



Οικονομετρία

Πολλαπλή Παλινδρόμηση

Στατιστικός έλεγχος
σημαντικότητας δύο ή
περισσοτέρων συντελεστών
ταυτόχρονα

Τμήμα: Αγροτικής Οικονομίας & Ανάπτυξης

Διδάσκων: Λαζαρίδης Παναγιώτης



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





Μαθησιακοί Στόχοι

- Γνώση και κατανόηση της διαδικασίας ελέγχου υποθέσεων που αφορούν την στατιστική σημαντικότητα δύο ή περισσότερων συντελεστών ταυτόχρονα σύμφωνα με τη μέθοδο Wald.
- Ικανότητα εφαρμογής της μεθόδου Wald χρησιμοποιώντας αριθμητικά δεδομένα.



Στατιστικός έλεγχος δύο ή περισσότερων συντελεστών ταυτόχρονα 1/11

Ο έλεγχος αυτός είναι γνωστός ως Wald Test.

Χρησιμοποιείται όταν θέλουμε να ελέγξουμε αν ένα υποσύνολο των ανεξάρτητων μεταβλητών έχει στατιστικά σημαντική επίδραση στην εξαρτημένη μεταβλητή.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_{k-1} X_{k-1i} + u_i$$

Το αρχικό υπόδειγμα στο οποίο δεν υπάρχει κανένας περιορισμός.



Στατιστικός έλεγχος δύο ή περισσότερων συντελεστών ταυτόχρονα 2/11

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_{m-1} X_{m-1i} + v_i$$

Το υπόδειγμα αυτό περιέχει m από τους k συντελεστές του προηγούμενου υποδείγματος. Στο υπόδειγμα αυτό υπάρχει ο περιορισμός ότι $k-m$ συντελεστές είναι ίσοι με το μηδέν.



Στατιστικός έλεγχος δύο ή περισσότερων συντελεστών ταυτόχρονα 3/11

έτσι $H_0 : \beta_m = \beta_{m+1} = \beta_{m+2} = \dots = \beta_{k-1} = 0$

H_1 : Ένας τουλάχιστον από τους συντελεστές είναι διάφορος του μηδενός.

Κριτήριο \rightarrow ESS

{	ESS_U	Υπόδειγμα χωρίς περιορισμούς
	$\sum \hat{u}_i^2$	
{	ESS_R	Υπόδειγμα με περιορισμούς
	$\sum \hat{v}_i^2$	



Στατιστικός έλεγχος δύο ή περισσότερων συντελεστών ταυτόχρονα 4/11

Αν η διαφορά $ESS_R - ESS_U$ είναι μικρή τότε θεωρούμε ότι οι $k-m$ συντελεστές δεν συμβάλλουν στην ερμηνεία της Y και άρα μπορούν να μην συμπεριληφθούν στο υπόδειγμα. Δηλαδή, η υπόθεση H_0 γίνεται δεκτή.

πότε όμως η διαφορά αυτή είναι μικρή ?



Στατιστικός έλεγχος δύο ή περισσότερων συντελεστών ταυτόχρονα 5/11

$$F = \frac{\frac{ESS_R - ESS_U}{d.f.(R) - d.f.(U)}}{\frac{ESS_U}{d.f.(U)}}$$

d.f.(U) οι βαθμοί ελευθερίας στο υπόδειγμα χωρίς περιορισμούς

d.f.(R) οι βαθμοί ελευθερίας στο υπόδειγμα με περιορισμούς

$$F = \frac{\frac{ESS_R - ESS_U}{(n-m) - (n-k)}}{\frac{ESS_U}{n-k}} = \frac{ESS_R - ESS_U}{\frac{ESS_U}{n-k}} = \frac{\sum \hat{u}_R^2 - \sum \hat{u}_u^2}{\frac{\sum \hat{u}_u^2}{n-k}}$$



Στατιστικός έλεγχος δύο ή περισσότερων συντελεστών ταυτόχρονα 6/11

$F_{\alpha, k-m, n-k}$

Η τιμή της στατιστικής F από τους πίνακες, σε επίπεδο σημαντικότητας α και βαθμούς ελευθερίας $k-m$ και $n-k$.

Η H_0 απορρίπτεται αν

$$F > F_{\alpha, k-m, n-k}$$



Στατιστικός έλεγχος δύο ή περισσότερων συντελεστών ταυτόχρονα 7/11

Παράδειγμα:

$$BTR = 2751,3 - 236,1FR + 513,5GP - 0,195INC + 1,716POP + 0,116DENS - 1,174AREA$$

(2637,9) (451,0) (2654,5) (0,065) (0,231) (0,059) (1,800)

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum \hat{u}_i^2}{n-k} = \frac{18162484}{40-7} = 550378,3$$



Στατιστικός έλεγχος δύο ή περισσότερων συντελεστών ταυτόχρονα 8/11

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0 \quad H_1 : \beta_1 \neq 0 \quad \text{ή/και} \quad \beta_2 \neq 0$$

$$BTR = 3022,3 - 0,194INC + 1,735POP + 0,115DENS - 1,423AREA$$

(1010,0) (0,063) (0,222) (0,057) (1,695)

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum \hat{u}_i^2}{n - k} = \frac{18320949}{40 - 5} = 523455,7$$



Στατιστικός έλεγχος δύο ή περισσότερων συντελεστών ταυτόχρονα 9/11

$$F = \frac{\frac{ESS_R - ESS_U}{k - m}}{\frac{ESS_U}{n - k}} = \frac{\frac{18320949 - 18162484}{7 - 5}}{\frac{18162484}{40 - 7}} = 0,144$$

$$F_{\alpha, k-m, n-k} = F_{0,05, 2, 33} = 3,29 \quad 0,144 < 3,29$$

Η H_0 δεν απορρίπτεται



Στατιστικός έλεγχος δύο ή περισσότερων συντελεστών ταυτόχρονα 10/11

$$H_0 : \beta_2 = \beta_4 = \beta_5 = 0 \quad H_1 : \beta_2 \neq 0 \quad \text{ή/και} \quad \beta_4 \neq 0 \quad \text{ή/και} \quad \beta_5 \neq 0$$

$$BTR = -2343,1 - 1033,9FR + 0,252INC + 6,238AREA$$

(3313,9) (1387,3) (0,178) (2,974)

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum \hat{u}_i^2}{n - k} = \frac{195066760}{40 - 4} = 5418521,1$$



Στατιστικός έλεγχος δύο ή περισσότερων συντελεστών ταυτόχρονα 11/11

$$F = \frac{\frac{ESS_R - ESS_U}{k - m}}{\frac{ESS_U}{n - k}} = \frac{\frac{195066760 - 18162484}{7 - 4}}{\frac{18162484}{40 - 7}} = 107,1$$

$$F_{\alpha, k-m, n-k} = F_{0,05, 2, 33} = 2,50 \quad 107,1 > 2,50$$

Η H_0 απορρίπτεται



Έλεγχος της ερμηνευτικής ικανότητας του υποδείγματος συνολικά 1/2

$$H_0 : Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_{k-1} X_{k-1i} + u_i$$

$$H_1 : Y_i = \beta_0 + v_i$$

Αποδεικνύεται ότι στην περίπτωση αυτή η στατιστική F έχει άμεση σχέση με τον συντελεστή προσδιορισμού R^2 του υποδείγματος χωρίς περιορισμούς.

$$F = \frac{R^2 / (k - 1)}{(1 - R^2) / (n - k)}$$



Έλεγχος της ερμηνευτικής ικανότητας του υποδείγματος συνολικά 2/2

Παράδειγμα:

$$BTR = 2751,3 - 236,1FR + 513,5GP - 0,195INC + 1,716POP + 0,116DENS - 1,174AREA$$

(2637,9) (451,0) (2654,5) (0,065) (0,231) (0,059) (1,800)

$$R^2 = 0,921$$

$$F = \frac{R^2 / (k - 1)}{(1 - R^2) / (n - k)} = \frac{0,921 / (7 - 1)}{(1 - 0,921) / (40 - 7)} = 64,94$$

$$F_{\alpha, k-m, n-k} = F_{0,05, 6, 33} = 2,39$$

$$64,94 > 2,39$$

Η H_0 απορρίπτεται



Βιβλιογραφία

- **«ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ. ΜΙΑ ΝΕΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ»**

(Τόμοι Α και Β)

J.M. Wooldridge

Εκδόσεις: Παπαζήση

- **«ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ»**

(Τόμοι Α & Β)

Γεώργιος Κ. Χρήστου

Εκδόσεις: Gutenberg.



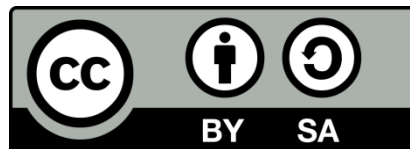
Λέξεις – έννοιες κλειδιά

- Έλεγχος Wald, υπόδειγμα με περιορισμούς, υπόδειγμα χωρίς περιορισμούς.



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.





Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





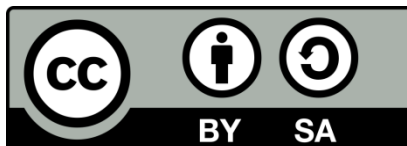
Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών 2014. Τμήμα Αγροτικής Οικονομίας και Ανάπτυξης, Λαζαρίδης Παναγιώτης, «Οικονομετρία». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://mediasrv.aua.gr/eclass/courses/OCDAERD102/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων, π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Η άδεια αυτή ανήκει στις άδειες που ακολουθούν τις προδιαγραφές του Ορισμού Ανοικτής Γνώσης [2], είναι ανοικτό πολιτιστικό έργο [3] και για το λόγο αυτό αποτελεί ανοικτό περιεχόμενο [4].

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

[2] <http://opendefinition.org/okd/ellinika/>

[3] <http://freedomdefined.org/Definition/EI>

[4] <http://opendefinition.org/buttons/>



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
 - το Σημείωμα Αδειοδότησης
 - τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
 - το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)
- μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.