



Βασικές Διεργασίες Μηχανικής Τροφίμων

Ενότητα 3:

Ξήρανση (1/2), 1ΔΩ

Τμήμα: Επιστήμης Τροφίμων και Διατροφής Του Ανθρώπου

Σταύρος Π. Γιαννιώτης, Καθηγητής Μηχανικής Τροφίμων



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ





Μαθησιακοί Στόχοι

- Βασικές έννοιες ξήρανσης
- Κατασκευή καμπυλών ξήρανσης
- Υπολογισμός του ρυθμού ξήρανσης
- Υπολογισμός του χρόνου ξήρανσης με τη βοήθεια της καμπύλης του ρυθμού ξήρανσης
- Υπολογισμός του χρόνου ξήρανσης με τη βοήθεια θεωρητικών σχέσεων



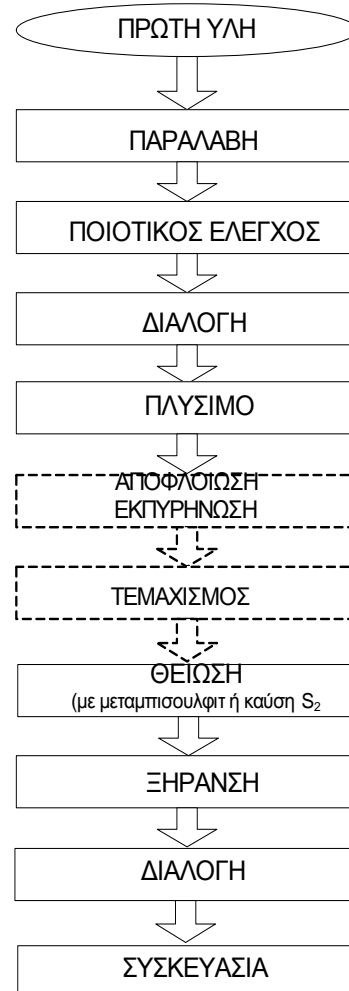
Λέξεις Κλειδιά

- Ελεύθερη υγρασία
- Υγρασία ισορροπίας
- Καμπύλη ξήρανσης
- Ρυθμός ξήρανσης
- Σταθερός ρυθμός ξήρανσης
- Μειούμενος ρυθμός ξήρανσης
- Κρίσιμη υγρασία
- Υγρασία ισορροπίας



Παράδειγμα Ξήρανσης

ΞΗΡΑΝΣΗ ΦΡΟΥΤΩΝ





Ορισμοί 1/2

- Υγρασία σε ξηρή βάση

$$X = \frac{B_{\text{ΝΠ}} - B_{\text{ΞΟ}}}{B_{\text{ΞΟ}}} \frac{\text{kg νερο } \acute{\upsilon}}{\text{kg ξηράς ουσίας}}$$

- Υγρασία σε νωπή βάση

$$M = \frac{B_{\text{ΝΠ}} - B_{\text{ΞΟ}}}{B_{\text{ΝΠ}}} \frac{\text{kg νερού}}{\text{kg νωπού προϊόντος}}$$

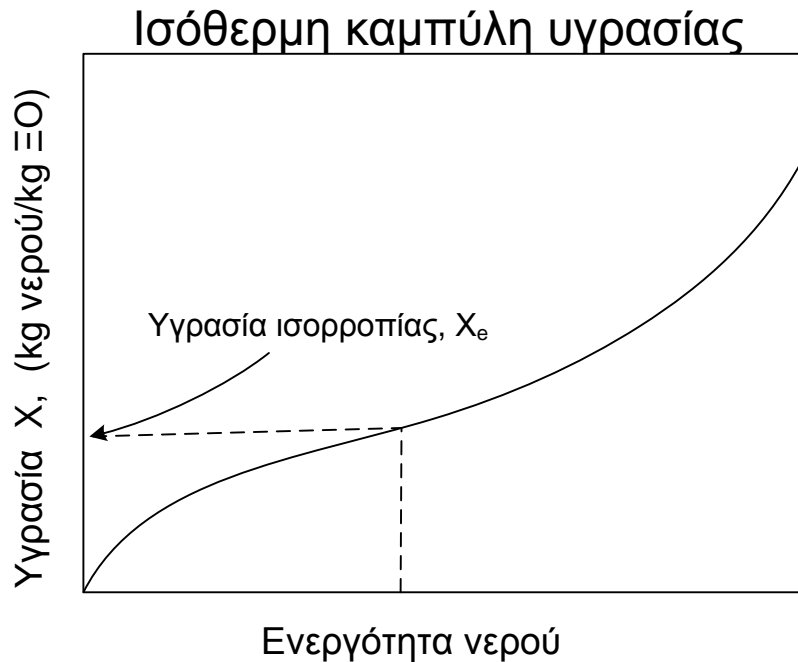
ή

$$M = \frac{X}{1 + X}$$

όπου $B_{\text{ΝΠ}}$ Βάρος Νωπού Προϊόντος
 $B_{\text{ΞΟ}}$ Βάρος Ξηράς Ουσίας



Ορισμοί 2/2



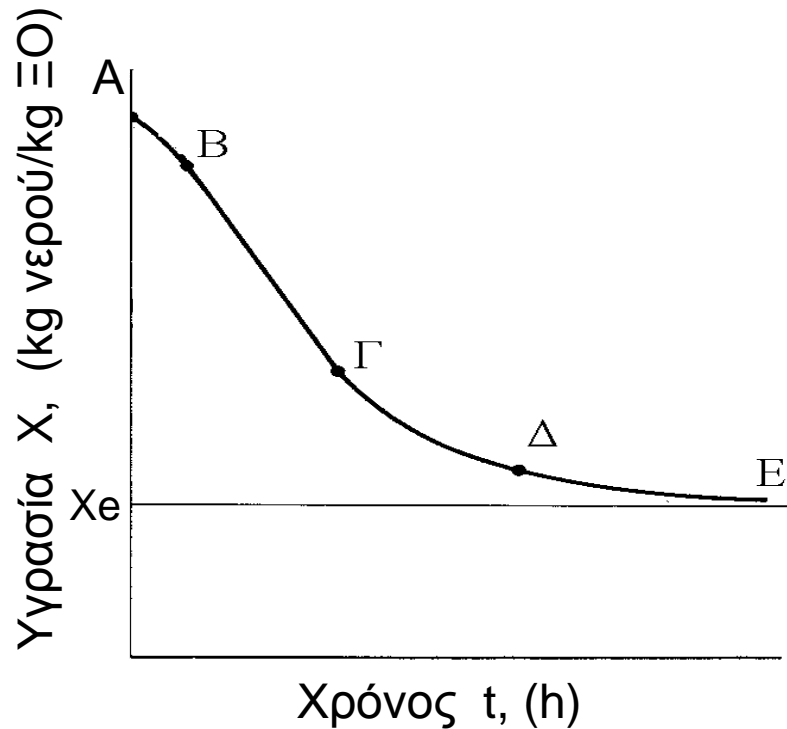
Υγρασία ισορροπίας σε συγκεκριμένες συνθήκες θερμοκρασίας και σχετικής υγρασίας είναι η υγρασία που αποκτά το στερεό μετά από έκθεση του για μεγάλο χρόνο στις συνθήκες αυτές. Μπορεί να ευρεθεί από την ισόθερμη καμπύλη υγρασίας του προϊόντος.

Ελεύθερη υγρασία είναι η επιπλέον υγρασία που έχει το στερεό πάνω από την υγρασία ισορροπίας.



Καμπύλες Ξήρανσης 1/2

Καμπύλη υγρασίας-χρόνου



Από την κλίση της καμπύλης υγρασίας-χρόνου υπολογίζεται ο ρυθμός ξήρανσης R

$$R = -\frac{B_{\Xi O}}{A} \frac{dX}{dt} \quad (\text{kg H}_2\text{O/h m}^2)$$

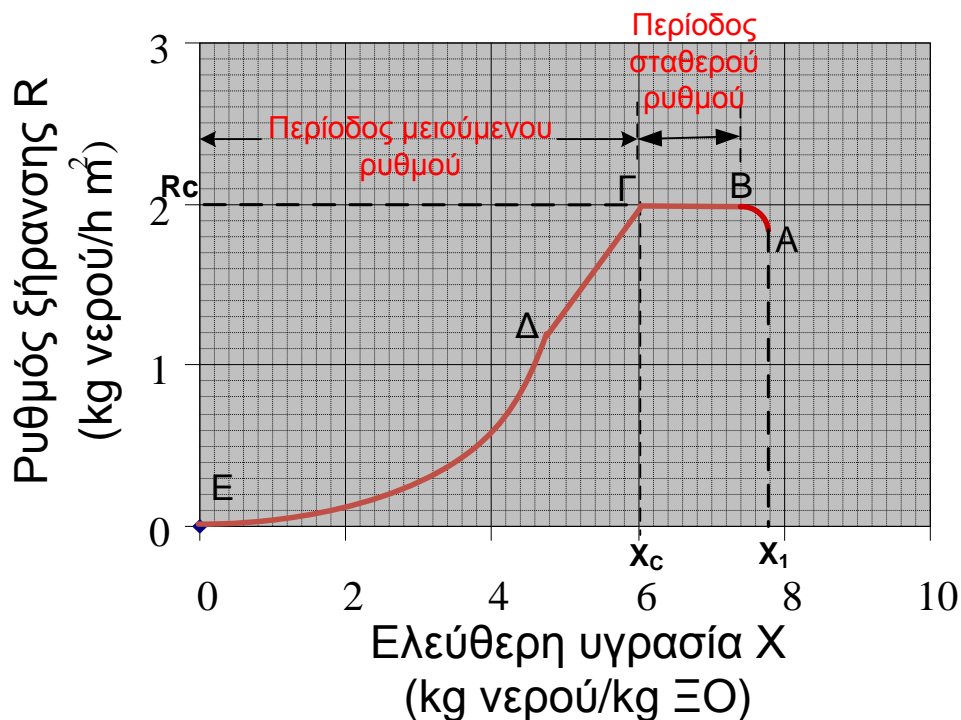
όπου A επιφάνεια ξήρανσης
 X_e υγρασία ισορροπίας



Καμπύλες Ξήρανσης 2/2

Καμπύλη ρυθμού ξήρανσης

Ο ρυθμός ξήρανσης ως συνάρτηση της υγρασίας ή της ελεύθερης υγρασίας ή του χρόνου



Στην καμπύλη μπορεί να διακρίνονται τα τμήματα:

- AB περίοδος προσαρμογής της θερμοκρασίας του προϊόντος στη θερμοκρασία ξήρανσης
- BΓ περίοδος σταθερού ρυθμού ξήρανσης
- ΓΔ 1η περίοδος μειούμενου ρυθμού ξήρανσης (γραμμικό τμήμα)
- ΔΕ 2η περίοδος μειούμενου ρυθμού ξήρανσης
- X_c κρίσιμη υγρασία
- R_c κρίσιμος ρυθμός ξήρανσης

Τα σημεία A, B, Γ, Δ, E αντιστοιχούν σε αυτά της καμπύλης Υγρασίας-Χρόνου



Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

1/19

με τη Βοήθεια της Καμπύλης Ρυθμού Ξήρανσης.

Από την ολοκλήρωση της σχέσης του ρυθμού ξήρανσης :

$$R = -\frac{B_{\Xi O}}{A} \frac{dX}{dt}$$

προκύπτει:

$$\int_0^t dt = -\frac{B_{\Xi O}}{A} \int_{X_1}^{X_2} \frac{dX}{R}$$



Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

2/19

1) Με τη Βοήθεια της Καμπύλης Ρυθμού Ξήρανσης

A) Περίοδος Σταθερού Ρυθμού Ξήρανσης

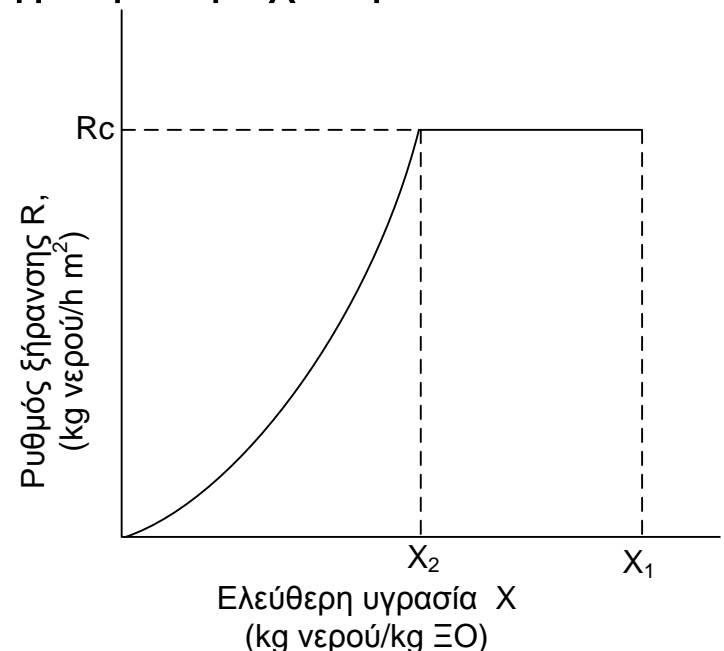
Ο ρυθμός R είναι σταθερός οπότε η προηγούμενη σχέση δίνει:

$$\int_0^t dt = - \frac{B_{\Xi O}}{A} \int_{X_1}^{X_2} \frac{dX}{R}$$

απ' όπου προκύπτει:

$$t = \frac{B_{\Xi O}}{AR_C} (X_1 - X_2)$$

όπου R_C ο σταθερός ρυθμός ξήρανσης





Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

3/19

B) Περίοδος Μειούμενου Ρυθμού Ξήρανσης

1) Γενική περίπτωση

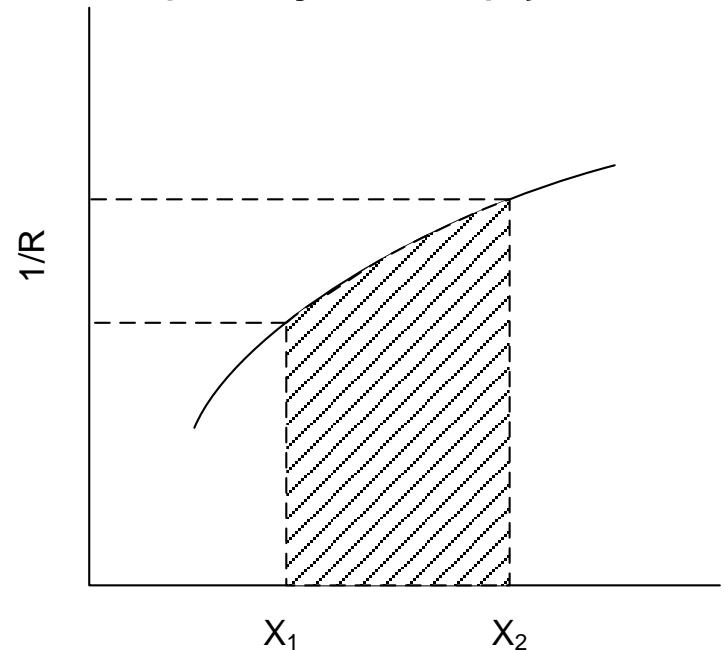
Το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής της καμπύλης $1/R$ ως προς X δίνει το ολοκλήρωμα $\int_{X_1}^{X_2} \frac{dX}{R}$ και επομένως υπολογίζεται ο χρόνος t , δηλαδή:

Από τη σχέση

$$\int_0^t dt = - \frac{B_{\Xi O}}{A} \int_{X_1}^{X_2} \frac{dX}{R}$$

προκύπτει:

$$t = - \frac{B_{\Xi O}}{A} \int_{X_1}^{X_2} \frac{dX}{R}$$





Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

4/19

2) Ειδική περίπτωση:

Εάν θεωρηθεί ότι ο ρυθμός ξήρανσης είναι γραμμική συνάρτηση του X , δηλαδή:

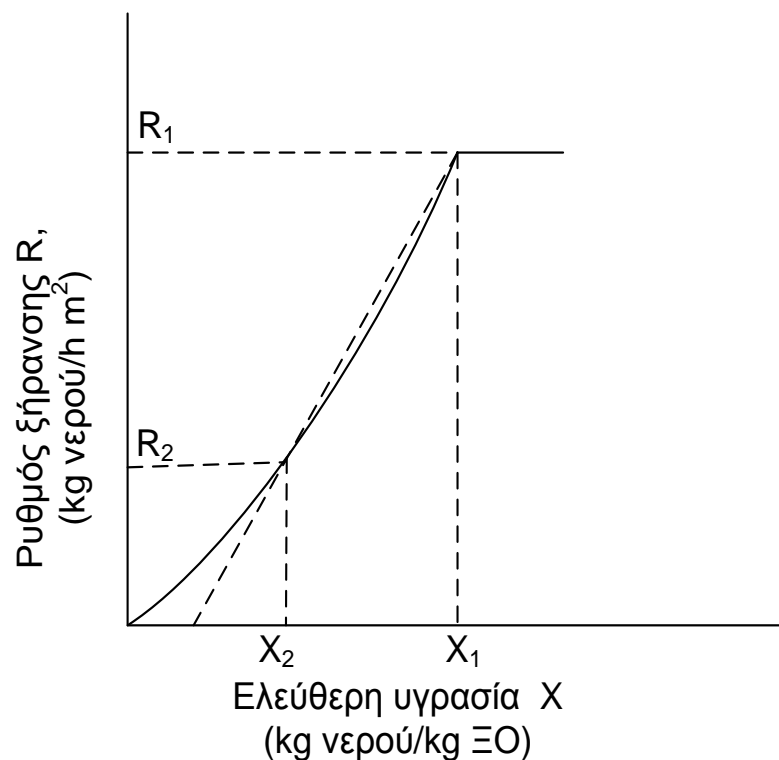
$$R = \alpha X + \beta$$

Τότε από τη σχέση

$$\int_0^t dt = - \frac{B_{\Xi O}}{A} \int_{X_1}^{X_2} \frac{dX}{R}$$

και $dR = \alpha dX$

$$\alpha = \frac{R_1 - R_2}{X_1 - X_2}$$



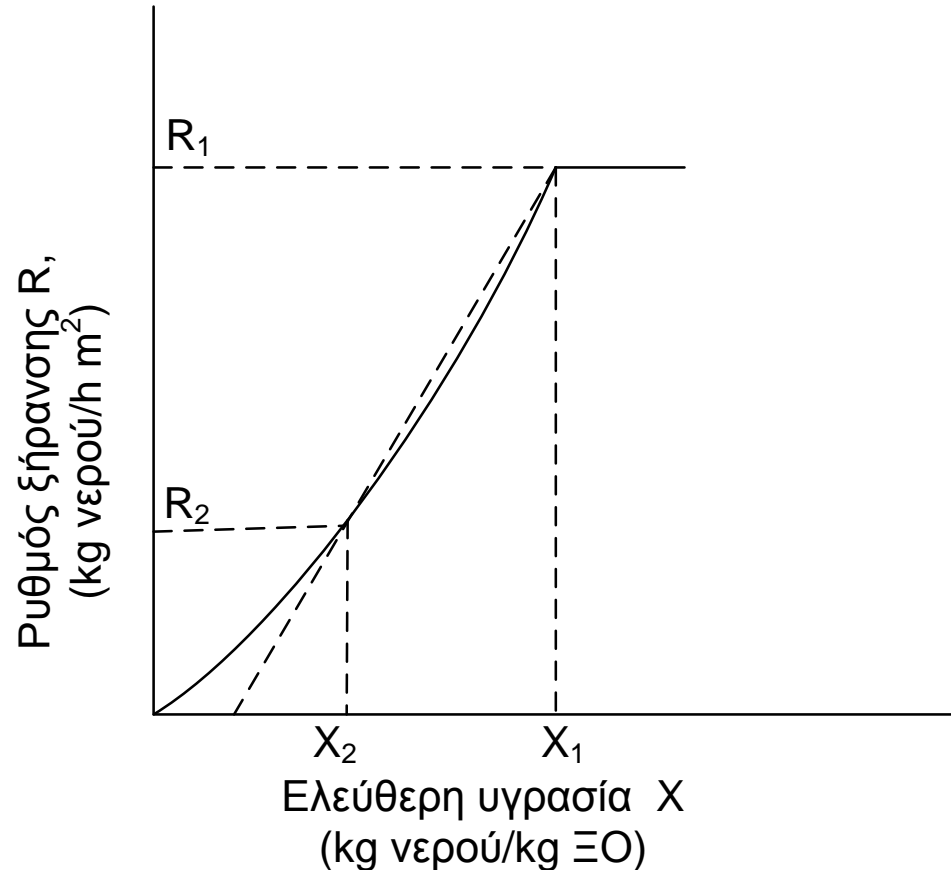


Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

5/19

προκύπτει ο χρόνος t για ξήρανση από X_1 έως X_2 :

$$t = \frac{B_{\Xi O}(X_1 - X_2)}{A(R_1 - R_2)} \ln \frac{R_1}{R_2}$$



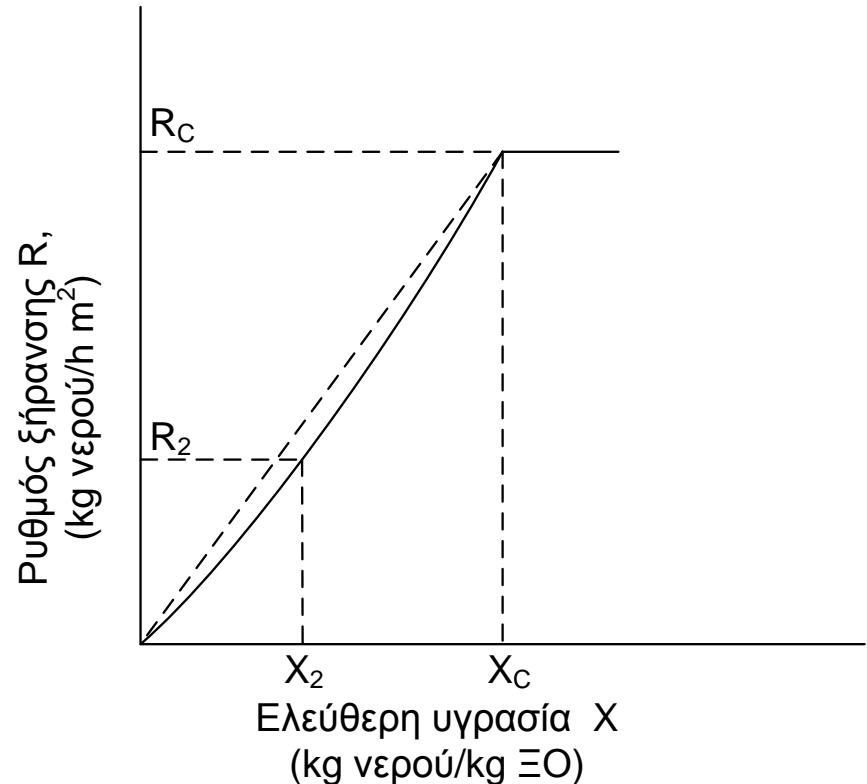


Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

6/19

Εάν ολόκληρη η περίοδος του μειούμενου ρυθμού ξήρανσης μπορεί να θεωρηθεί ως γραμμική που περνά από την αρχή των αξόνων, τότε:

$$t = \frac{B_{\Xi O} X_C}{AR_C} \ln \frac{X_C}{X_2}$$





Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

7/19

Παράδειγμα

Εκατό kg ενός προϊόντος με αρχική υγρασία 90% τοποθετούνται σε ένα ξηραντήριο για να αφυδατωθούν μέχρι 20% υγρασία. Η υγρασία ισορροπίας στις συνθήκες του ξηραντηρίου είναι 0.1 kg νερού/kg ΞΟ. Η επιφάνεια του προϊόντος που εκτίθεται στον αέρα ξήρανσης είναι 30 m². Να υπολογιστεί ο απαιτούμενος χρόνος ξήρανσης. Η καμπύλη του ρυθμού ξήρανσης του συγκεκριμένου προϊόντος υπό τις συνθήκες ξήρανσης που θα γίνει η ξήρανση έχει πειραματικά προσδιοριστεί και δίνεται στο επόμενο διάγραμμα.

Λύση

1) Χρόνος σταθερού ρυθμού ξήρανσης

- Το βάρος της ξηράς ουσίας είναι:

$$B_{\Xi O} = 100 \text{ kg προϊόντος} \times (1 - 0.90) \frac{\text{kg } \Xi O}{\text{kg προϊόντος}} = 10 \text{ kg } \Xi O$$





Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

8/19

- Η υγρασία σε ξηρή βάση είναι

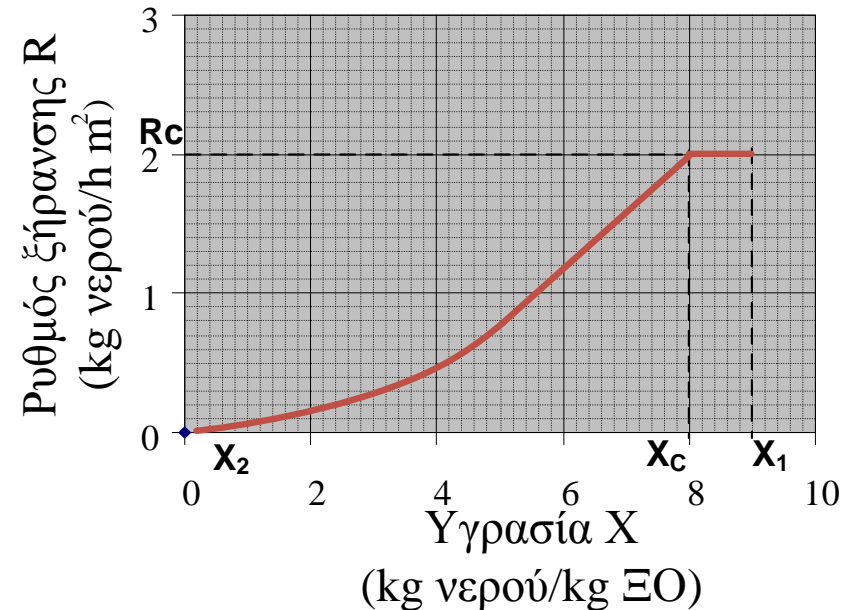
$$X_1 = \frac{90}{10} = 9 \frac{\text{kg νερού}}{\text{kg ΞΟ}}$$

$$X_2 = \frac{20}{80} = 0.25 \frac{\text{kg νερού}}{\text{kg ΞΟ}}$$

- Από το διάγραμμα του ρυθμού ξήρανσης προκύπτει ότι:

$$X_c = 8 \text{ kg νερού} \cdot \text{h}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

$$R_c = 2 \text{ kg νερού} \cdot \text{h}^{-1} \text{ m}^{-2}$$





Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

9/19

1) Περίοδος σταθερού ρυθμού ξήρανσης

$$t_1 = \frac{B_{\Xi O}}{AR_C} (X_1 - X_c) = \frac{10 \text{ kg } \Xi O}{30 \text{ m}^2 \times 2 \text{ kg νερου h}^{-1} \text{ m}^{-2}} (9 - 8) \frac{\text{kg νερου}}{\text{kg } \Xi O} = 0.17 \text{ h}$$

2) Περίοδος μειούμενου ρυθμού ξήρανσης

Θεωρώντας ότι ολόκληρη η περίοδος του μειούμενου ρυθμού ξήρανσης μπορεί να προσεγγιστεί ως ευθεία γραμμή που περνά από την αρχή των αξόνων, ο χρόνος θα είναι:

$$t_2 = \frac{B_{\Xi O} X_C}{AR_C} \ln \frac{X_C}{X_2} = \frac{10 \times 8}{30 \times 2} \ln \frac{8}{0.25} = 4.62 \text{ h}$$

3) Συνολικός χρόνος

$$t = t_1 + t_2 = 0.17 + 4.62 = 4.79 \text{ h}$$



Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

10/19

1) Με τη Βοήθεια Θεωρητικών Σχέσεων

A) Περίοδος Σταθερού Ρυθμού Ξήρανσης

Εάν η θερμότητα μεταφέρεται μόνο με συναγωγή, τότε:

$$R_c = \frac{q_a}{A\lambda_w} = \frac{q_\lambda}{A\lambda_w} \left(\frac{\text{kJ/s}}{\text{m}^2 \text{kJ/kgH}_2\text{O}} \right) \dot{\eta} \left(\frac{\text{kgH}_2\text{O}}{\text{m}^2\text{s}} \right)$$

Επειδή:

$$q_a = hA(T - T_w)$$

και

$$q_\lambda = 18N_w\lambda_w = 29k_y\lambda_w A(Y_w - Y) = k'_y\lambda_w A(Y_w - Y)$$



Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

11/19

Προκύπτει:

$$R_C = \frac{hA(T - T_w)}{A\lambda_w} = \frac{k'_y \lambda_w A (Y_w - Y)}{A\lambda_w}$$

ή

$$R_C = \frac{h}{\lambda_w} (T - T_w) = k'_y (Y_w - Y)$$

και τελικά ο χρόνος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$t = \frac{B_{\Xi O}}{AR_C} (X_1 - X_C)$$



Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης 12/19

Ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας μπορεί να υπολογιστεί από γνωστές σχέσεις τύπου $Nu=f(Re,Pr)$ ή και ειδικότερα από τις σχέσεις:

- Ροή παράλληλη προς την επιφάνεια

$$h = 0,0204G^{0,8}$$

- Ροή κάθετη προς την επιφάνεια

$$h = 1,17 G^{0,37}$$

όπου

h συντελεστής μεταφοράς θερμότητας, W/m^2K

G ταχύτητα μάζας, $kg/h m^2$ ($G=v\rho$)



Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

13/19

B) Περίοδος Μειούμενου Ρυθμού Ξήρανσης

α) Κίνηση του νερού με διάχυση

Από το 2^ο νόμο του Fick $\frac{\partial X}{\partial t} = D \frac{\partial^2 X}{\partial z^2}$

για σώμα σε σχήμα πλάκας και $Biot > 40$ γνωρίζουμε ότι:

$$\frac{X_t - X_e}{X_0 - X_e} = \frac{8}{\pi^2} \left[e^{-\frac{\pi^2}{4} Fo} + \frac{1}{9} e^{-\frac{9\pi^2}{4} Fo} + \frac{1}{25} e^{-\frac{25\pi^2}{4} Fo} + \dots \right]$$

όπου X_t μέση υγρασία του σώματος σε χρόνο t

X_0 αρχική υγρασία

X_e υγρασία ισορροπίας

Fo αριθμός Fourier ($Fo = \frac{Dt}{z^2}$)



Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

14/19

Εάν $F_0 > 0.2$, τότε η προηγούμενη σχέση προσεγγίζεται με ικανοποιητική ακρίβεια από:

$$\frac{X_t - X_e}{X_0 - X_e} = \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4} F_0}$$

από όπου τελικά:

$$t = \frac{4z^2}{\pi^2 D} \ln \frac{8(X_0 - X_e)}{\pi^2 (X_t - X_e)}$$



Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

15/19

β) Κίνηση του νερού μέσω τριχοειδών αγγείων

$$t = \frac{z\rho\lambda_w(X_0 - X_e)}{h(T - T_w)} \ln \frac{X_0 - X_e}{X_t - X_e}$$



Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

16/19

Παράδειγμα

Εκατό kg ενός προϊόντος με αρχική υγρασία 90% τοποθετούνται σε ένα ξηραντήριο για να αφυδατωθούν μέχρι 20% υγρασία. Η κρίσιμη υγρασία είναι 8 kg νερού/kg ΞΟ, η υγρασία ισορροπίας στις συνθήκες του ξηραντηρίου είναι 0.1 kg νερού/kg ΞΟ, ενώ ο συντελεστής διάχυσης της υγρασίας στο στερεό είναι $9 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$. Η επιφάνεια του προϊόντος που εκτίθεται στον αέρα ξήρανσης είναι 30 m^2 , και το βάθος του προϊόντος στα ταψιά που είναι τοποθετημένο είναι 1 cm. Ο αέρας ξήρανσης με θερμοκρασία 60°C και αρχική απόλυτη υγρασία 8 g νερού/kg ξηρού αέρα ρέει παράλληλα προς την επιφάνεια κάθε ταψιού με ταχύτητα 4 m/s. Να υπολογιστεί ο απαιτούμενος χρόνος ξήρανσης.

Λύση

1) Χρόνος σταθερού ρυθμού ξήρανσης

Από το ψυχομετρικό διάγραμμα ευρίσκουμε:

$$v_H = 0.955 \text{ m}^3 / \text{kg} \Xi\text{A} \quad \text{και} \quad T_w = 26.6^\circ \text{C}$$





Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

17/19

Η πυκνότητα του αέρα είναι:

$$\rho = \frac{1+Y}{v_H} = \frac{1+0.008 \text{ kg/kg ΞΑ}}{0.955 \text{ m}^3/\text{kg ΞΑ}} = 1.055 \text{ kg/m}^3$$

Η ταχύτητα μάζας του αέρα είναι:

$$G = v \rho = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \times 1.055 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 15192 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{h}}$$

Ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας είναι:

$$h = 0.0204 G^{0.8} = 0.0204 \times 15192^{0.8} = 45.2 \text{ W/m}^2 \text{K}$$





Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

18/19

Ο ρυθμός ξήρανσης την περίοδο του σταθερού ρυθμού είναι:

$$R_C = \frac{h}{\lambda_w} (T - T_w) = \frac{45.2 \times 3600}{2438 \times 1000} (60 - 26.6) = 2.23 \frac{\text{kg νερού}}{\text{h m}^2}$$

Το βάρος της ξηράς ουσίας είναι:

$$B_{\Xi O} = 100 \text{ kg προϊόντος} \times (1 - 0.90) \frac{\text{kg } \Xi O}{\text{kg προϊόντος}} = 10 \text{ kg } \Xi O$$

Η αρχική υγρασία είναι:

$$X_1 = \frac{90}{10} = 9 \frac{\text{kg νερό } \upsilon}{\text{kg } \Xi O}$$

Ο χρόνος ξήρανσης για την περίοδο σταθερού ρυθμού είναι:

$$t_1 = \frac{B_{\Xi O}}{AR_C} (X_1 - X_C) = \frac{10}{30 \times 2.23} (9 - 8) = 0.15 \text{ h}$$





Υπολογισμός του Χρόνου Ξήρανσης

19/19

2) Περίοδος μειούμενου ρυθμού ξήρανσης

Εάν υποθεθεί ότι η κίνηση του νερού γίνεται με διάχυση κατά την περίοδο του μειούμενου ρυθμού ξήρανσης, ο χρόνος ξήρανσης από την κρίσιμη υγρασία μέχρι X_t , όπου:

$$X_t = \frac{20}{80} = 0.25 \frac{\text{kg νερού}}{\text{kg ΞΟ}} \quad \text{και} \quad X_e = 0.1 \frac{\text{kg νερού}}{\text{kg ΞΟ}}$$

θα είναι:

$$t_2 = \frac{4z^2}{\pi^2 D} \ln \frac{8(X_0 - X_e)}{\pi^2 (X_t - X_e)} = \frac{4 \times 0.01^2}{\pi^2 \times 9 \times 10^{-9}} \ln \frac{8}{\pi^2} \frac{8 - 0.1}{0.25 - 0.1} = 4.70$$

3) Συνολικός χρόνος

$$t = t_1 + t_2 = 0.15 + 4.70 = 4.85 \text{ h}$$



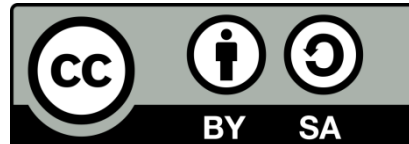
Βιβλιογραφία

- Σ. Γιαννιώτη, Παραδόσεις Μηχανικής Τροφίμων
- S. Yanniotis, Solving Problems in Food Engineering, Springer
- Χ. Λαζαρίδης, Μηχανική Τροφίμων, Εκδόσεις Γιαχούδη-Γιαπουλή
- P.R.Singh & D.R. Heldman, Introduction to Food Engineering, Academic Press
- Mac Cabe & Smith, Βασικές Διεργασίες Χημικής Μηχανικής
- C. Geankoplis, Transport Processes and Unit Operations



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.





Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





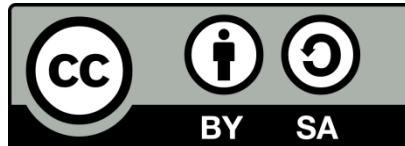
Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Επιστήμης Τροφίμων και Διατροφής του Ανθρώπου, Στάυρος Π. Γιαννιώτης. «Βασικές Διεργασίες Μηχανικής Τροφίμων». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://mediasrv.aua.gr/eclass/courses/OCDFSHN108/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων, π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Η άδεια αυτή ανήκει στις άδειες που ακολουθούν τις προδιαγραφές του Ορισμού Ανοικτής Γνώσης [2], είναι ανοικτό πολιτιστικό έργο [3] και για το λόγο αυτό αποτελεί ανοικτό περιεχόμενο [4].

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

[2] <http://opendefinition.org/okd/ellinika/>

[3] <http://freedomdefined.org/Definition/EI>

[4] <http://opendefinition.org/buttons/>



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
 - το Σημείωμα Αδειοδότησης
 - τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
 - το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)
- μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.