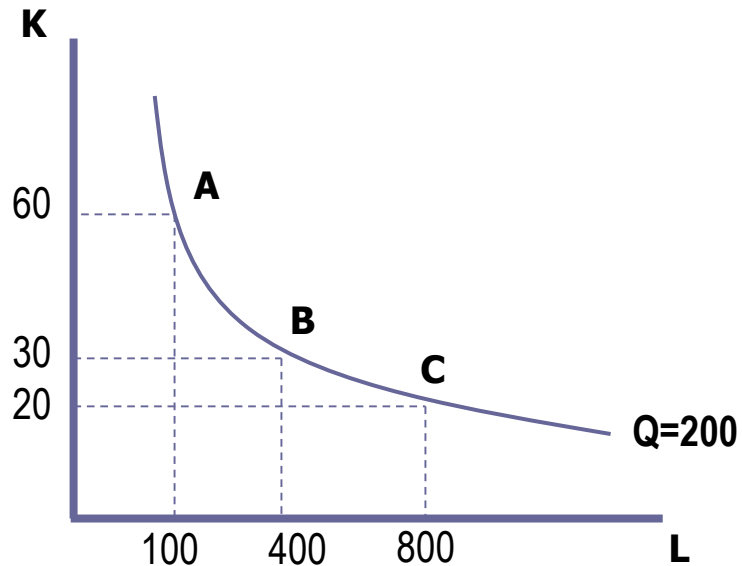


## Ερμηνεία

Από το σημείο A στο σημείο B για κάθε μονάδα εργασίας που προστίθεται πρέπει να αφαιρούνται **κατά μέσο όρο 0,1** μονάδες κεφαλαίου ώστε να διατηρηθεί το ύψος παραγωγής στις 200 μονάδες.



# Παράδειγμα 1 2/2



$$A \rightarrow B \quad MRTS_{L,K} = \left| \frac{\Delta K}{\Delta L} \right|_{Q=200} = \left| \frac{30 - 60}{400 - 100} \right| = 0,1$$

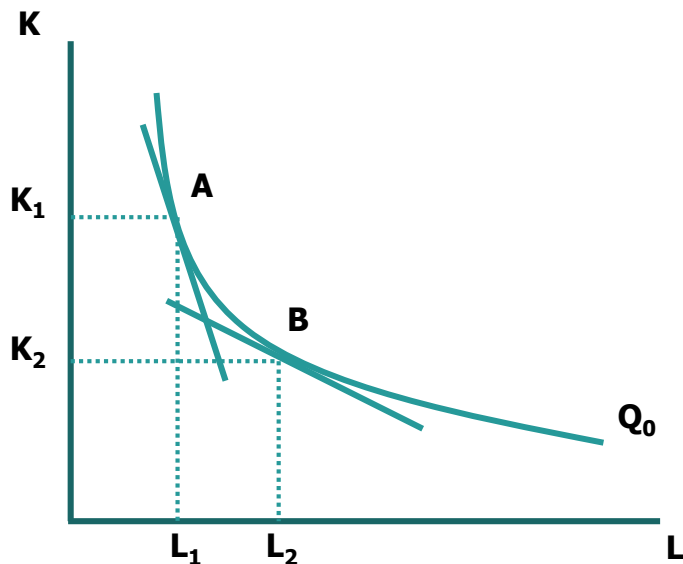
$$B \rightarrow C \quad MRTS_{L,K} = \left| \frac{\Delta K}{\Delta L} \right|_{Q=200} = \left| \frac{20 - 30}{800 - 400} \right| = 0,025$$



# Ο Οριακός Λόγος Τεχνικής Υποκατάστασης (*MRTS*) 1/2

Όταν η συνάρτηση παραγωγής είναι γνωστή

$$MRTS_{L,K} = \left| \frac{dK}{dL} \right|_{Q^0} \quad \text{ή} \quad MRTS_{L,K} = - \frac{dK}{dL} \Big|_{Q^0}$$

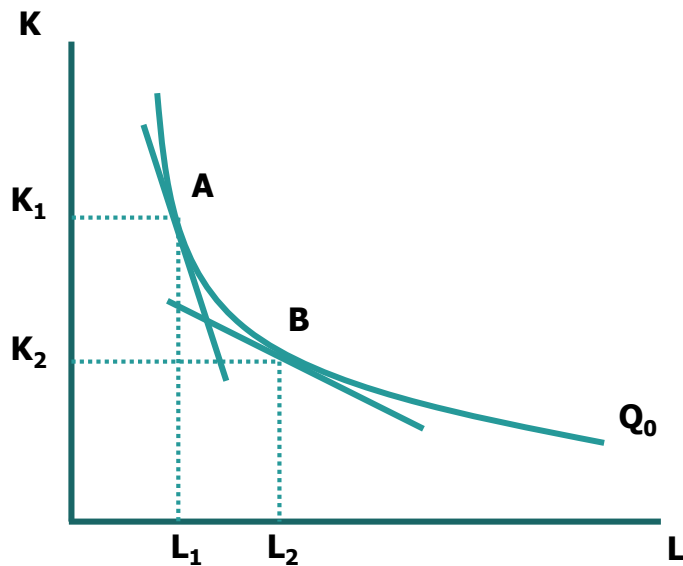




# Ο Οριακός Λόγος Τεχνικής Υποκατάστασης (*MRTS*) 2/2

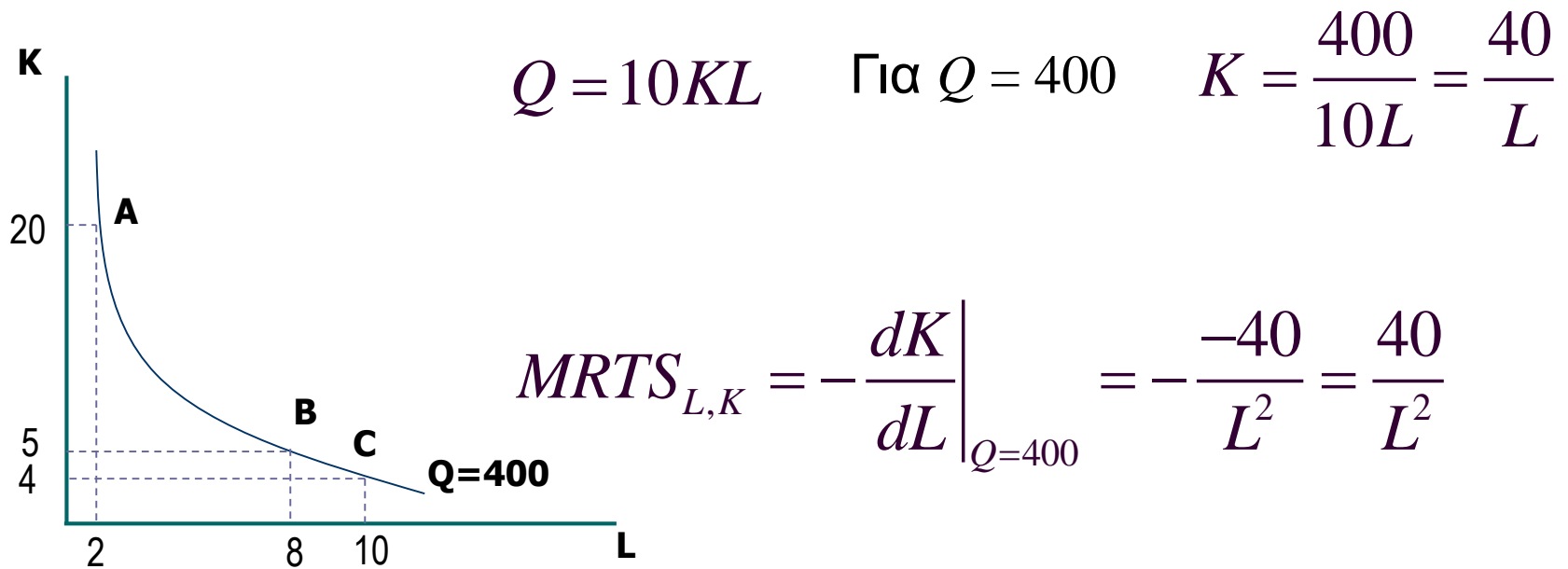
Υπολογίζεται σε κάθε σημείο της καμπύλης ίσου προϊόντος.

Ισοδυναμεί με την απόλυτη τιμή της κλίσης της εφαπτομένης στο συγκεκριμένο σημείο.



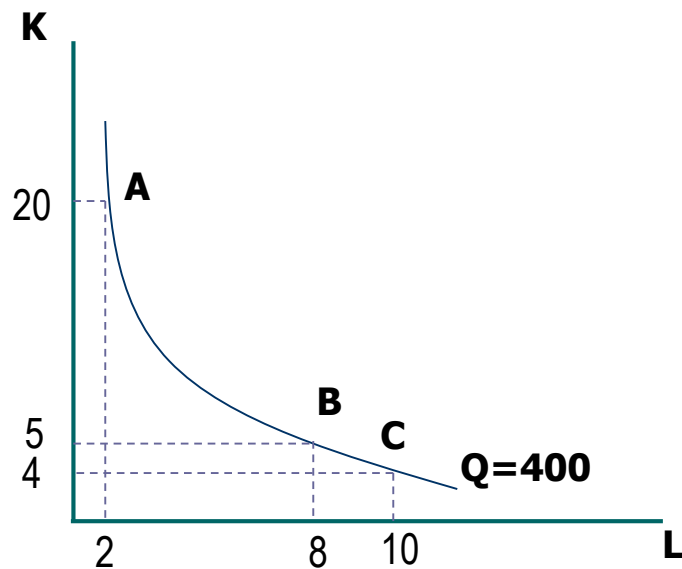


# Παράδειγμα 2 1/2





# Παράδειγμα 2 2/2



$$A \rightarrow MRTS_{L,K} = \frac{40}{2^2} = 10$$

$$B \rightarrow MRTS_{L,K} = \frac{40}{8^2} = 0,625$$

$$C \rightarrow MRTS_{L,K} = \frac{40}{10^2} = 0,4$$



# Υπολογισμός ΟΛΤΥ

Εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού του  $MRTS$

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial L} dL + \frac{\partial Q}{\partial K} dK = MP_L \cdot dL + MP_K \cdot dK$$

$$Q \text{ σταθερό} \rightarrow dQ = 0$$

$$MP_L \cdot dL + MP_K \cdot dK = 0$$

$$\frac{MP_L}{MP_K} = -\frac{dK}{dL} = MRTS_{L,K}$$



# Παράδειγμα 3 (1/2)

$$Q = 10KL$$

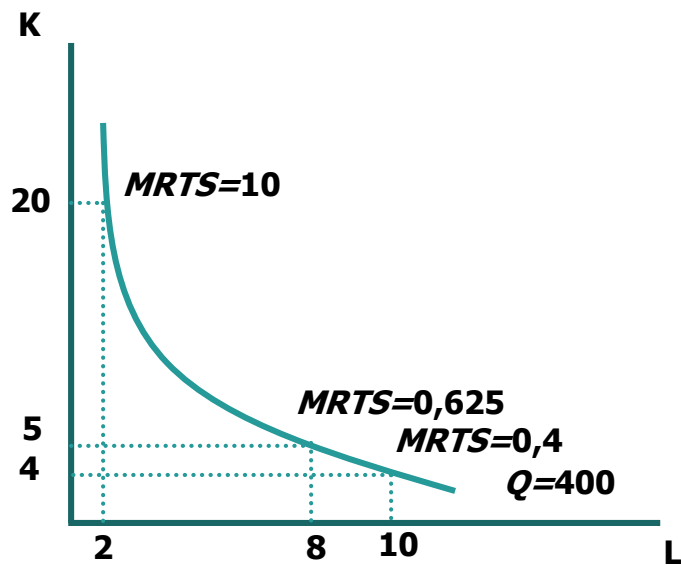
$$MRTS_{L,K} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{10K}{10L} = \frac{K}{L}$$

	<i>K</i>	<i>L</i>	<i>MRTS</i>
A	20	2	10
B	5	8	0,625
C	4	10	0,4





# Παράδειγμα 3 (2/2)



Κυρτές καμπύλες ίσου προϊόντος.



Ο.Λ.Τ.Υ συνεχώς μειώνεται.



# Βιβλιογραφία 1/2

1. Η Ελληνική μετάφραση του “Microeconomics” , Besanko David A., Braeutigam Ronald R., John Wiley & Sons, Inc.2008

**Besanko David A., Braeutigam Ronald R.**

**ΜΙΚΡΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ**

**Εκδόσεις Γ. ΔΑΡΔΑΝΟΣ – Κ.ΔΑΡΔΑΝΟΣ Ο.Ε. 2009**

2. Η Ελληνική μετάφραση του “Microeconomics” , M. L. Katz and H. S. Rosen, McGraw Hill Companies Inc. 1998.

**M. L. Katz and H. S. Rosen**

**ΜΙΚΡΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ**

**Εκδόσεις: ΕΠΙΚΕΝΤΡΟ, 2007**



# Βιβλιογραφία 2/2

3. Η Ελληνική μετάφραση του “Microeconomics” , Μ. Chacholiades, Macmillan Publishing Company. 1986.

**M. Chacholiades**

**ΜΙΚΡΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ Ι**

**Εκδόσεις: ΚΡΙΤΙΚΗ, 1990**



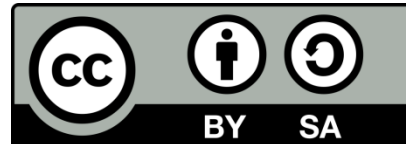
# Λέξεις – έννοιες κλειδιά

- Καμπύλη ίσου προϊόντος, Οριακός Λόγος Τεχνικής Υποκατάστασης, νόμος του φθίνοντος ΟΛΤΥ.



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.





# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





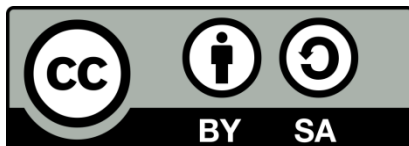
# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών 2014. Τμήμα Αγροτικής Οικονομίας και Ανάπτυξης, Λαζαρίδης Παναγιώτης, «Μικροοικονομική Ανάλυση 1». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:  
<https://mediasrv.aua.gr/eclass/courses/OCDAERD103/>



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων, π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Η άδεια αυτή ανήκει στις άδειες που ακολουθούν τις προδιαγραφές του Ορισμού Ανοικτής Γνώσης [2], είναι ανοικτό πολιτιστικό έργο [3] και για το λόγο αυτό αποτελεί ανοικτό περιεχόμενο [4].

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

[2] <http://opendefinition.org/okd/ellinika/>

[3] <http://freedomdefined.org/Definition/EI>

[4] <http://opendefinition.org/buttons/>





# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.