



ΓΕΩΠΟΝΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

AGRICULTURAL UNIVERSITY OF ATHENS

Οικονομετρία

Ετεροσκεδαστικότητα Μέθοδοι εκτίμησης

Τμήμα: Αγροτικής Οικονομίας & Ανάπτυξης

Διδάσκων: Λαζαρίδης Παναγιώτης



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα για το μέλλον
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ





Μαθησιακοί Στόχοι

- Γνώση και κατανόηση της μεθόδου εκτίμησης των Γενικευμένων Ελαχίστων Τετραγώνων και της μεθόδου της Συνεπούς Μήτρας Διακυμάνσεων (White) όταν υπάρχει πρόβλημα ετεροσκεδαστικότητας.
- Ικανότητα εφαρμογής των παραπάνω μεθόδων χρησιμοποιώντας αριθμητικά δεδομένα.



Μέθοδοι εκτίμησης 1/10

Η μέθοδος των Γενικευμένων Ελαχίστων Τετραγώνων

Περίπτωση 1η - το σ_i^2 είναι γνωστό

- Έστω $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$

$$\frac{Y_i}{\sigma_i} = \beta_0 \frac{1}{\sigma_i} + \beta_1 \frac{X_{1i}}{\sigma_i} + \beta_2 \frac{X_{2i}}{\sigma_i} + \frac{u_i}{\sigma_i}$$

$$Y_i^* = \beta_0 X_{0i}^* + \beta_1 X_{1i}^* + \beta_2 X_{2i}^* + u_i^*$$

Όμως $Var(u_i^*) = Var\left(\frac{u_i}{\sigma_i}\right) = \frac{Var(u_i)}{\sigma_i^2} = 1$

Στο μετασχηματισμένο υπόδειγμα δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα



Μέθοδοι εκτίμησης 2/10

Περίπτωση 2η - το σ_i^2 δεν είναι γνωστό. Είναι όμως γνωστός ο παράγοντας Z_i στη σχέση $\sigma_i = \sigma Z_i$

$$\frac{Y_i}{Z_i} = \beta_0 \frac{1}{Z_i} + \beta_1 \frac{X_{1i}}{Z_i} + \beta_2 \frac{X_{2i}}{Z_i} + \frac{u_i}{Z_i}$$

$$Y_i^* = \beta_0 X_{0i}^* + \beta_1 X_{1i}^* + \beta_2 X_{2i}^* + u_i^*$$

$$\text{Var}(u_i^*) = \text{Var}\left(\frac{u_i}{Z_i}\right) = \frac{\text{Var}(u_i)}{Z_i^2} = \frac{\sigma_i^2}{Z_i^2} = \sigma^2$$



Μέθοδοι εκτίμησης 3/10

Παράδειγμα:

$$\hat{Y}_i = 6.116 + 0.160X_{1i} + 1.071X_{2i} \quad R^2 = 0.461$$

(2.617) (0.034) (0.378)

Υπόθεση: $\sigma_i = \sigma X_{1i}$

$$\frac{Y_i}{X_{1i}} = \beta_0 \frac{1}{X_{1i}} + \beta_1 + \beta_2 \frac{X_{2i}}{X_{1i}}$$

$$Y_i^* = \beta_0 X_{1i}^* + \beta_1 + \beta_2 X_{2i}^*$$

$$Y_i^* = 0.154X_{1i}^* + 5.879 + 1.195X_{2i}^*$$

(0.031) (2.007) (0.287)

$$Y_i = 5.879 + 0.154X_{1i} + 1.195X_{2i}$$

(2.007) (0.031) (0.287)



Μέθοδοι εκτίμησης 4/10

Περίπτωση 3η - το σ_i^2 δεν είναι γνωστό ούτε και ο παράγοντας Z_i . Εκτιμάται η σχέση της διακύμανσης σ_i^2 και των πιθανών παραγόντων που την επηρεάζουν.

Υποθέτουμε ότι οι παράγοντες που δημιουργούν το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας είναι περισσότεροι από ένας. Δηλαδή $Z=f(X_1, X_2)$



Μέθοδοι εκτίμησης 5/10

$$\text{Αν } Z_i^2 = e^{a_0 + a_1 X_{1i} + a_2 X_{2i}} \text{ και } \sigma_i = \sigma Z_i \quad \sigma_i^2 = \sigma^2 e^{a_0 + a_1 X_{1i} + a_2 X_{2i}}$$

Αν a_0 , a_1 και a_2 γνωστά χρησιμοποιείται η προηγούμενη μέθοδος.

Επειδή είναι άγνωστα εκτιμώνται μέσω της συνάρτησης

$$u_i^2 = \sigma^2 e^{a_0 + a_1 X_{1i} + a_2 X_{2i}} \varepsilon_i \quad \varepsilon_i \sim (1, \sigma_\varepsilon^2)$$



Μέθοδοι εκτίμησης 6/10

Επειδή το u είναι άγνωστο προσεγγίζεται με το \hat{u}

$$\text{Έτσι } \ln \hat{u}_i^2 = (\ln \sigma^2 + a_0) + a_1 X_{1i} + a_2 X_{2i} + v$$

$$\text{όπου } v_i \sim (0, \sigma_v^2)$$

$$\text{Ορίζουμε } g_i = \hat{u}_i^2 \text{ και } \delta_0 = \ln \sigma^2 + a_0$$

$$\text{έτσι } \ln g_i = \delta_0 + a_1 X_{1i} + a_2 X_{2i} + v_i$$

Από την εκτίμηση της παραπάνω συνάρτησης προκύπτουν

$$\hat{\delta}_0, \hat{a}_1, \hat{a}_2 \text{ και } \ln \hat{g} \Rightarrow u = e^{\ln \hat{g}}$$



Μέθοδοι εκτίμησης 7/10

Η \hat{g} αντιστοιχεί στην Z της προηγούμενης περίπτωσης και μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην εκτίμηση της

$$\frac{Y_i}{\hat{g}_i} = \beta_0 \frac{1}{\hat{g}_i} + \beta_1 \frac{X_{1i}}{\hat{g}_i} + \beta_2 \frac{X_{2i}}{\hat{g}_i}$$

Αντί της $\ln g_i = \delta_0 + a_1 X_{1i} + a_2 X_{2i} + v_i$

μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί η

$$\ln g_i = \delta_0 + a_1 \hat{Y}_i + a_2 \hat{Y}_i^2 + v_i$$



Μέθοδοι εκτίμησης 8/10

Παράδειγμα:

$$\hat{Y}_i = 6.116 + 0.160X_{1i} + 1.071X_{2i} \quad R^2 = 0.461$$

(2.617) (0.034) (0.378)

$$\ln \hat{g} = -1.591 + 0.030X_{1i} + 0.243X_{2i} \quad R^2 = 0.110$$

(-1.166) (1.698) (1.233)

$$\frac{\hat{Y}_i}{\hat{g}_i} = 7.656 \frac{1}{\hat{g}_i} + 0.156 \frac{X_{1i}}{\hat{g}_i} + 0.677 \frac{X_{2i}}{\hat{g}_i} \quad R^2 = 0.923$$

(1.479) (0.029) (0.245)



Μέθοδοι εκτίμησης 9/10

Η μέθοδος της συνεπούς μήτρας διακυμάνσεων (White)

Διορθώνει τις διακυμάνσεις και συνδιακυμάνσεις χωρίς να αλλάζει τις εκτιμήσεις των συντελεστών.

Οι συνεπείς διακυμάνσεις και συνδιακυμάνσεις προκύπτουν από την εφαρμογή του τύπου.

$$\frac{n}{n-k} (X'X)^{-1} \left(\sum \hat{u}_i^2 x_i x_i' \right) (X'X)^{-1}$$

Ειδικότερα
$$Var(\hat{\beta}_j) = \frac{\sum \hat{r}_{ij}^2 \hat{u}_i^2}{\sum (X_{ij} - \bar{X}_j)^2}$$

όπου \hat{r}_{ij}^2 το κατάλοιπο από την $X_j = f(\text{υπόλοιπα } X)$



Μέθοδοι εκτίμησης 10/10

Παράδειγμα:

$$\hat{Y}_i = 6.116 + 0.160X_{1i} + 1.071X_{2i} \quad R^2 = 0.461$$

(2.617) (0.034) (0.378)

$$\hat{Y}_i = 6.116 + 0.160X_{1i} + 1.071X_{2i} \quad R^2 = 0.461$$

(2.358) (0.028) (0.403)



Βιβλιογραφία

- **«ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ. ΜΙΑ ΝΕΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ»**

(Τόμοι Α και Β)

J.M. Wooldridge

Εκδόσεις: Παπαζήση

- **«ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ»**

(Τόμοι Α & Β)

Γεώργιος Κ. Χρήστου

Εκδόσεις: Gutenberg.



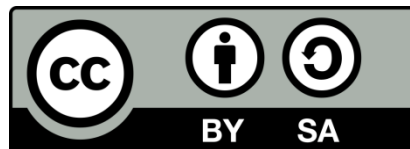
Λέξεις – έννοιες κλειδιά

- Μέθοδος Γενικευμένων Ελαχίστων Τετραγώνων, μέθοδος Συνεπούς Μήτρας Διακυμάνσεων (White).



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.





Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





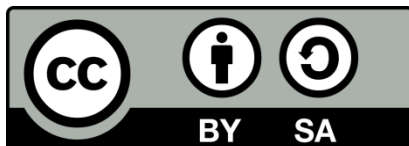
Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών 2014. Τμήμα Αγροτικής Οικονομίας και Ανάπτυξης, Λαζαρίδης Παναγιώτης, «Οικονομετρία». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://mediasrv.aua.gr/eclass/courses/OCDAERD102/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων, π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Η άδεια αυτή ανήκει στις άδειες που ακολουθούν τις προδιαγραφές του Ορισμού Ανοικτής Γνώσης [2], είναι ανοικτό πολιτιστικό έργο [3] και για το λόγο αυτό αποτελεί ανοικτό περιεχόμενο [4].

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

[2] <http://opendefinition.org/okd/ellinika/>

[3] <http://freedomdefined.org/Definition/EI>

[4] <http://opendefinition.org/buttons/>



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
 - το Σημείωμα Αδειοδότησης
 - τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
 - το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)
- μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.