ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ *9 Σεπτεμβρίου 2019*

**1.** α)(12) Με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων εξετάστε ποια από τις ευθείες και είναι εγγύτερη προς τα εξής σημεία :

β) (13) Εξετάστε με τη μέθοδο Lagrange αν η συνάρτηση , με πεδίο ορισμού τα σημεία για τα οποία , μπορεί να έχει τοπικά ακρότατα στα σημεία

**2.**  α) (15) Γραψτε ενα διπλο καρτεσιανο ολοκληρωμα το οποιο υπολογιζει τον ογκο του στερεου που φρασσεται πανω απο την επιφανεια  , κατω απο το - επιπεδο, και πλευρικα απο τρια κατακορυφα επιπεδα που οριζονται απο τις ευθειες  του - επιπεδου.

Γραψτε το ολοκληρωμα χρησιμοποιωντας πρωτα την σειρα ολοκληρωσης *dxdy* και μετα την σειρα ολοκληρωσης *dydx.*

β) (10) Αποδειξτε με χρηση διπλων ολοκληρωματων ότι το εμβαδόν του δίσκου ακτίνας 5 ισουται με 25π.

γ) (10) Δείξτε ότι αν  είναι εάν χωρίο του επιπέδου που φράσσεται από μια απλή κλειστή καμπύλη , τότε

.

(Υποδειξη: Χρησιμοποιειστε το Θεωρημα Green)

δ) (7) Εστω  ενα διανυσματικο πεδιο, και  μια διαδρομη στο

-επιπεδο απο το σημειο (-1, 1) ως το σημειο (1,1 ). Η διαδρομη αποτελειται

απο τα ευθυγραμμα τμηματα απο το σημειο (-1, 1) ως το (0, 0) από το (0, 0)

μεχρι το σημειο (-2, 3) και απο εκει ως το (1, 1). Βρειτε το εργο του *F*.

ε) (8) Δίδεται η επιφάνεια 

 στον .

Γραψτε ένα διπλο ολοκληρωμα ως προς *s, t*  το οποιο υπολογιζει το εμβαδον της επιφανειας.

**3.** α) (12) Χρησιμοποιώντας τις συνθήκες Cauchy-Riemann, δείξτε ότι αν είναι το φανταστικό μέρος μιας παραγωγίσιμης μιγαδικής συνάρτησης *f*(z), τότε

β) (13) Δίδεται η καμπύλη , στο μιγαδικό επίπεδο.