



ΓΕΩΠΟΝΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

AGRICULTURAL UNIVERSITY OF ATHENS

Οικονομετρία

Εξειδίκευση του υποδείγματος
Μορφή της συνάρτησης:
Γραμμική, διπλή
λογαριθμική, ημιλογαριθμική

Τμήμα: Αγροτικής Οικονομίας & Ανάπτυξης

Διδάσκων: Λαζαρίδης Παναγιώτης



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





Μαθησιακοί Στόχοι

- Γνώση και κατανόηση της έννοιας της συναρτησιακής μορφής του υποδείγματος και ιδιαίτερα της γραμμικής, της διπλής λογαριθμικής και της ημιλογαριθμικής μορφής.
- Ικανότητα εφαρμογής των παραπάνω μορφών χρησιμοποιώντας αριθμητικά δεδομένα.



Η μορφή της συνάρτησης 1/14

Η επιλογή της μορφής της συνάρτησης θα πρέπει να στηρίζεται κυρίως στην **θεωρία**, στην **εμπειρία** και στην **κοινή λογική** και ελάχιστα στον **βαθμό προσαρμογής** της στα στοιχεία του δείγματος.

Γραμμική μορφή

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_{k-1} X_{k-1i} + u_i$$

$$\beta_i = \frac{\partial Y}{\partial X_i} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \quad \text{Υποθέτει ότι η μεταβολή στο } Y \text{ ύστερα από μια μεταβολή στο } X \text{ κατά μία μονάδα είναι σταθερή (ανεξάρτητη από το } X \text{ και } Y \text{)}$$

- Συνήθως η θεωρία προτείνει μόνο το πρόσημο.
- 1η επιλογή εκτός αν υπάρχει σοβαρός λόγος για το αντίθετο.



Η μορφή της συνάρτησης 2/14

Διπλή λογαριθμική μορφή

$$\ln Y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln X_{1i} + \beta_2 \ln X_{2i} + \dots + \beta_{k-1} \ln X_{k-1i} + u_i$$

$$\beta_i = \frac{\partial \ln Y}{\partial \ln X_i} = \frac{\% \Delta Y}{\% \Delta X} \quad \text{Ελαστικότητα}$$

Υποθέτει ότι η ελαστικότητα είναι **σταθερή**.

Το % μεταβολής στο Y ύστερα από μια μεταβολή στο X κατά 1% είναι **σταθερό**.

Πραγματική μορφή

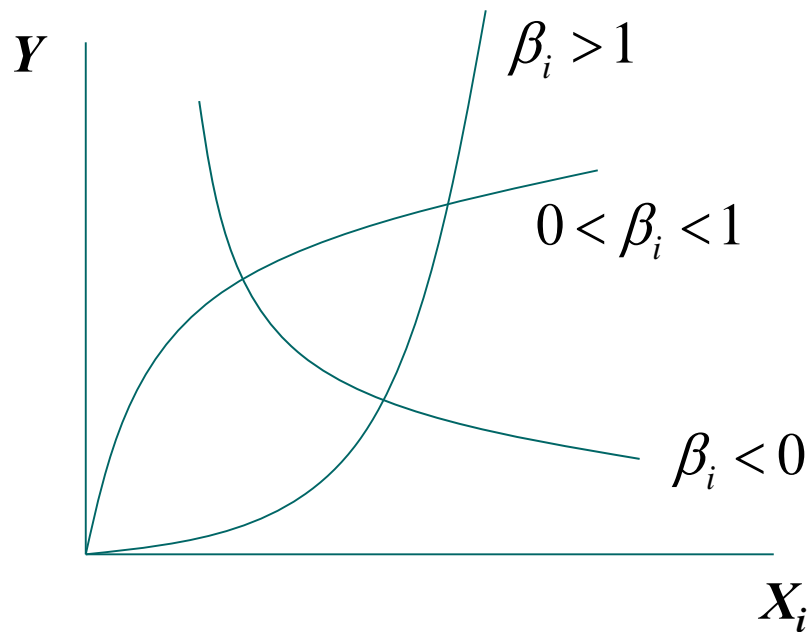
$$Y_i = e^{\beta_0} X_{1i}^{\beta_1} X_{2i}^{\beta_2} \dots X_{k-1i}^{\beta_{k-1}} e^{u_i}$$

Προσοχή! Στις μηδενικές και αρνητικές τιμές των μεταβλητών.



Η μορφή της συνάρτησης 3/14

Αν διατηρήσουμε όλα τα X , εκτός του X_i , σταθερά



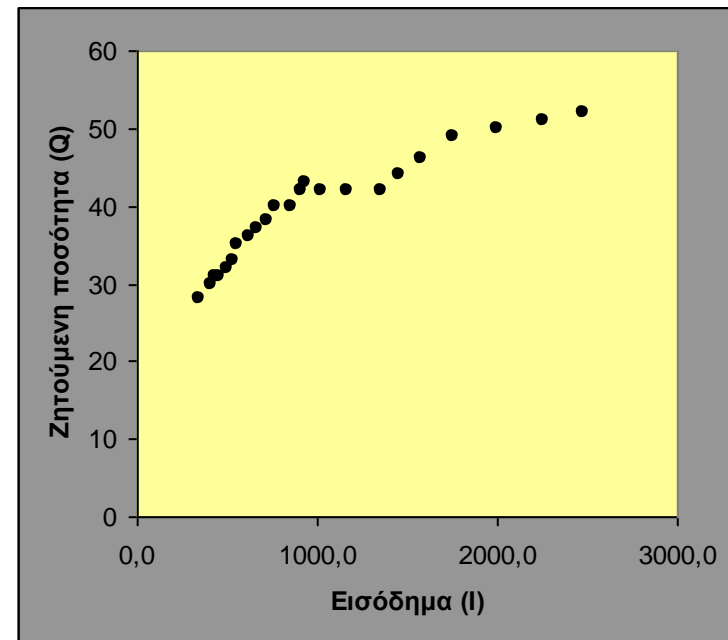


Η μορφή της συνάρτησης 4/14

Παράδειγμα:

Q_A	I	P_A	P_B	P_C
28	340,0	42,2	50,7	78,3
30	415,0	38,1	52,0	79,2
31	435,0	40,3	54,0	79,2
31	460,0	39,5	55,3	79,2
32	495,0	37,3	54,7	77,4
33	530,0	38,1	63,7	80,2
35	560,0	39,3	69,8	80,4
36	625,0	37,8	65,9	83,9
37	665,0	38,4	64,5	85,5
38	720,0	40,1	70,0	93,7
40	770,0	38,6	73,2	106,1
40	850,0	39,8	67,8	104,8
42	915,0	39,7	79,1	114,0
43	930,0	52,1	95,4	124,1
42	1020,0	48,9	94,2	127,6
42	1170,0	58,3	123,5	142,9
42	1350,0	57,9	129,9	143,6
44	1450,0	56,5	117,6	139,2
46	1575,0	63,7	130,9	165,5
49	1760,0	61,6	129,8	203,3
50	2000,0	58,9	128,0	219,6
51	2260,0	66,4	141,0	221,6
52	2480,0	70,4	168,2	232,6

Υποθέτουμε όλες τις τιμές σταθερές



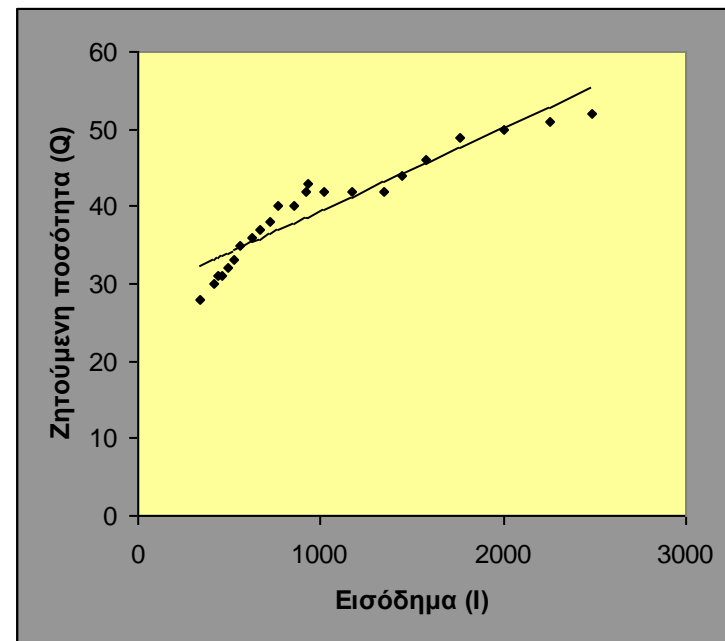


Η μορφή της συνάρτησης 5/14

Γραμμική

$$\hat{Q}_A = 28,67 + 0,011I$$

(0,987) (0,0008) $R^2 = 0,889$



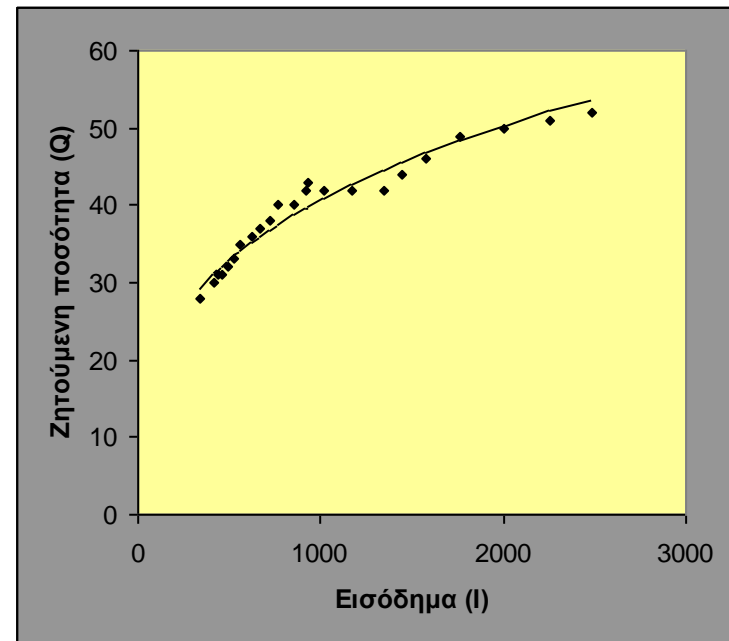
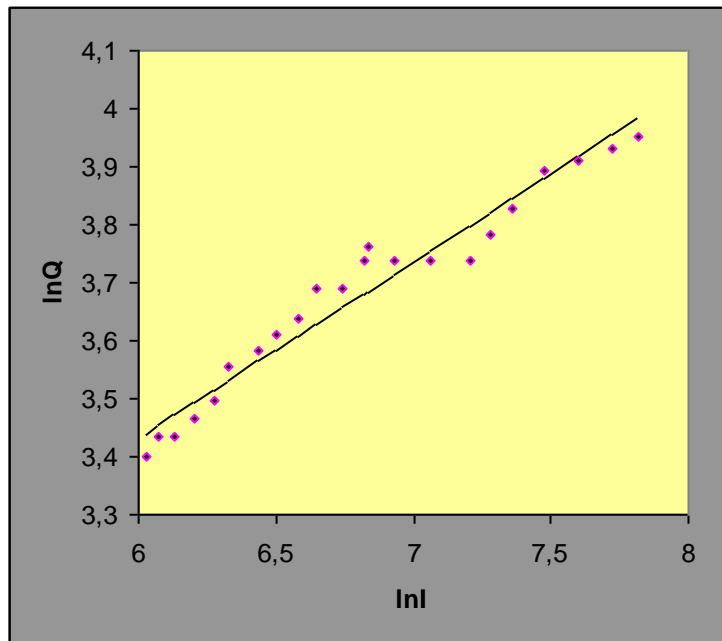


Η μορφή της συνάρτησης 6/14

Διπλή λογαριθμική

$$\ln \hat{Q}_A = 1,610 + 0,303 \ln I$$

$$(0,095) (0,014) \quad R^2 = 0,957$$





Η μορφή της συνάρτησης 7/14

Ημιλογαριθμική μορφή (1)

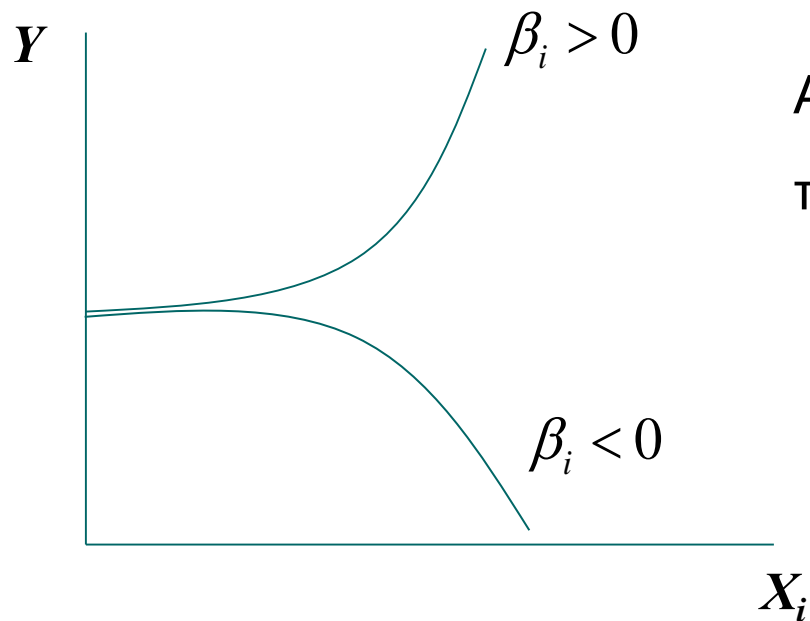
$$\ln Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_{k-1} X_{k-1i} + u_i$$

$$\beta_i = \frac{\partial \ln Y}{\partial X_i} = \frac{\% \Delta Y}{\Delta X}$$

Υποθέτει ότι η ποσοστιαία μεταβολή στο Y ύστερα από μια μεταβολή στο X κατά μία μονάδα είναι σταθερή



Η μορφή της συνάρτησης 8/14



Αν διατηρήσουμε όλα τα X , εκτός του X_i , σταθερά



Η μορφή της συνάρτησης 9/14

Εφαρμογή: Μέσος ετήσιος ρυθμός μεταβολής

$$Y_t = Y_0(1+r)^T$$

$$\ln Y_t = \ln Y_0 + T \ln(1+r)$$

$$\ln Y_t = \beta_0 + \beta_1 T$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_0 = \ln Y_0 \\ \beta_1 = \ln(1+r) \end{array} \right\} \begin{array}{l} Y_0 = e^{\beta_0} \\ r = e^{\beta_1} - 1 \end{array}$$



Η μορφή της συνάρτησης 10/14

Παράδειγμα:

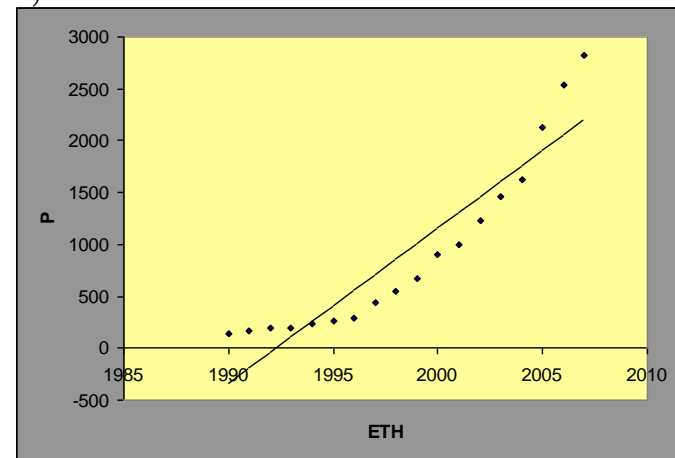
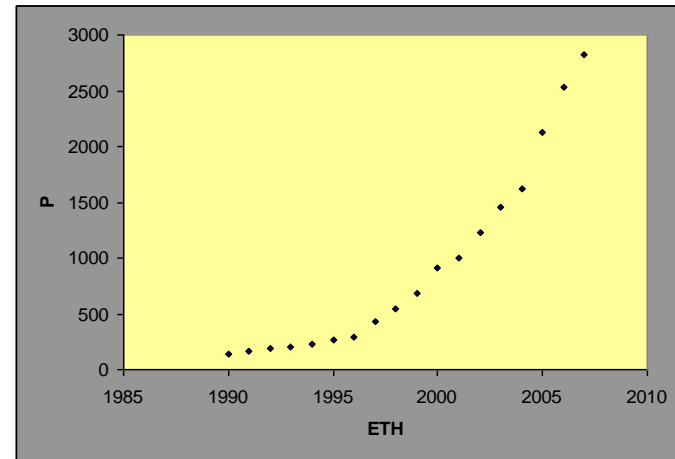
T	X	P
1990	1	143
1991	2	167
1992	3	195
1993	4	201
1994	5	234
1995	6	267
1996	7	287
1997	8	435
1998	9	543
1999	10	678
2000	11	908
2001	12	1000
2002	13	1234
2003	14	1456
2004	15	1623
2005	16	2123
2006	17	2534
2007	18	2819

Γραμμική

$$\hat{P} = -481,6 + 149,2X$$

(160,3) (14,8) $R^2 = 0,863$

Μέση ετήσια
μεταβολή





Η μορφή της συνάρτησης 11/14

$$\ln \hat{P} = 4,622 + 0,187X$$

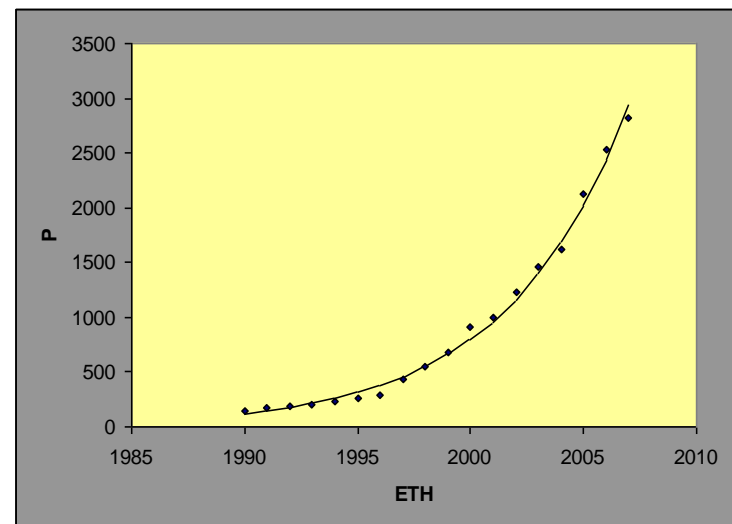
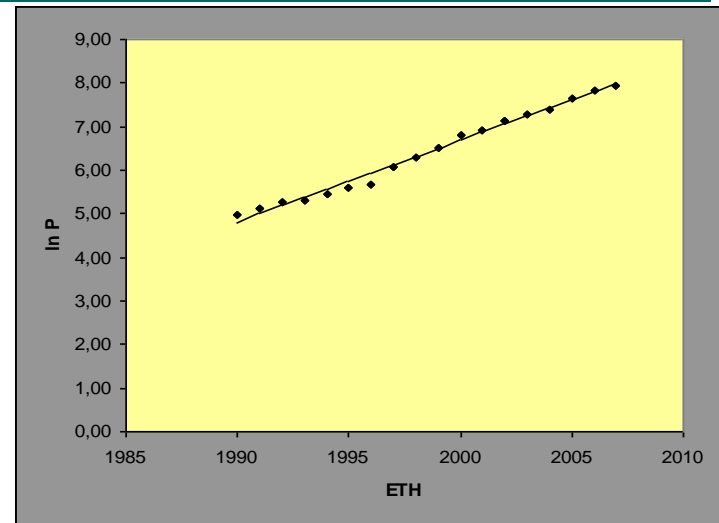
$$(0,054) \quad (0,005) \quad R^2 = 0,988$$

$$P_0 = e^{\beta_0} = 101,755$$

$$r = e^{\beta_1} - 1 = 0,206$$

Μέση ετήσια ποσοστιαία
αύξηση

$$\hat{P}_t = 101,755(1 + 0,206)^T$$





Η μορφή της συνάρτησης 12/14

Ημιλογαριθμική μορφή (2)

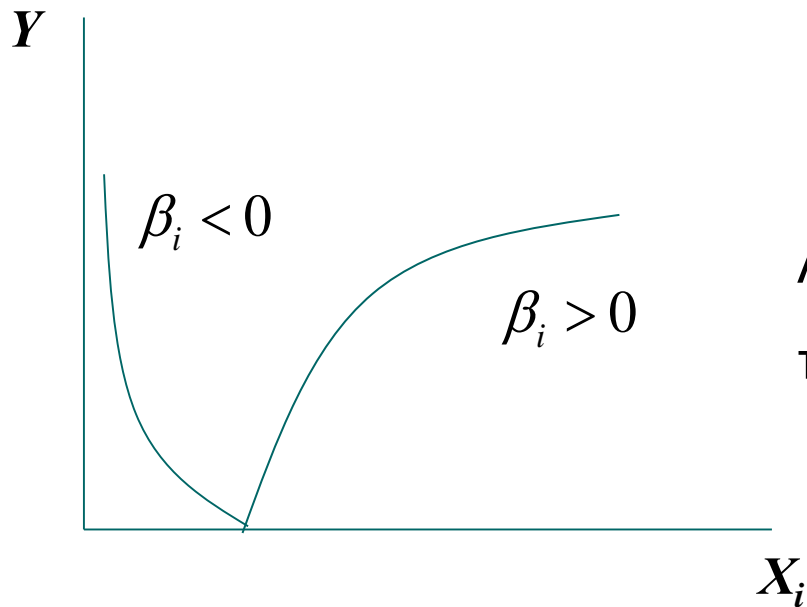
$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln X_{1i} + \beta_2 \ln X_{2i} + \dots + \beta_{k-1} \ln X_{k-1i} + u_i$$

$$\beta_i = \frac{\partial Y}{\partial \ln X_i} = \frac{\Delta Y}{\% \Delta X}$$

Υποθέτει ότι η μεταβολή στο Y ύστερα από μια μεταβολή στο X κατά 1% είναι σταθερή.



Η μορφή της συνάρτησης 13/14



Αν διατηρήσουμε όλα τα X , εκτός του X_i , σταθερά



Η μορφή της συνάρτησης 14/14

Παράδειγμα:

Γραμμική

$$\hat{Q}_A = 28,67 + 0,011I$$

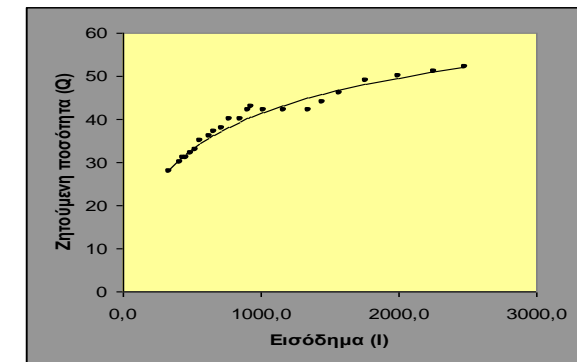
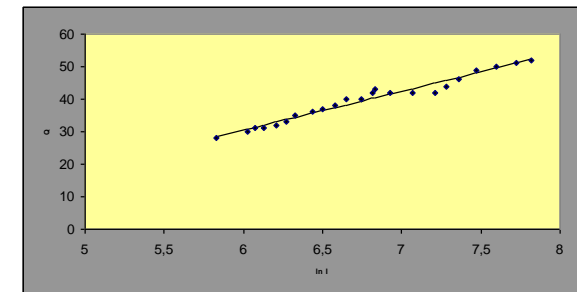
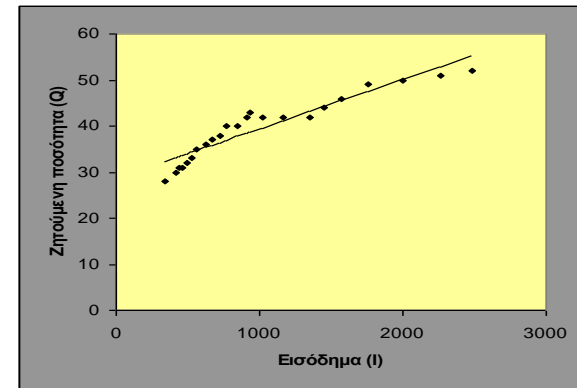
(0,987) (0,0008) $R^2 = 0,889$

Ημιλογαριθμική

$$\hat{Q}_A = -41,28 + 11,95 \ln I$$

(3,103) (0,456) $R^2 = 0,970$

Απόλυτη μεταβολή στη ζητούμενη ποσότητα ύστερα από μια μεταβολή στο εισόδημα κατά 1%





Βιβλιογραφία

- **«ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ. ΜΙΑ ΝΕΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ»**

(Τόμοι Α και Β)

J.M. Wooldridge

Εκδόσεις: Παπαζήση

- **«ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ»**

(Τόμοι Α & Β)

Γεώργιος Κ. Χρήστου

Εκδόσεις: Gutenberg.



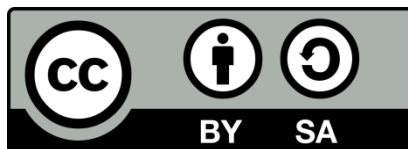
Λέξεις – έννοιες κλειδιά

- Γραμμική μορφή, διπλή λογαριθμική μορφή, μορφή σταθερής ελαστικότητας, ημιλογαριθμική μορφή, μέσος ρυθμός μεταβολής.



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.





Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





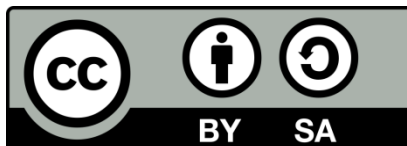
Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών 2014. Τμήμα Αγροτικής Οικονομίας και Ανάπτυξης, Λαζαρίδης Παναγιώτης, «Οικονομετρία». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://mediasrv.aua.gr/eclass/courses/OCDAERD102/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων, π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Η άδεια αυτή ανήκει στις άδειες που ακολουθούν τις προδιαγραφές του Ορισμού Ανοικτής Γνώσης [2], είναι ανοικτό πολιτιστικό έργο [3] και για το λόγο αυτό αποτελεί ανοικτό περιεχόμενο [4].

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

[2] <http://opendefinition.org/okd/ellinika/>

[3] <http://freedomdefined.org/Definition/EI>

[4] <http://opendefinition.org/buttons/>



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
 - το Σημείωμα Αδειοδότησης
 - τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
 - το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)
- μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.