



ΓΕΩΠΟΝΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

AGRICULTURAL UNIVERSITY OF ATHENS

Οικονομετρία

Συστήματα συναληθουσών
εξισώσεων
Συνθήκες ταυτοποίησης

Τμήμα: Αγροτικής Οικονομίας & Ανάπτυξης

Διδάσκων: Λαζαρίδης Παναγιώτης



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





Μαθησιακοί Στόχοι

- Γνώση και κατανόηση των συνθηκών (τάξης και βαθμού) κάτω από τις οποίες μία διαρθρωτική εξίσωση ενός συστήματος ταυτοποιείται.
- Ικανότητα διερεύνησης των συνθηκών ταυτοποίησης μιας διαρθρωτικής εξίσωσης.



Συνθήκες ταυτοποίησης 1/12

Στην περίπτωση 2 εξισώσεων παρατηρούμε:

Μια διαρθρωτική εξίσωση ταυτοποιείται όταν δεν περιλαμβάνει μια μεταβλητή που υπάρχει όμως στην άλλη εξίσωση.

Μια διαρθρωτική εξίσωση δεν ταυτοποιείται όταν περιλαμβάνει όλες τις μεταβλητές που υπάρχουν στο υπόδειγμα.

- Γενικά, κάθε μεταβλητή που υπάρχει στο υπόδειγμα και δεν εμφανίζεται σε μια εξίσωση ισοδυναμεί με ένα περιορισμό $\beta_{ij} = 0$
- Κάθε τέτοιος περιορισμός μειώνει τον αριθμό των παραμέτρων β που πρέπει να υπολογιστούν από τις παραμέτρους π .
- Η ταυτοποίηση εξαρτάται από την ύπαρξη τέτοιων περιορισμών.



Συνθήκες ταυτοποίησης 2/12

Συνθήκη Τάξης

G = Ο αριθμός των εξισώσεων του υποδείγματος

M = Ο συνολικός αριθμός των μεταβλητών

H = Ο συνολικός αριθμός των μεταβλητών στην εξίσωση

Μία εξίσωση **ταυτοποιείται** όταν

$$(M - H) \geq (G - 1)$$

Ο αριθμός των μεταβλητών που δεν περιλαμβάνονται στην εξίσωση

Ο αριθμός των εξισώσεων - 1



Συνθήκες ταυτοποίησης 3/12

Μία εξίσωση ταυτοποιείται όταν

$$K^{**} \geq G^* - 1$$

Ο αριθμός των προκαθορισμένων μεταβλητών που δεν περιλαμβάνονται στην εξίσωση

Ο αριθμός των ενδογενών μεταβλητών που περιλαμβάνονται στην εξίσωση - 1

Η συνθήκη τάξης είναι **αναγκαία** αλλά **όχι ικανή**



Συνθήκες ταυτοποίησης 4/12

Συνθήκη Βαθμού

- Δημιουργούμε μία μήτρα με τους συντελεστές όλων των μεταβλητών που δεν περιλαμβάνονται στην συγκεκριμένη εξίσωση.
- Για να ταυτοποιείται η συγκεκριμένη εξίσωση θα πρέπει να είναι υπάρχει μία τουλάχιστον μήτρα διαστάσεων $(G-1) \times (G-1)$, που να προκύπτει από την παραπάνω, η οποία όμως έχει ορίζουσα διάφορη του μηδενός.
- Επειδή οι διαστάσεις της μεγαλύτερης μήτρας με ορίζουσα μη μηδενική είναι ο βαθμός $r(\Delta)$ της μήτρας .
- Συνθήκη βαθμού $r(\Delta)=G-1$



Συνθήκες ταυτοποίησης 5/12

Στον αριθμό των μεταβλητών **δεν λαμβάνεται υπόψη ο σταθερός όρος**

Λαμβάνοντας υπόψη και τις δύο συνθήκες

Μια εξίσωση είναι **ακριβώς ταυτοποιημένη** αν

$$K^{**} = G^{*-1} \quad \text{και} \quad r(\Delta) = G - 1$$

Μια εξίσωση είναι **υπερταυτοποιημένη** αν

$$K^{**} > G^{*-1} \quad \text{και} \quad r(\Delta) = G - 1$$

Μια εξίσωση **δεν ταυτοποιείται** αν

$$K^{**} < G^{*-1} \quad \text{ή} \quad r(\Delta) < G - 1$$



Συνθήκες ταυτοποίησης 6/12

Παράδειγμα 1

$$Q = \alpha_0 + \alpha_1 P + \alpha_2 W + u \quad (1) \quad \beta_{11} Q_t - \beta_{12} P_t - \gamma_{11} 1 - \gamma_{12} W_t + \gamma_{13} I_t = u_{1t}$$

$$Q = \beta_0 + \beta_1 P + \beta_2 I + v \quad (2) \quad \beta_{21} Q_t - \beta_{22} P_t - \gamma_{21} 1 + \gamma_{22} W_t - \gamma_{23} I_t = u_{2t}$$

$$Q_t - \beta_{12} P_t - \gamma_{11} 1 - \gamma_{12} W_t + 0 I_t = u_{1t}$$

$$Q_t - \beta_{22} P_t - \gamma_{21} 1 + 0 W_t - \gamma_{23} I_t = u_{2t}$$

1	Q	P	W	I	K^{**}	$G^* - 1$
$-\gamma_{11}$	1	$-\beta_{12}$	$-\gamma_{12}$	0	1	1
$-\gamma_{12}$	1	$-\beta_{22}$	0	$-\gamma_{23}$	1	1



Συνθήκες ταυτοποίησης 7/12

$$(1) \Delta_1 = [-\gamma_{23}] \Rightarrow r(\Delta_1) = 1 \quad r(\Delta_1) = G - 1 \quad K^{**} = G^* - 1$$

$$(2) \Delta_1 = [-\gamma_{12}] \Rightarrow r(\Delta_2) = 1 \quad r(\Delta_2) = G - 1 \quad K^{**} = G^* - 1$$

(Ακριβώς ταυτοποιημένα)



Συνθήκες ταυτοποίησης 8/12

Παράδειγμα 5

$$Q = \alpha_0 + \alpha_1 P + \alpha_2 I + u$$

$$Q = \beta_0 + \beta_1 P + v$$

1	Q	P	I	K^{**}	$G^* - 1$
$-\alpha_0$	1	$-\alpha_1$	$-\alpha_2$	0	1
$-\beta_0$	1	$-\beta_1$	0	1	1

(1) $\Delta_1 = [0] \Rightarrow r(\Delta_1) = 0$ $r(\Delta_1) < G - 1$ $K^{**} < G^* - 1$
(Δεν ταυτοποιείται)

(2) $\Delta_2 = [-\alpha_2] \Rightarrow r(\Delta_2) = 1$ $r(\Delta_2) = G - 1$ $K^{**} = G^* - 1$
(Ακριβώς ταυτοποιημένη)



Συνθήκες ταυτοποίησης 9/12

Παράδειγμα 6

$$Q = \alpha_0 + \alpha_1 P + \alpha_2 I + \alpha_3 Pop + u$$

$$Q = \beta_0 + \beta_1 P + \beta_2 W + v$$

1	Q	P	I	Pop	W	K^{**}	$G^* - 1$
$-\alpha_0$	1	$-\alpha_1$	$-\alpha_2$	$-\alpha_3$	0	1	1
$-\beta_0$	1	$-\beta_1$	0	0	$-\beta_2$	2	1

$$(1) \Delta_1 = [-\beta_2] \Rightarrow r(\Delta_1) = 1 \quad r(\Delta_1) = G - 1 \quad K^{**} = G^* - 1$$

$$(2) \Delta_2 = [-\alpha_2 \quad -\alpha_3] \Rightarrow r(\Delta_2) = 1 \quad r(\Delta_2) = G - 1 \quad K^{**} > G^* - 1$$

(υπερταυτοτοποιημένη)



Συνθήκες ταυτοποίησης 10/12

Παράδειγμα 7

$$Y_1 = a_0 + \alpha_1 Y_2 + a_2 Y_3 + \alpha_3 X_1 + u_1$$

$$Y_2 = \beta_0 + \beta_1 Y_3 + \beta_2 X_1 + \beta_3 X_2 + u_2$$

$$Y_3 = \gamma_0 + \gamma_1 Y_1 + \gamma_2 X_1 + \gamma_3 X_2 + u_3$$

$$Y_4 = \delta_0 + \delta_1 Y_1 + \delta_2 Y_2 + \delta_3 X_3 + u_4$$

1	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	X_1	X_2	X_3	K^{**}	G^*
$-\alpha_0$	1	$-\alpha_1$	$-\alpha_2$	0	$-\alpha_3$	0	0	2	3
$-\beta_0$	0	1	$-\beta_1$	0	$-\beta_2$	$-\beta_3$	0	1	2
$-\gamma_0$	$-\gamma_1$	0	1	0	$-\gamma_2$	$-\gamma_3$	0	1	2
$-\delta_0$	$-\delta_1$	$-\delta_2$	0	1	0	0	$-\delta_3$	2	3



Συνθήκες ταυτοποίησης 11/12

$$(1) \Delta_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\beta_3 & 0 \\ 0 & -\gamma_3 & 0 \\ 1 & 0 & -\delta_3 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\Delta_1) = 2$$
$$r(\Delta_1) < G - 1 \quad K^{**} = G^* - 1$$

(Δεν ταυτοποιείται)

$$(2) \Delta_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\gamma_1 & 0 & 0 \\ -\delta_1 & 1 & -\delta_3 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\Delta_2) = 2$$
$$r(\Delta_2) < G - 1 \quad K^{**} = G^* - 1$$

(Δεν ταυτοποιείται)



Συνθήκες ταυτοποίησης 12/12

$$(3) \quad \Delta_3 = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -\delta_2 & 1 & -\delta_3 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\Delta_3) = 2$$
$$r(\Delta_3) < G - 1 \quad K^{**} = G^* - 1$$

(Δεν ταυτοποιείται)

$$(4) \quad \Delta_4 = \begin{bmatrix} -\alpha_2 & -a_3 & 0 \\ -\beta_1 & -\beta_2 & -\beta_3 \\ 1 & -\gamma_2 & -\gamma_3 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\Delta_4) = 3$$
$$r(\Delta_4) = G - 1 \quad K^{**} = G^* - 1$$

(ταυτοποιείται ακριβώς)



Βιβλιογραφία

- **«ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ. ΜΙΑ ΝΕΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ»**

(Τόμοι Α και Β)

J.M. Wooldridge

Εκδόσεις: Παπαζήση

- **«ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ»**

(Τόμοι Α & Β)

Γεώργιος Κ. Χρήστου

Εκδόσεις: Gutenberg.



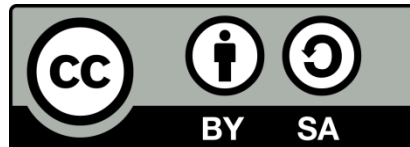
Λέξεις – έννοιες κλειδιά

- Συνθήκες ταυτοποίησης, συνθήκη τάξης, συνθήκη βαθμού, ακριβώς ταυτοποιημένη εξίσωση, υπερταυτοποιημένη εξίσωση, μη ταυτοποιημένη εξίσωση.



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.





Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



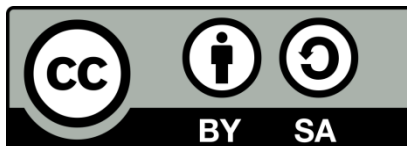
Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών 2014. Τμήμα Αγροτικής Οικονομίας και Ανάπτυξης, Λαζαρίδης Παναγιώτης, «Οικονομετρία». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://mediasrv.aua.gr/eclass/courses/OCDAERD102/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων, π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Η άδεια αυτή ανήκει στις άδειες που ακολουθούν τις προδιαγραφές του Ορισμού Ανοικτής Γνώσης [2], είναι ανοικτό πολιτιστικό έργο [3] και για το λόγο αυτό αποτελεί ανοικτό περιεχόμενο [4].

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

[2] <http://opendefinition.org/okd/ellinika/>

[3] <http://freedomdefined.org/Definition/EI>

[4] <http://opendefinition.org/buttons/>



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
 - το Σημείωμα Αδειοδότησης
 - τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
 - το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)
- μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.