



ΓΕΩΠΟΝΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

AGRICULTURAL UNIVERSITY OF ATHENS

Οικονομετρία

Απλή Παλινδρόμηση Βασικές έννοιες και τυχαίο σφάλμα

Τμήμα: Αγροτικής Οικονομίας & Ανάπτυξης

Διδάσκων: Λαζαρίδης Παναγιώτης



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





Μαθησιακοί Στόχοι

- Γνώση και κατανόηση των εισαγωγικών εννοιών που σχετίζονται με την οικονομετρία.
- Γνώση και κατανόηση της βασικής υπόθεσης της απλής γραμμικής παλινδρόμησης.
- Γνώση και κατανόηση της έννοιας του τυχαίου σφάλματος.



Ο ρόλος της Οικονομετρίας 1/4

Οικονομική Θεωρία

Διατύπωση της αιτιώδους σχέσης μεταξύ των οικονομικών μεταβλητών

Παράδειγμα:

$$Q_D^A = f\left(P^A, I, P^B\right)$$



Ο ρόλος της Οικονομετρίας 2/4

Οικονομικά Μαθηματικά

Καθορισμός της μορφής της συναρτησιακής σχέσης σε γενική μορφή

Παράδειγμα: $Q_D^A = \beta_0 + \beta_1 P^A + \beta_2 I + \beta_3 I^2 + \beta_4 P^B$



Ο ρόλος της Οικονομετρίας 3/4

Οικονομετρία

(α) Καθορισμός συγκεκριμένων τιμών για τις παραμέτρους των συναρτήσεων με βάση τα στοιχεία ενός δείγματος (**εκτιμητική**)

Παράδειγμα: $Q_D^A = 24 + 2.4I + 0.12I^2 - 1.6P^A + 0.8P^B$



Ο ρόλος της Οικονομετρίας 4/4

(β) Διατύπωση συμπερασμάτων για τις τιμές των παραμέτρων στον πληθυσμό (**στατιστική επαγωγή**)

Παράδειγμα: $H_0 : \beta_4 = 0$

(γ) Προβλέψεις



Ανάλυση Παλινδρόμησης 1/4

Στατιστική μέθοδος που προσπαθεί να ερμηνεύσει και να ποσοτικοποιήσει τις μεταβολές μιας μεταβλητής (**εξαρτημένη**) σε σχέση με τις μεταβολές άλλων μεταβλητών (**ανεξάρτητες**).



Ανάλυση Παλινδρόμησης 2/4

Ο ερευνητής με βάση την θεωρία και την εμπειρία επιλέγει:

- Την εξαρτημένη μεταβλητή
- Τις ανεξάρτητες μεταβλητές
- Την μορφή της συνάρτησης

Παράδειγμα:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2^2 + X_3^{\beta_3} + \beta_4 \log \frac{X_3}{X_5}$$

Η Ανάλυση Παλινδρόμησης υπολογίζει (εκτιμά) τα β



Ανάλυση Παλινδρόμησης 3/4

Απλή

Μια ανεξάρτητη μεταβλητή

Πολλαπλή

Δύο ή περισσότερες ανεξάρτητες μεταβλητές

Γραμμική

στις

παραμέτρους

Μη Γραμμική



Ανάλυση Παλινδρόμησης 4/4

Παραδείγματα:

- Απλή Γραμμική $Y = \beta_0 + \beta_1 X$ $Y = \beta_0 + \beta_1 X^2$
- Απλή μη Γραμμική $Y = \beta_0 + X^{\beta_1}$
- Πολλαπλή Γραμμική $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$
 $Y = \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 (X_3 / X_2)$
- Πολλαπλή μη Γραμμική $Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} X_3^{\beta_3}$



Συναρτησιακές και Στοχαστικές Σχέσεις

Συναρτησιακές ή μαθηματικές

Σε κάθε τιμή της X αντιστοιχεί μια τιμή της Y .

Στοχαστικές ή στατιστικές

Σε κάθε τιμή της X αντιστοιχεί μια **κατανομή** τιμών της Y .

Η ανάλυση **παλινδρόμησης** ασχολείται με **στοχαστικές σχέσεις**.

Διερευνά την συναρτησιακή σχέση ανάμεσα στην X και τον μέσο της κατανομής του Y για δεδομένο X (**δεσμευμένος μέσος**).

$$E(Y|X_i) = f(X_i)$$



Βασική υπόθεση του υποδείγματος της απλής γραμμικής παλινδρόμησης 1/3

Στον πληθυσμό που μας ενδιαφέρει υπάρχει μια γραμμική σχέση ανάμεσα στις τιμές του X και στους δεσμευμένους μέσους του Y .

$$E(Y|X_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i$$



Βασική υπόθεση του υποδείγματος της απλής γραμμικής παλινδρόμησης 2/3

Παράδειγμα

Μηνιαίο Εισόδημα \Rightarrow

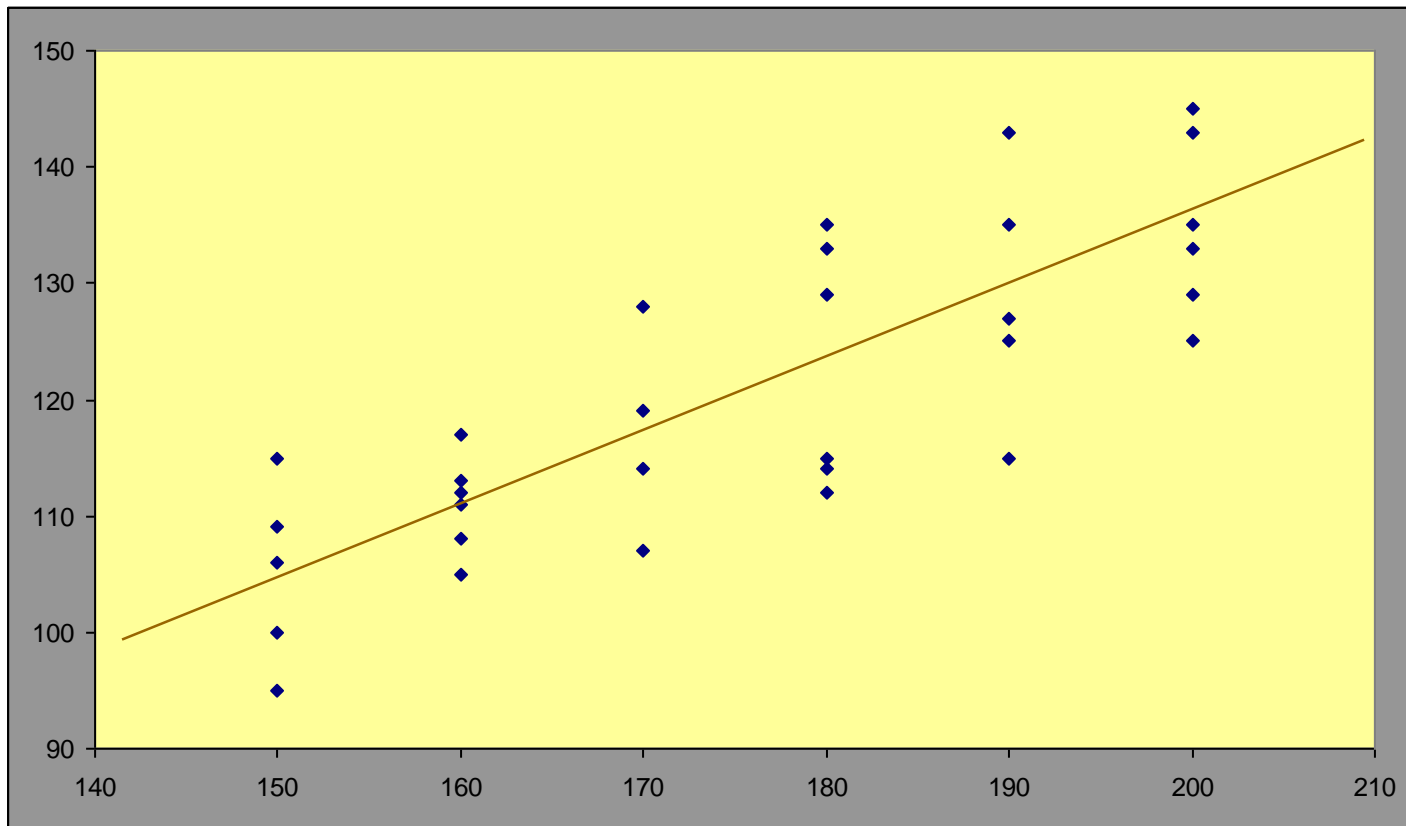
Μηνιαία
κατανάλωση



	150	160	170	180	190	200
	115	105	107	112	115	125
	100	117	114	115	127	129
	95	113	119	114	135	133
	109	108	128	129	143	143
	106	112		133	125	145
		111		135		135
	105	111	117	123	129	135



Βασική υπόθεση του υποδείγματος της απλής γραμμικής παλινδρόμησης 3/3





Η έννοια του τυχαίου σφάλματος 1/4

Αν η σχέση ανάμεσα στο X και στους δεσμευμένους μέσους του Y είναι:

$$E(Y|X_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i$$

Ποια είναι η σχέση ανάμεσα στο Y και στο X ;

Ορίζουμε $u_i = Y_i - E(Y|X_i)$

$$Y_i = E(Y|X_i) + u_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$$

$$Y_i = \text{Συστηματικός όρος} + \text{Τυχαίος όρος}$$

Το u_i είναι τυχαία μεταβλητή και ονομάζεται **όρος σφάλματος** ή **στοχαστικός όρος** ή **διαταρακτικός όρος**.



Η έννοια του τυχαίου σφάλματος 2/4

$X_i \rightarrow$	150	160	170	180	190	200
Y_i {	115	105	107	112	115	125
	100	117	114	115	127	129
	95	113	119	114	135	133
	109	108	128	129	143	143
	106	112		133	125	145
		111		135		135
$E(Y X_i) \rightarrow$	105	111	117	123	129	135

$X_i \rightarrow$	150	160	170	180	190	200
u_i {	10	-6	-10	-11	-14	-10
	-5	6	-3	-8	-2	-6
	-10	2	2	-9	6	-2
	4	-3	11	6	14	8
	1	1		10	-4	10
		0		12		0
$E(u X_i) \rightarrow$	0	0	0	0	0	0



Η έννοια του τυχαίου σφάλματος 3/4

Η υπόθεση ότι η γραμμή παλινδρόμησης περνάει από όλους τους δεσμευμένους μέσους του Y συνεπάγεται ότι όλοι οι δεσμευμένοι μέσοι του u είναι ίσοι με το μηδέν.

$$\begin{aligned} E(Y_i|X_i) &= E(\beta_0 + \beta_1 X_i + u_i|X_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i + E(u_i|X_i) \\ &= E(Y_i|X_i) + E(u_i|X_i) \quad \Rightarrow \quad E(u_i|X_i) = 0 \end{aligned}$$

Το u αντιπροσωπεύει όλες τις μεταβλητές που επηρεάζουν το Y και δεν λήφθηκαν υπόψη στο υπόδειγμα.

Γιατί δεν λήφθηκαν υπόψη ? \Rightarrow



Η έννοια του τυχαίου σφάλματος 4/4

- Δεν υπάρχουν διαθέσιμα στατιστικά στοιχεία.
- Ο ρόλος τους δεν είναι και τόσο σημαντικός και σ' ένα βαθμό μπορεί να θεωρηθεί τυχαίος.
- Η συμμετοχή τους στο υπόδειγμα οδηγεί σε πολύπλοκη μορφή συνάρτησης.
- Η μορφή της συνάρτησης δεν είναι η σωστή.
- Άλλοι λόγοι.



Βιβλιογραφία

- **«ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ. ΜΙΑ ΝΕΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ»**
(Τόμοι Α και Β)
J.M. Wooldridge
Εκδόσεις: Παπαζήση
- **«ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ»**
(Τόμοι Α & Β)
Γεώργιος Κ. Χρήστου
Εκδόσεις: Gutenberg.



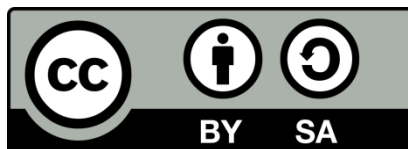
Λέξεις – έννοιες κλειδιά

- Απλή παλινδρόμηση, πολλαπλή παλινδρόμηση, γραμμική παλινδρόμηση, μη γραμμική παλινδρόμηση, στοχαστικές σχέσεις, τυχαίο σφάλμα, στοχαστικός όρος, διαταρακτικός όρος.



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.





Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





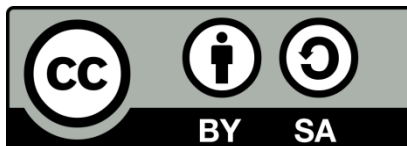
Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών 2014. Τμήμα Αγροτικής Οικονομίας και Ανάπτυξης, Λαζαρίδης Παναγιώτης, «Οικονομετρία». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://mediasrv.aua.gr/eclass/courses/OCDAERD102/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων, π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Η άδεια αυτή ανήκει στις άδειες που ακολουθούν τις προδιαγραφές του Ορισμού Ανοικτής Γνώσης [2], είναι ανοικτό πολιτιστικό έργο [3] και για το λόγο αυτό αποτελεί ανοικτό περιεχόμενο [4].

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

[2] <http://opendefinition.org/okd/ellinika/>

[3] <http://freedomdefined.org/Definition/EI>

[4] <http://opendefinition.org/buttons/>



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
 - το Σημείωμα Αδειοδότησης
 - τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
 - το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)
- μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.