



ΓΕΩΠΟΝΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

AGRICULTURAL UNIVERSITY OF ATHENS

# Οικονομετρία

Συστήματα συναληθουσών  
εξισώσεων

Ανηγγμένη μορφή και  
βασικές υποθέσεις

Τμήμα: Αγροτικής Οικονομίας & Ανάπτυξης

Διδάσκων: Λαζαρίδης Παναγιώτης



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
Πρόγραμμα για το μέλλον  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ





# Μαθησιακοί Στόχοι

- Γνώση και κατανόηση της έννοιας της ανηγμένης μορφής του συστήματος συναληθεουσών εξισώσεων.
- Ικανότητα δημιουργίας της ανηγμένης μορφής του υποδείγματος.
- Γνώση και κατανόηση των βασικών υποθέσεων που αφορούν τα συστήματα συναληθεουσών εξισώσεων.



# Υπόδειγμα και Διάρθρωση

$$Y_1 = \beta_{11} + \beta_{12}Y_2 + \beta_{13}Y_3 + \gamma_{11}X_1 + \gamma_{12}X_2 + \gamma_{13}X_3 + u_1$$

$$Y_2 = \beta_{21} + \beta_{22}Y_1 + \gamma_{21}X_1 + \gamma_{22}X_4 + u_2$$

$$Y_3 = \beta_{31} + \beta_{32}Y_1 + \beta_{33}Y_2 + \gamma_{31}X_2 + \gamma_{32}X_4 + \gamma_{13}X_5 + u_3$$

Υπόδειγμα

$$Y_1 = 1.7 + 0.5Y_2 - 0.03Y_3 + 4.7X_1 - 9.5X_2 + 0.35X_3 + u_1$$

$$Y_2 = 123.2 + 2.7Y_1 + 3.5X_1 + 0.2X_4 + u_2$$

$$Y_3 = -43.2 - 27.8Y_1 + 1.46Y_2 + 2.3X_2 + 0.01X_4 - 1.7X_5 + u_3$$

Διάρθρωση

$$C = 250 + 0.82Y + u$$

$$Y = C + I$$

Διάρθρωση του  
υποδείγματος

$$C = \alpha_0 + \alpha_1Y + u$$

$$Y = C + I$$



# Στατικό και Δυναμικό υπόδειγμα

$$Q_t = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 W_t + u_t$$

Στατικό υπόδειγμα

$$Q_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 I_t + v_t$$

$$Q_t = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 P_{t-1} + \alpha_3 W_t + u_t$$

Δυναμικό υπόδειγμα

$$Q_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 I_t + v_t$$

Οι ενδογενείς μεταβλητές με χρονική υστέρηση ανήκουν στις εξωγενείς μεταβλητές.



# Ανηγμένη μορφή υποδείγματος 1/6

Η λύση ενός συστήματος οδηγεί στην **ανηγμένη** ή **λυμένη** μορφή  
ΤΟΥ

## Παράδειγμα 1

$$Q = \alpha_0 + \alpha_1 P + \alpha_2 W + u$$

$$Q = \beta_0 + \beta_1 P + \beta_2 I + v$$

$$P = \frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \beta_1} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \beta_1} W + \frac{\beta_2}{\alpha_1 - \beta_1} I + \frac{v - u}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$Q = \frac{\alpha_1 \beta_0 - \alpha_0 \beta_1}{\alpha_1 - \beta_1} - \frac{\alpha_2 \beta_1}{\alpha_1 - \beta_1} W + \frac{\alpha_1 \beta_2}{\alpha_1 - \beta_1} I + \frac{\alpha_1 v - \beta_1 u}{\alpha_1 - \beta_1}$$

Κάθε **εξίσωση** ανηγμένης μορφής αντιστοιχεί σε μια **ενδογενή** μεταβλητή η οποία εκφράζεται ως συνάρτηση εξωγενών μεταβλητών μόνο.



# Ανηγμένη μορφή υποδείγματος 2/6

$$P = \pi_{11} + \pi_{12}W + \pi_{13}I + u_1$$

$$Q = \pi_{21} + \pi_{22}W + \pi_{23}I + u_2$$

$$\pi_{11} = \frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \beta_1} \quad \pi_{12} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \beta_1} \quad \pi_{13} = \frac{\beta_2}{\alpha_1 - \beta_1} \quad u_1 = \frac{v - u}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$\pi_{21} = \frac{\alpha_1\beta_0 - \alpha_0\beta_1}{\alpha_1 - \beta_1} \quad \pi_{22} = \frac{\alpha_2\beta_1}{\alpha_1 - \beta_1} \quad \pi_{23} = \frac{\alpha_1\beta_2}{\alpha_1 - \beta_1} \quad u_2 = \frac{\alpha_1v - \beta_1u}{\alpha_1 - \beta_1}$$

Οι εξισώσεις ανηγμένης μορφής δεν περιγράφουν άμεσα τη συμπεριφορά των οικονομικών μονάδων αλλά δείχνουν το αποτέλεσμα της επίδρασης των προκαθορισμένων στις ενδογενείς μεταβλητές.



# Ανηγμένη μορφή υποδείγματος 3/6

## Παράδειγμα 3

$$C = \alpha_0 + \alpha_1 Y + u$$

ανηγμένη μορφή

$$Y = C + I$$

$$C = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} + \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1} I + \frac{1}{1 - \alpha_1} u$$

$$Y = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} + \frac{1}{1 - \alpha_1} I + \frac{1}{1 - \alpha_1} u$$

$$C = \pi_{11} + \pi_{12} I + v$$

$$Y = \pi_{21} + \pi_{22} I + v$$



# Ανηγγμένη μορφή υποδείγματος 4/6

Ανηγγμένη μορφή συστήματος με  $G$  εξωγενείς και  $k$  ενδογενείς μεταβλητές

$$Y_{1t} = \pi_{11} X_{1t} + \pi_{12} X_{2t} + \dots + \pi_{1k} X_{kt} + v_{1t}$$

$$Y_{2t} = \pi_{21} X_{1t} + \pi_{22} X_{2t} + \dots + \pi_{2k} X_{kt} + v_{2t}$$

$$\begin{array}{cccccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

$$Y_{Gt} = \pi_{G1} X_{1t} + \pi_{G2} X_{2t} + \dots + \pi_{Gk} X_{kt} + v_{Gt}$$





# Ανηγμένη μορφή υποδείγματος 5/6

Ορίζουμε

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \dots & \pi_{1k} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \dots & \pi_{2k} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \pi_{G1} & \pi_{G2} & \dots & \pi_{GG} \end{bmatrix} \quad \mathbf{V}_t = \begin{bmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_{Gt} \end{bmatrix} \quad \longrightarrow \quad Y_t = \mathbf{\Pi} X_t + V_t$$



# Ανηγγμένη μορφή υποδείγματος 6/6

$$\mathbf{B}Y_t + \mathbf{\Gamma}X_t = \mathbf{U}_t$$

$$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{B}Y_t + \mathbf{B}^{-1}\mathbf{\Gamma}X_t = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{U}_t$$

$$Y_t + \mathbf{B}^{-1}\mathbf{\Gamma}X_t = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{U}_t$$

$$Y_t = \underbrace{-\mathbf{B}^{-1}\mathbf{\Gamma}X_t}_{\mathbf{\Pi}} + \underbrace{\mathbf{B}^{-1}\mathbf{U}_t}_{\mathbf{V}}$$



# Βασικές υποθέσεις 1/3

- Το σύστημα είναι πλήρες  $\Leftrightarrow$  Η **B** είναι τετραγωνική

Για να έχει λύση το σύστημα θα πρέπει να μπορεί να υπολογιστεί η **B**<sup>-1</sup>

- Σε κάθε εξίσωση **g**

$$u_{gt} \sim (0, \sigma_g^2)$$

$$E(u_{gt} u_{gs}) = 0 \quad \forall t \neq s$$



# Βασικές υποθέσεις 2/3

- Η συνδιακύμανση ανάμεσα στους διαταρακτικούς όρους των διαρθρωτικών εξισώσεων είναι **σταθερή** για την ίδια χρονική περίοδο και **μηδέν** για διαφορετικές χρονικές περιόδους.

$$E(u_{gt}u_{it}) = \sigma_{gi} \quad \forall g \neq i$$

$$E(u_{gt}u_{is}) = \sigma_{gi} \quad \forall g \neq i, t \neq s$$



# Βασικές υποθέσεις 3/3

- Οι προκαθορισμένες μεταβλητές δεν συσχετίζονται με τους διαταρακτικούς όρους την ίδια περίοδο.
- Οι διαταρακτικοί όροι της ανηγμένης μορφής έχουν αντίστοιχες ιδιότητες με αυτές των διαταρακτικών όρων των διαρθρωτικών εξισώσεων αφού είναι γραμμικοί μετασχηματισμοί αυτών.



# Βιβλιογραφία

- **«ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ. ΜΙΑ ΝΕΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ»**

(Τόμοι Α και Β)

J.M. Wooldridge

Εκδόσεις: Παπαζήση

- **«ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ»**

(Τόμοι Α & Β)

Γεώργιος Κ. Χρήστου

Εκδόσεις: Gutenberg.



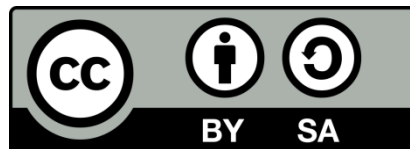
# Λέξεις – έννοιες κλειδιά

- Διάρθρωση, στατικό υπόδειγμα, δυναμικό υπόδειγμα, ενδογενείς μεταβλητές με χρονική υστέρηση, ανηγμένη μορφή υποδείγματος.



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.







# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





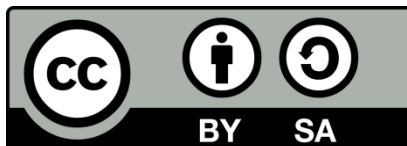
# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών 2014. Τμήμα Αγροτικής Οικονομίας και Ανάπτυξης, Λαζαρίδης Παναγιώτης, «Οικονομετρία». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://mediasrv.aua.gr/eclass/courses/OCDAERD102/>



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων, π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Η άδεια αυτή ανήκει στις άδειες που ακολουθούν τις προδιαγραφές του Ορισμού Ανοικτής Γνώσης [2], είναι ανοικτό πολιτιστικό έργο [3] και για το λόγο αυτό αποτελεί ανοικτό περιεχόμενο [4].

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

[2] <http://opendefinition.org/okd/ellinika/>

[3] <http://freedomdefined.org/Definition/EI>

[4] <http://opendefinition.org/buttons/>



# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
  - το Σημείωμα Αδειοδότησης
  - τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
  - το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)
- μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.