

ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΦΥΣΙΚΗ

ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

- Να γνωρίσετε ορισμένα φαινόμενα που εξηγούνται με την κβαντική μηχανική.
- Να κατανοήσετε ότι η κβαντική μηχανική εισάγει ένα νέο είδος αβεβαιότητας στις μετρήσεις.
- Να γνωρίζετε την ερμηνεία και τις ιδιότητες των κυματοσυναρτήσεων.
- Να μελετήσετε ορισμένα απλά κβαντομηχανικά συστήματα.
- Να κατανοήσετε την αρχή λειτουργίας του ηλεκτρονικού μικροσκοπίου.



ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ ΣΤΙΣ ΕΝΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

- Από το βιβλίο του J. Newman «Φυσική της Ζωής» την §24.2, §24.3, §24.4, §23.3.
- Από το βιβλίο των Freeman/Ruskell/Kesten/Tauck §26.2.





ΟΙ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΟΙ ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

- Ανάλογα με τις διαστάσεις του συστήματος και τις ταχύτητες που εμπλέκονται σε ένα πρόβλημα μπορούμε να διακρίνουμε τις ακόλουθες περιοχές.





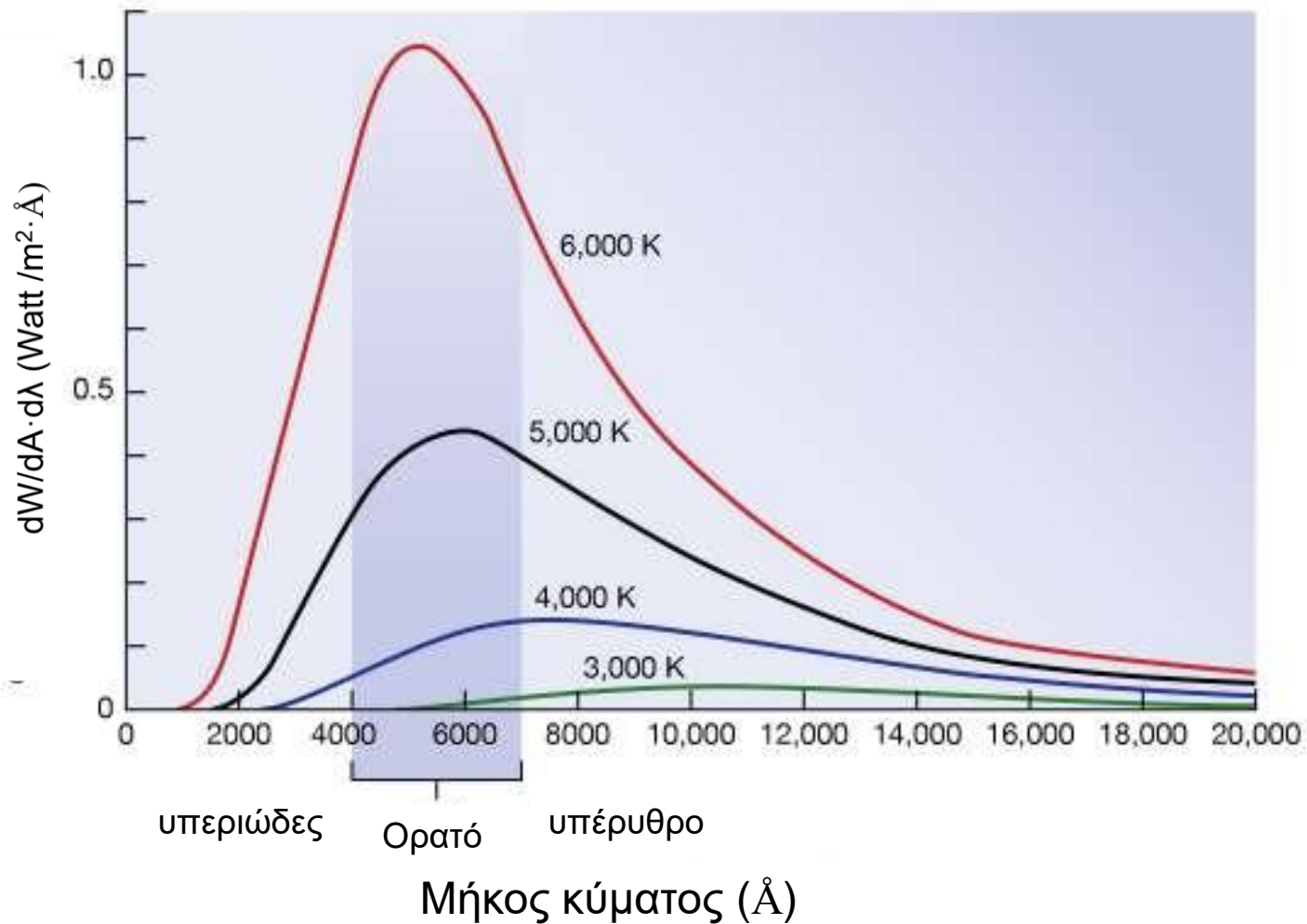
ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ ΜΕΛΑΝΟΣ ΣΩΜΑΤΟΣ

PLANCK 1900

- Προκειμένου να εξηγήσει την ακτινοβολία του μέλανος σώματος αναγκάστηκε να υποθέσει ότι η ακτινοβολία εκπέμπεται σε κβάντα ενέργειας που είναι ανάλογα με τη συχνότητα (f).



PLANCK 1900



PLANCK 1900

○ Δηλαδή είναι

$$E = h \cdot f$$

όπου $h = 6,6256 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ είναι γνωστή ως σταθερά του Planck.





ΦΩΤΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ

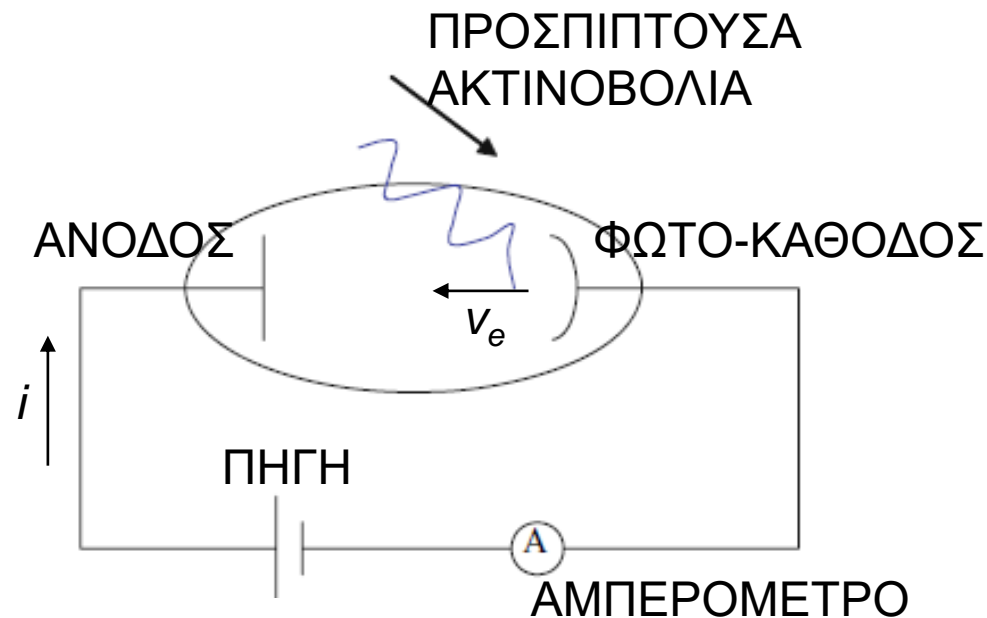
ΦΩΤΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ

- Πρόκειται για το φαινόμενο της εξαγωγής ηλεκτρονίων από την επιφάνεια ενός μετάλλου με τη βοήθεια του φωτός.



ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΦΩΤΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ

- Μια διάταξη για την πειραματική μελέτη του φαινομένου φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- Πειραματικά είχε διαπιστωθεί ότι:
 - α) Δεν παράγονται e^- (και συνεπώς δεν υπάρχει ρεύμα) όταν η συχνότητα είναι κάτω από μια ορισμένη τιμή άσχετα από τη διαφορά δυναμικού. Η συχνότητα αυτή είναι γνωστή ως συχνότητα κατωφλίου (f_0).



ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

β) Αν αντιστραφεί η πολικότητα της πηγής υπάρχει κάποια τιμή, που ονομάζεται δυναμικό αποκοπής, για το οποίο το ρεύμα σταματά.

γ) Αυξάνοντας την ένταση της ακτινοβολίας αυξάνεται η ένταση του ρεύματος, αλλά το δυναμικό αποκοπής δεν μεταβάλλεται.



ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

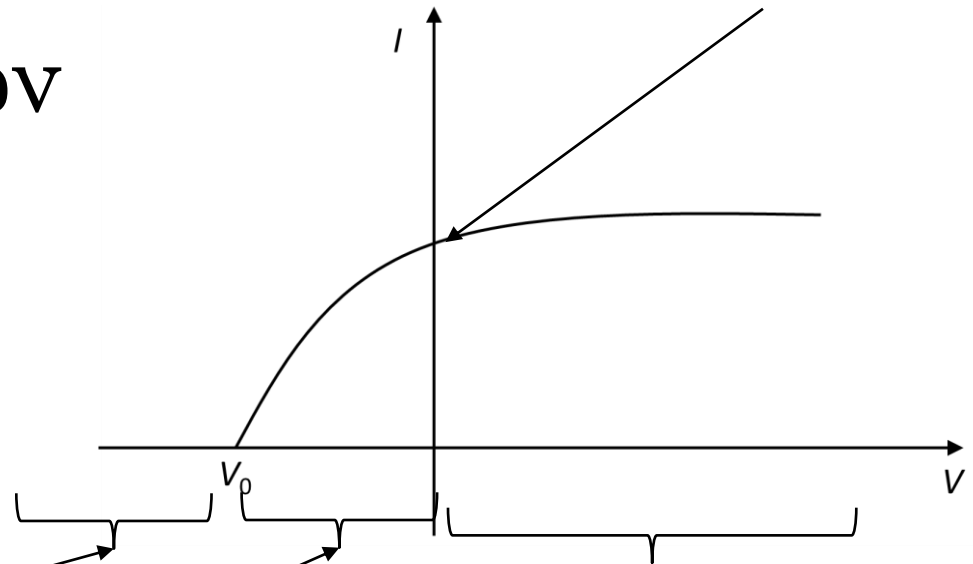
δ) Ανεξάρτητα από την ένταση της ακτινοβολίας, το ρεύμα εμφανίζεται άμεσα στο κύκλωμα.



ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- Σχηματικά, μέρος αυτών των παρατηρήσεων συνοψίζονται στο διπλανό διάγραμμα.

Ακόμα και για μηδενική τάση υπάρχει ρεύμα



Το ρεύμα δεν γίνεται ποτέ αρνητικό

Το ρεύμα, όταν αντιστραφεί η πολικότητα, μειώνεται και τελικά μηδενίζεται για την τιμή του δυναμικού αποκοπής

Το ρεύμα φθάνει γρήγορα μια σταθερή τιμή που δεν αλλάζει με την τάση

ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΚΛΑΣΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

- Σύμφωνα με την κλασική φυσική, αυτό που περιμένουμε είναι η απορρόφηση της ακτινοβολίας από το μέταλλο, η σταδιακή θέρμανσή του και η εκπομπή ηλεκτρονίων.



ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΚΛΑΣΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

○ Με βάση αυτή την εικόνα

α) Δεν εξηγείται η ύπαρξη συχνότητας κατωφλίου.

β) Καθώς αυξάνει η ένταση της ακτινοβολίας θα έπρεπε να μεταβάλλεται και το δυναμικό αποκοπής.



ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΚΛΑΣΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

γ) Θα έπρεπε να μεσολαβεί κάποιος χρόνος από την ακτινοβόληση του μετάλλου μέχρι την εμφάνιση του ρεύματος, κυρίως στις χαμηλές εντάσεις προσπίπτουσας ακτινοβολίας.



Η ΕΙΣΩΣΗ ΤΟΥ ΦΩΤΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ

- Ο Einstein το 1905 κατάφερε χρησιμοποιώντας το μοντέλο των φωτονίων να εξηγήσει το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο.
- Για το λόγο αυτό του απονεμήθηκε το Nobel φυσικής του 1921.



ΜΟΝΤΕΛΟ ΦΩΤΟΝΙΩΝ

○ Οι υποθέσεις που έκανε ο Einstein ήταν οι εξής:

α) Ακτινοβολία συχνότητας f αποτελείται από διακριτά κβάντα που το καθένα φέρει ενέργεια $E = hf$.



ΜΟΝΤΕΛΟ ΦΩΤΟΝΙΩΝ

β) Τα φωτόνια εκπέμπονται η απορροφούνται ως όλον.

γ) Ένα φωτόνιο που απορροφάται από το μέταλλο μεταφέρει όλη του την ενέργεια σε ένα ηλεκτρόνιο.



Η ΕΙΣΩΣΗ ΤΟΥ ΦΩΤΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ

- Η εξίσωση που περιγράφει το Φ.Φ. είναι η **διατήρηση της ενέργειας**:

$$h \cdot f = W + \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_{max}^2$$

όπου W το έργο εξαγωγής για το συγκεκριμένο μέταλλο και v_{max} η μέγιστη ταχύτητα που παρατηρείται στα φωτοηλεκτρόνια.



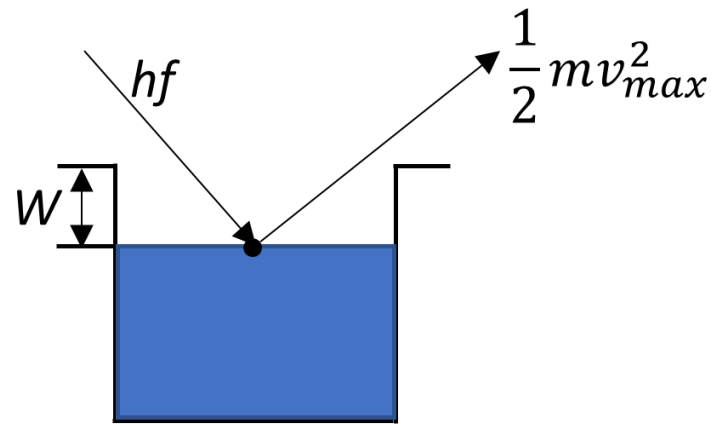
ΤΟ ΕΡΓΟ ΕΞΑΓΩΓΗΣ

- Το έργο εξαγωγής W δείχνει την ελάχιστη απαραίτητη ενέργεια που πρέπει να προσφέρουμε ώστε να εξάγουμε το ηλεκτρόνιο από το μέταλλο.
- Εξαρτάται από το είδος του μετάλλου αλλά και από την κατάσταση της επιφάνειας.



ΤΟ ΕΡΓΟ ΕΞΑΓΩΓΗΣ – ΜΙΑ ΑΝΑΛΟΓΙΑ

- Φανταστείτε ότι έχουμε ένα δοχείο με κάποιο υγρό όπως φαίνεται στο σχήμα.
- Για να εξάγουμε ένα μόριο του υγρού θα πρέπει να προσφέρουμε ενέργεια τουλάχιστον ίση με $W = mgh$.



ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΚΑΤΩΦΛΙΟΥ

- Η προηγούμενη εξίσωση υπολογίζει και τη συχνότητα κατωφλίου ως εξής:

$$h \cdot f_0 = W \Rightarrow f_0 = \frac{W}{h}$$



ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΑΠΟΚΟΠΗΣ

- Η βασική εξίσωση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου υπολογίζει και το δυναμικό αποκοπής ως εξής:

$$q_e \cdot V_0 = K_{max} \Rightarrow V_0 = \frac{mv_{max}^2}{2q_e}$$

$$q_e \cdot V_0 = \overset{\dot{\eta}}{hf} - W$$



ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΑΠΟΚΟΠΗΣ

○ Εναλλακτικά:

$$q_e \cdot V_0 = K_{max} = hf - W \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_e \cdot V_0 = hf - hf_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{h}{q_e} f - \frac{hf_0}{q_e}$$

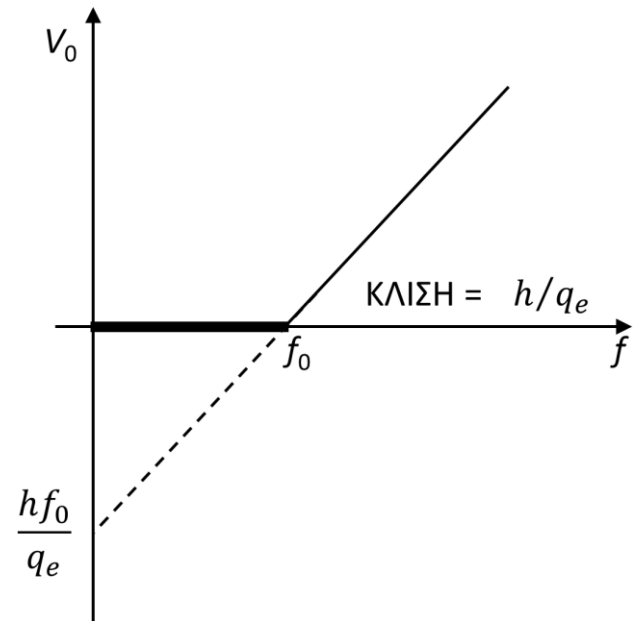


ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΑΠΟΚΟΠΗΣ

- Αυτή η τελευταία σχέση μας δείχνει ότι η γραφική παράσταση του δυναμικού αποκοπής σε συνάρτηση με τη συχνότητα είναι ευθεία με κλίση h/q_e .

$$V_0 = \frac{h}{q_e} f - \frac{hf_0}{q_e}$$

$$y = Ax + B$$



ΕΙΝΣΤΕΙΝ ΦΩΤΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ 1905

- Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο δείχνει ότι η ενεργειακή αποτελεσματικότητα του φωτός εξαρτάται από την συχνότητα και όχι από την ένταση (όπως ήταν αναμενόμενο με βάση την κλασική θεωρία).



ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΤΗ ΔΡΑΣΗ ΦΩΤΟΣ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΥΛΗ

- Όλοι ξέρουμε π.χ. ότι μαυρίζουμε όταν εκτεθούμε σε υπεριώδες φως, το οποίο σημαίνει ότι οι χημικές αντιδράσεις που προκαλούν το μαύρισμα ενεργοποιούνται μόνο όταν η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας υπερβεί μια τιμή.



ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΤΗ ΔΡΑΣΗ ΦΩΤΟΣ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΥΛΗ

- Για να γίνει μια τέτοια χημική αντίδραση πρέπει να δοθεί στα αντιδρώντα μόρια μια ελάχιστη ενέργεια.



ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΤΗ ΔΡΑΣΗ ΦΩΤΟΣ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΥΛΗ

- Αν η Η/Μ ακτινοβολία είχε συνεχή χαρακτήρα, τότε η απαιτούμενη ενέργεια θα μπορούσε να απορροφηθεί σιγά-σιγά και η αντίδραση θα συνέβαινε ανεξάρτητα από τη συχνότητα του προσπίπτοντος φωτός.



ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΤΗ ΔΡΑΣΗ ΦΩΤΟΣ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΥΛΗ

- Δηλ. θα μαυρίζαμε ακόμα και δίπλα σε μια ραδιοφωνική κεραία!



ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΤΗ ΔΡΑΣΗ ΦΩΤΟΣ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΥΛΗ

- Χωρίς την κβάντωση της Η/Μ ακτινοβολίας, τα ηλεκτρόνια των ατόμων και των μορίων θα απορροφούσαν συνεχώς ενέργεια από το φως οποιασδήποτε συχνότητας και η ύπαρξη σταθερών μοριακών δομών θα ήταν απολύτως αδύνατη.



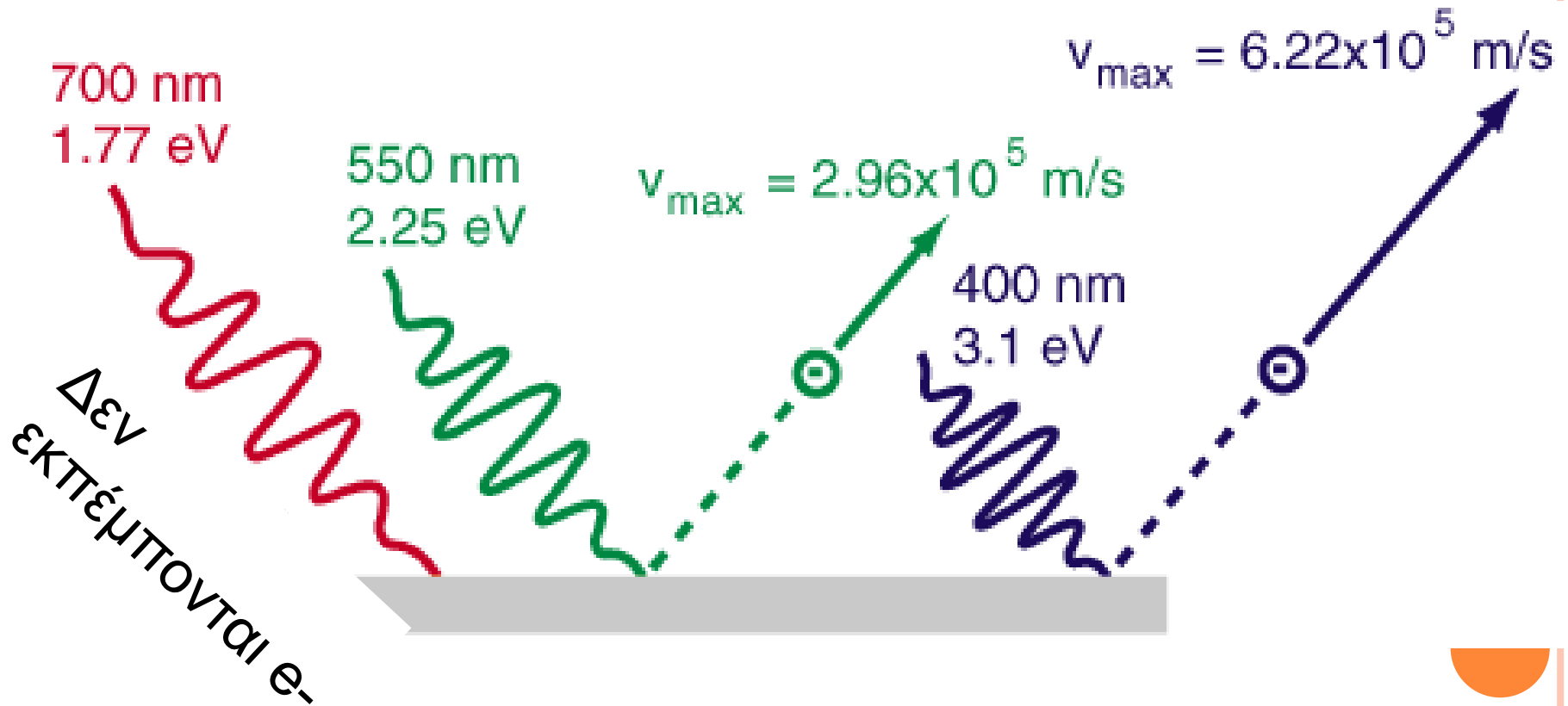
ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΤΗ ΔΡΑΣΗ ΦΩΤΟΣ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΥΛΗ

- Η κβάντωση του φωτός είναι αναγκαιότητα συνυφασμένη με την ίδια την ύπαρξη μας.



ΕΙΝΣΤΕΙΝ ΦΩΤΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ 1905

○ Σχηματικά



A decorative vertical bar on the left side of the slide, featuring a gradient from light to dark brown and several orange circles of varying sizes. The text is positioned to the right of this bar.

Η ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

Η ΕΝΝΟΙΑ ΣΦΑΛΜΑ Ή ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ

- Στην κλασική φυσική το σφάλμα σε μια μέτρηση οφείλεται στα ατελή όργανα ή στον παρατηρητή.
- Θεωρητικά, αν έχουμε πολύ καλά όργανα και έναν έμπειρο πειραματιστή μπορούμε να μειώνουμε, χωρίς κανένα όριο το σφάλμα.



Η ΕΝΝΟΙΑ ΣΦΑΛΜΑ Ή ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ

- Όμως ακόμα και στην κλασική φυσική υπάρχει το εξής πρόβλημα: Φανταστείτε ότι θέλουμε να μετρήσουμε την θερμοκρασία ενός φλυτζανιού με καφέ με τη βοήθεια ενός πολύ μεγάλου θερμομέτρου.



Η ΕΝΝΟΙΑ ΣΦΑΛΜΑ Ή ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ

- Είναι εύκολο να καταλάβουμε ότι το θερμόμετρο επηρεάζει τη θερμοκρασία του καφέ, καθώς θερμότητα θα πρέπει να μεταφερθεί από τον καφέ στο θερμόμετρο με συνέπεια τη μείωση της θερμοκρασία του καφέ.



Η ΕΝΝΟΙΑ ΣΦΑΛΜΑ Ή ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ

- Συνήθως, στην κλασική φυσική θεωρούμε ότι η επίδραση αυτή είναι αμελητέα.



Η ΕΝΝΟΙΑ ΣΦΑΛΜΑ Ή ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ

- Στην φυσική των στοιχειωδών σωματιδίων (κβαντομηχανική) εισάγεται αβεβαιότητα που σχετίζεται με το γεγονός ότι για να γίνει μέτρηση θα πρέπει να συμβεί αλληλεπίδραση.



ΕΝΑ ΙΔΕΑΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

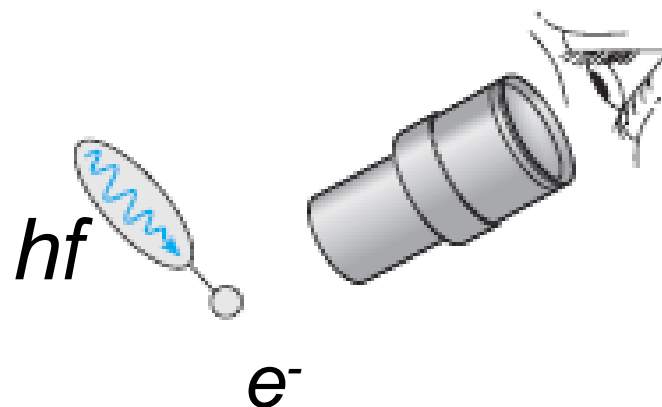
- Έστω ότι θέλουμε να παρατηρήσουμε ένα ηλεκτρόνιο με τη βοήθεια ενός μικροσκοπίου (ιδεατό πείραμα).
- Θα πρέπει στο ηλεκτρόνιο να προσπέσει τουλάχιστον ένα φωτόνιο.
- Το φωτόνιο όμως θα προσδώσει ενέργεια στο ηλεκτρόνιο αλλάζοντας την ταχύτητά του.



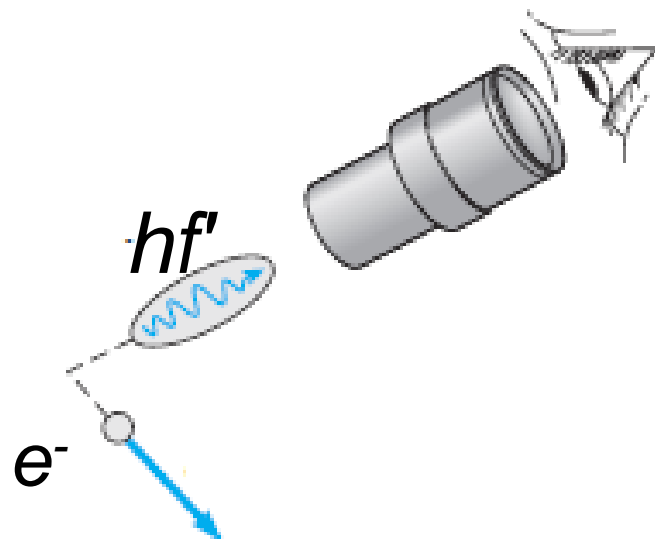
ΕΝΑ ΙΔΕΑΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

○ Σχηματικά


Πριν τη
σύγκρουση



Μετά τη
σύγκρουση



ΕΝΑ ΙΔΕΑΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

- Ο Heisenberg έδειξε ότι όσο μειώνουμε το μήκος κύματος (για να αυξήσουμε τη διακριτική ικανότητα) οπότε εντοπίζουμε καλύτερα τη θέση του ηλεκτρονίου, τόσο αυξάνουμε τη συχνότητα οπότε το φωτόνιο έχει μεγαλύτερη ενέργεια με συνέπεια να μεταβάλλει πολύ περισσότερο την ταχύτητα του ηλεκτρονίου.
- 

HEISENBERG ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

1927

- Οι μετρήσεις στη θέση και την ορμή ενός σωματιδίου δεν μπορούν να γίνουν με μηδενική αβεβαιότητα ταυτόχρονα.
- Ισχύει ότι

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4 \cdot \pi}$$

όπου Δx η αβεβαιότητα στη θέση και Δp η αβεβαιότητα στην ορμή.



ΚΥΜΑΤΟΣΩΜΑΤΙΔΙΑΚΟΣ ΔΥΙΣΜΟΣ

DE BROGLIE ΚΥΜΑΤΟΣΩΜΑΤΙΔΙΑΚΟΣ ΔΥΙΣΜΟΣ 1924

- Όπως είδαμε το φως, που θεωρούνταν κύμα, έχει σωματιδιακά χαρακτηριστικά.
- Μήπως συμβαίνει και το αντίστροφο, δηλ. τα σωματίδια έχουν κυματικά χαρακτηριστικά;



DE BROGLIE ΚΥΜΑΤΟΣΩΜΑΤΙΔΙΑΚΟΣ ΔΥΙΣΜΟΣ 1924

- Ο L. de Broglie πρότεινε ότι πράγματι τα σωματίδια έχουν κυματικά χαρακτηριστικά.
- Η σύνδεση μεταξύ κυματικών και σωματιδιακών χαρακτηριστικών γίνεται με τις εξισώσεις:

$$E = h \cdot f$$
$$p = \frac{h}{\lambda}$$



ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΤΗ ΔΡΑΣΗ ΦΩΤΟΣ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΎΛΗ

- Ο δισισμός που πρότεινε ο de Broglie είναι ΓΕΝΙΚΟ χαρακτηριστικό της ύλης.





КВАНТИКХ МΗΧΑΝΙΚΗ

ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

- Αφού τα σωματίδια έχουν κυματικά χαρακτηριστικά, πρέπει να υπάρχει μια θεωρία που να περιγράφει τα ΚΥΜΑΤΙΚΑ χαρακτηριστικά των σωματιδίων.
- Η διατύπωση της θεωρίας αυτής ολοκληρώθηκε περίπου το 1927 και είναι η κβαντομηχανική.



ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΕΔΙΟΥ

- Πρέπει επίσης να υπάρχει μια θεωρία που να περιγράφει τα ΣΩΜΑΤΙΔΙΚΑ χαρακτηριστικά των κυμάτων.
- Ολοκληρώθηκε το 1953 και είναι γνωστή ως κβαντική θεωρία πεδίου.




ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

- Η εξίσωση που περιγράφει τις κυματικές ιδιότητες των σωματιδίων που κινούνται στη μια διάσταση είναι η εξίσωση Schrödinger

$$-\frac{h^2}{8 \cdot \pi^2 \cdot m} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} + V \cdot \psi = E \cdot \psi$$

όπου m η μάζα του σωματιδίου, V το δυναμικό του πεδίου εντός του οποίου κινείται, E η ολική του ενέργεια και $\psi = \psi(x)$ η ονομαζόμενη κυματοσυνάρτηση. ●

ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

- Η προηγούμενη εξίσωση είναι η χρονοανεξάρτητη εξίσωση Schrödinger.
 - Δεν θα ασχοληθούμε με την χρονοεξαρτημένη εξίσωση Schrödinger.
 - Η εξίσωση Schrödinger μπορεί να γενικευτεί για την περίπτωση ενός σωματιδίου που κινείται στις τρεις διαστάσεις.
- 

ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

- Η εξίσωση Schrödinger μπορεί να γενικευτεί για την περίπτωση ενός σωματιδίου που κινείται στις τρεις διαστάσεις.
- Ένα τέτοιο σύστημα που θα μελετήσουμε είναι το άτομο του υδρογόνου.





ΚΥΜΑΤΟΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Η ΚΥΜΑΤΟΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ψ

- Η κυματοσυνάρτηση ψ είναι λύση της εξ. Schrödinger.
- Στη συνάρτηση αυτή περιέχονται όλες οι πληροφορίες που μπορούμε να έχουμε για ένα σωματίδιο από την κβαντική θεωρία.



Η ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΗΣ ψ

- Το νόημά της είναι ότι το $|\psi|^2 \cdot dx$ δείχνει την πιθανότητα για το ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ να ανιχνευθεί μεταξύ x και $x+dx$.
- Αντιστοίχως, στις τρεις διαστάσεις, το $|\psi|^2 \cdot dV$ δείχνει την πιθανότητα για το ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ να ανιχνευθεί μέσα σε στοιχειώδη όγκο dV .



Η ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΗΣ ψ

- Η ίδια η συνάρτηση ψ δεν έχει κάποιο νόημα και μπορεί να παίρνει θετικές και αρνητικές τιμές.
- Η $|\psi|^2$ προφανώς, ως πιθανότητα, έχει πάντα θετικές ή μηδενικές τιμές.



Η ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΗΣ Ψ

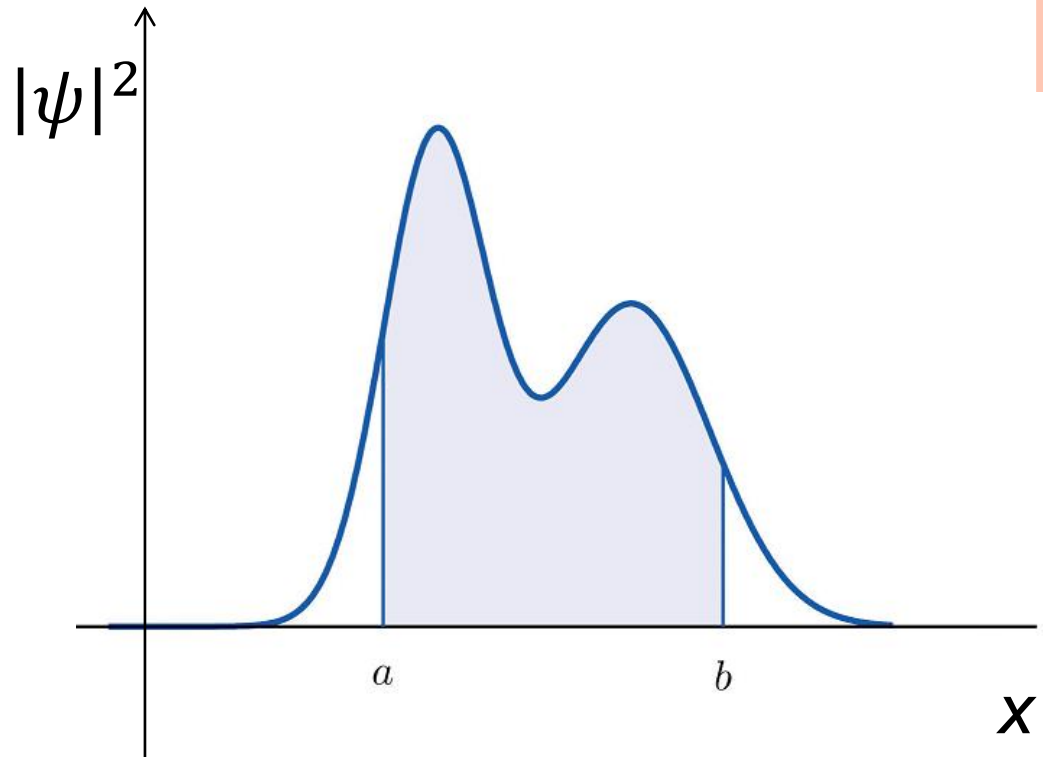
- Αν θέλουμε να υπολογίσουμε την πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο μεταξύ των σημείων a και b καθώς κινείται στον άξονα x θα πρέπει να υπολογίσουμε το

$$\int_a^b |\psi|^2 \cdot dx$$



Η ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΗΣ Ψ

- Ουσιαστικά πρόκειται για το εμβαδό στη γραφική παράσταση $|\psi|^2 - x$.
- Σχηματικά



ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ψ

- Αφού η συνάρτηση ψ εκφράζει την πιθανότητα, και δεδομένου ότι το σωματίδιο βρίσκεται κάπου θα πρέπει να ισχύει

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 \cdot dx = 1$$

ή

$$\Sigma |\psi|^2 \cdot dx = 1.$$



ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ Ψ

- Η ιδιότητα αυτή εκφράζει την κανονικοποίηση της κυματοσυνάρτησης.





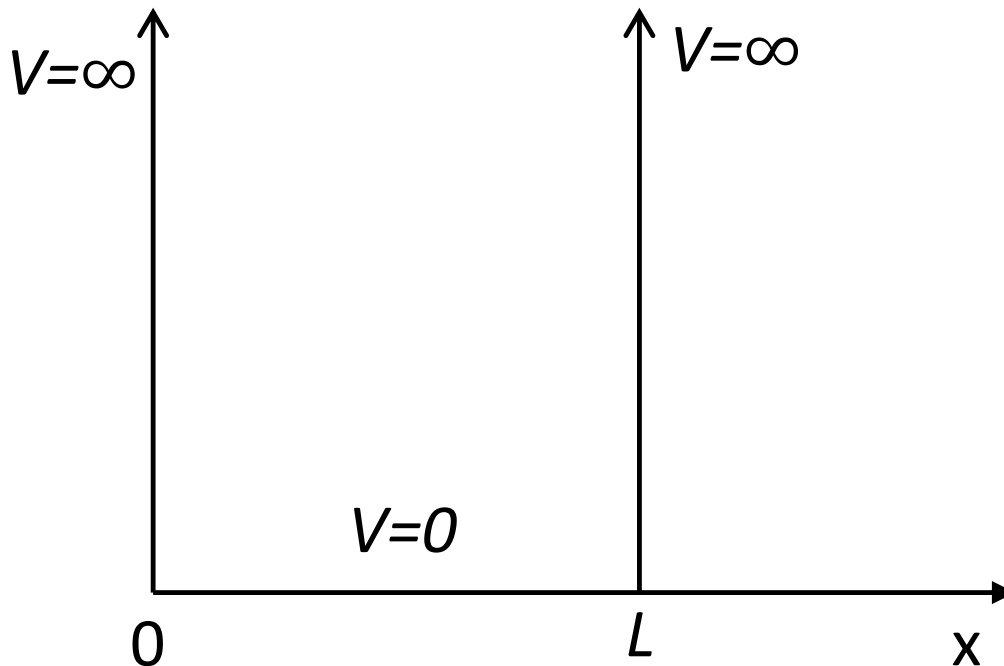
**ΟΡΙΣΜΕΝΑ
ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΑ
ΚΒΑΝΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ**



**ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ
ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ
ΑΠΕΙΡΟΥ ΒΑΘΟΥΣ**

ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ ΑΠΕΙΡΟΒΑΘΟ ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ (ΚΟΥΤΙ)

- Έστω ένα σωματίδιο που είναι παγιδευμένο σε ένα (μονοδιάστατο) κουτί μήκους L .



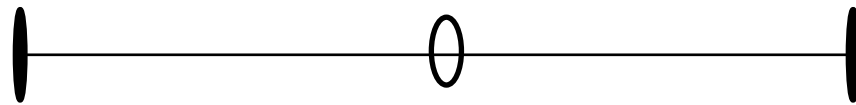
ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ ΑΠΕΙΡΟΒΑΘΟ ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ (ΚΟΥΤΙ)

- Ουσιαστικά πρόκειται για ένα σωματίδιο (π.χ. e^-) που είναι παγιδευμένο σε ένα πηγάδι και ανακλάται τελείως ελαστικά κάθε φορά που προσπίπτει στα τοιχώματα. Αυτό έχει ως συνέπεια να διατηρείται η ενέργεια του.



ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ ΑΠΕΙΡΟΒΑΘΟ ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ (ΚΟΥΤΙ)

- Ένα κλασικό ανάλογο είναι να θεωρήσετε ότι μια χάντρα είναι περασμένη σε ένα οριζόντιο λείο σύρμα μήκους L που στα δύο άκρα του έχει δύο εμπόδια που δεν αφήνουν τη χάντρα να ξεφύγει.



ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ ΑΠΕΙΡΟΒΑΘΟ ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ (ΚΟΥΤΙ)

- Στην περίπτωση αυτή αποδεικνύεται (επιλύοντας την εξ. Schrödinger) ότι:
α) Η (κινητική) ενέργεια του σωματιδίου είναι ΚΒΑΝΤΙΣΜΕΝΗ και παίρνει τις τιμές

$$E_n = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \cdot n^2 \quad n = 1, 2, 3 \dots$$



ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ ΑΠΕΙΡΟΒΑΘΟ ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ (ΚΟΥΤΙ)

β) Η χαμηλότερη τιμή ενέργειας ΔΕΝ είναι η $E_n = 0$ αφού $n \neq 0$. Η ενέργεια αυτή ονομάζεται ενέργεια μηδενικού σημείου.



ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ ΑΠΕΙΡΟΒΑΘΟ ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ (ΚΟΥΤΙ)

γ) Από την εξίσωση $E_n = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \cdot n^2$ παρατηρούμε ότι όταν m ή L πολύ μεγάλα, τότε τα διαδοχικά ενεργειακά επίπεδα θα απέχουν πολύ λίγο μεταξύ τους.



ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ ΑΠΕΙΡΟΒΑΘΟ ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ (ΚΟΥΤΙ)

Πρόκειται για τις περιπτώσεις
ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ
ή σωματιδίων **ΕΓΚΛΕΙΣΜΕΝΑ ΣΕ**
ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΑ ΚΟΥΤΙΑ οπότε
τα κβαντικά φαινόμενα είναι
αμελητέα και τα συστήματα
περιγράφονται με κλασικούς όρους.



ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ ΑΠΕΙΡΟΒΑΘΟ ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ (ΚΟΥΤΙ)

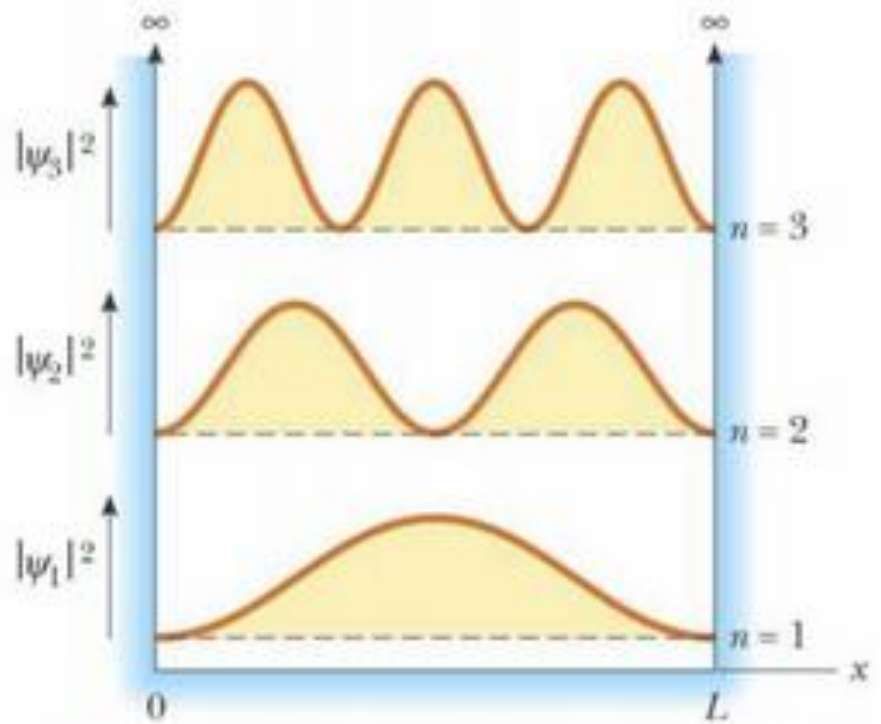
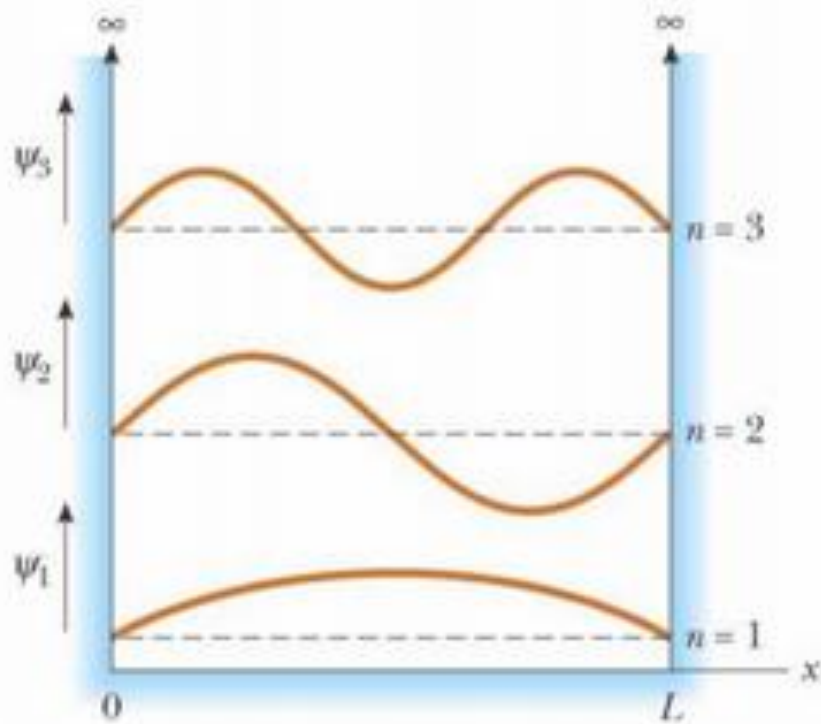
δ) Οι κυματοσυναρτήσεις που μπορούν να περιγράψουν το σωματίδιο όταν έχει ενέργεια E_n είναι

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot x\right) \quad n = 1, 2, 3 \dots$$



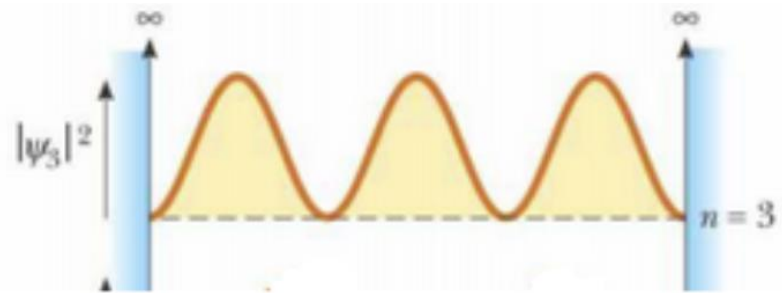
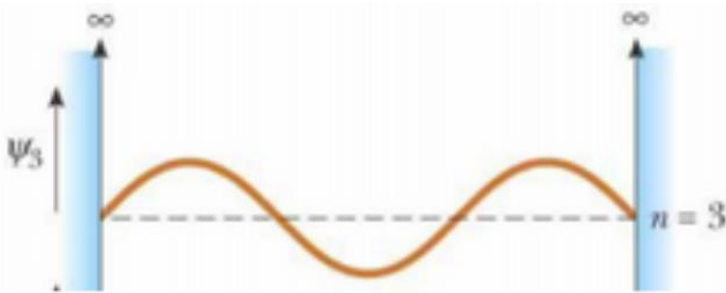
ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ ΑΠΕΙΡΟΒΑΘΟ ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ (ΚΟΥΤΙ)

- Σχηματικά για τις πρώτες κυματοσυναρτήσεις έχουμε



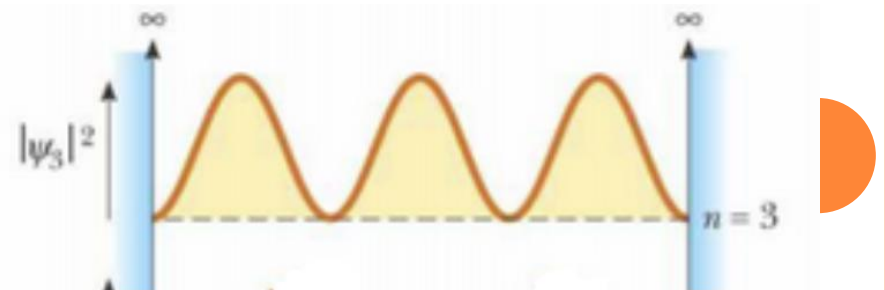
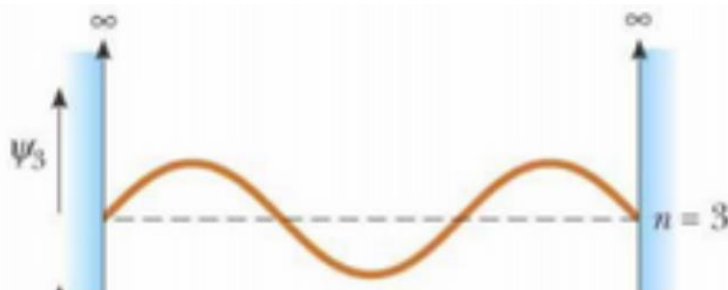
ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ ΑΠΕΙΡΟΒΑΘΟ ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ (ΚΟΥΤΙ)

- Μπορούμε να σχεδιάζουμε αυτές τις κυματοσυναρτήσεις καθώς μοιάζουν με στάσιμα κύματα σε χορδή.
- Η συνάρτηση ψ παίρνει θετικές και αρνητικές τιμές αλλά η συνάρτηση $|\psi|^2$ που δίνει την πιθανότητα είναι



ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ ΑΠΕΙΡΟΒΑΘΟ ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ (ΚΟΥΤΙ)

- Η πιθανότητα να βρούμε το σωματίδιο ΔΕΝ είναι παντού η ίδια όπως αναμέναμε κλασικά.
- Υπάρχουν θέσεις με μηδενική πιθανότητα και με μέγιστη πιθανότητα.



ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ ΑΠΕΙΡΟΒΑΘΟ ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ (ΚΟΥΤΙ)

- Οι κυματοσυναρτήσεις εξελίσσονται χρονικά, αλλά δεν θα ασχοληθούμε με τη χρονική τους εξέλιξη.



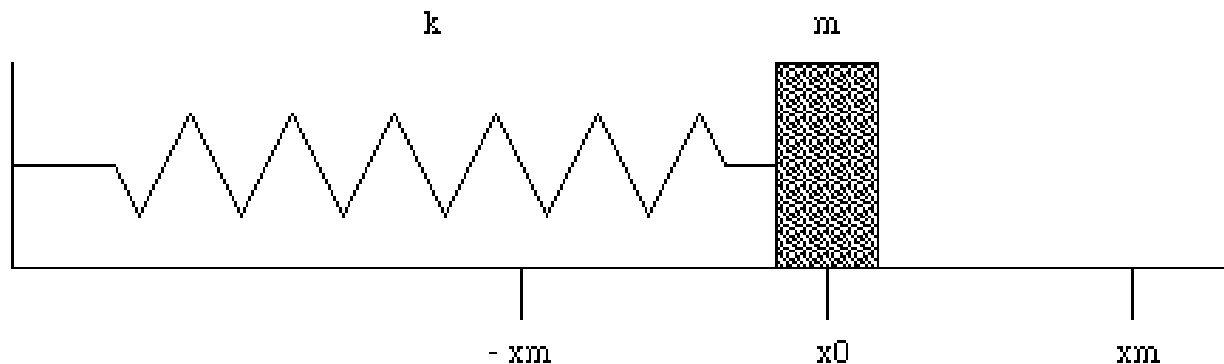


ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ

ΑΡΜΟΝΙΚΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ (ΔΙΑΤΟΜΙΚΟ ΜΟΡΙΟ)

- Ουσιαστικά πρόκειται για το κβαντικό μοντέλο του αρμονικού ταλαντωτή για τον οποίο γνωρίζουμε

$$\text{ότι } f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{k}{m}} .$$



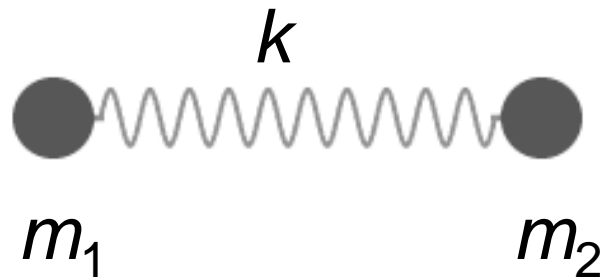
ΑΡΜΟΝΙΚΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ (ΔΙΑΤΟΜΙΚΟ ΜΟΡΙΟ)

- Στη περίπτωση της κβαντομηχανικής χρησιμοποιούμε το μοντέλο του αρμονικού ταλαντωτή για να μελετήσουμε ένα διατομικό μόριο στο οποίο επιτρέπεται η δονητική κίνηση.



ΑΡΜΟΝΙΚΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ (ΔΙΑΤΟΜΙΚΟ ΜΟΡΙΟ)

- Το μόριο αποτελείται από άτομα με μάζες m_1 και m_2 ενώ ο δεσμός λειτουργεί ως ελατήριο σταθεράς k .



ΑΡΜΟΝΙΚΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ (ΔΙΑΤΟΜΙΚΟ ΜΟΡΙΟ)

- Ήδη στο πλαίσιο της κλασικής μηχανικής αποδεικνύεται ότι η συχνότητα δίνεται από τη σχέση

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}}$$

όπου $\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$ η ονομαζόμενη
ανηγμένη μάζα.



ΑΡΜΟΝΙΚΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ (ΔΙΑΤΟΜΙΚΟ ΜΟΡΙΟ)

- Ήδη στο πλαίσιο της κλασικής μηχανικής αποδεικνύεται ότι η συχνότητα δίνεται από τη σχέση

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}}$$

όπου $\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$ η ονομαζόμενη
ανηγμένη μάζα.



ΑΡΜΟΝΙΚΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ (ΔΙΑΤΟΜΙΚΟ ΜΟΡΙΟ)

- Η εξ. Schrödinger επιλύεται για το δυναμικό $V = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$ και δίνει ότι:
α) Η ενέργεια είναι ΚΒΑΝΤΙΣΜΕΝΗ και δίνεται από τη σχέση:

$$E_v = \left(v + \frac{1}{2} \right) \cdot h \cdot f \quad v = 0, 1, 2, \dots$$



ΑΡΜΟΝΙΚΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ (ΔΙΑΤΟΜΙΚΟ ΜΟΡΙΟ)

β) Η χαμηλότερη τιμή ενέργειας και πάλι ΔΕΝ μπορεί να είναι η $E_n = 0$. Η ενέργεια αυτή ονομάζεται ενέργεια μηδενικού σημείου.

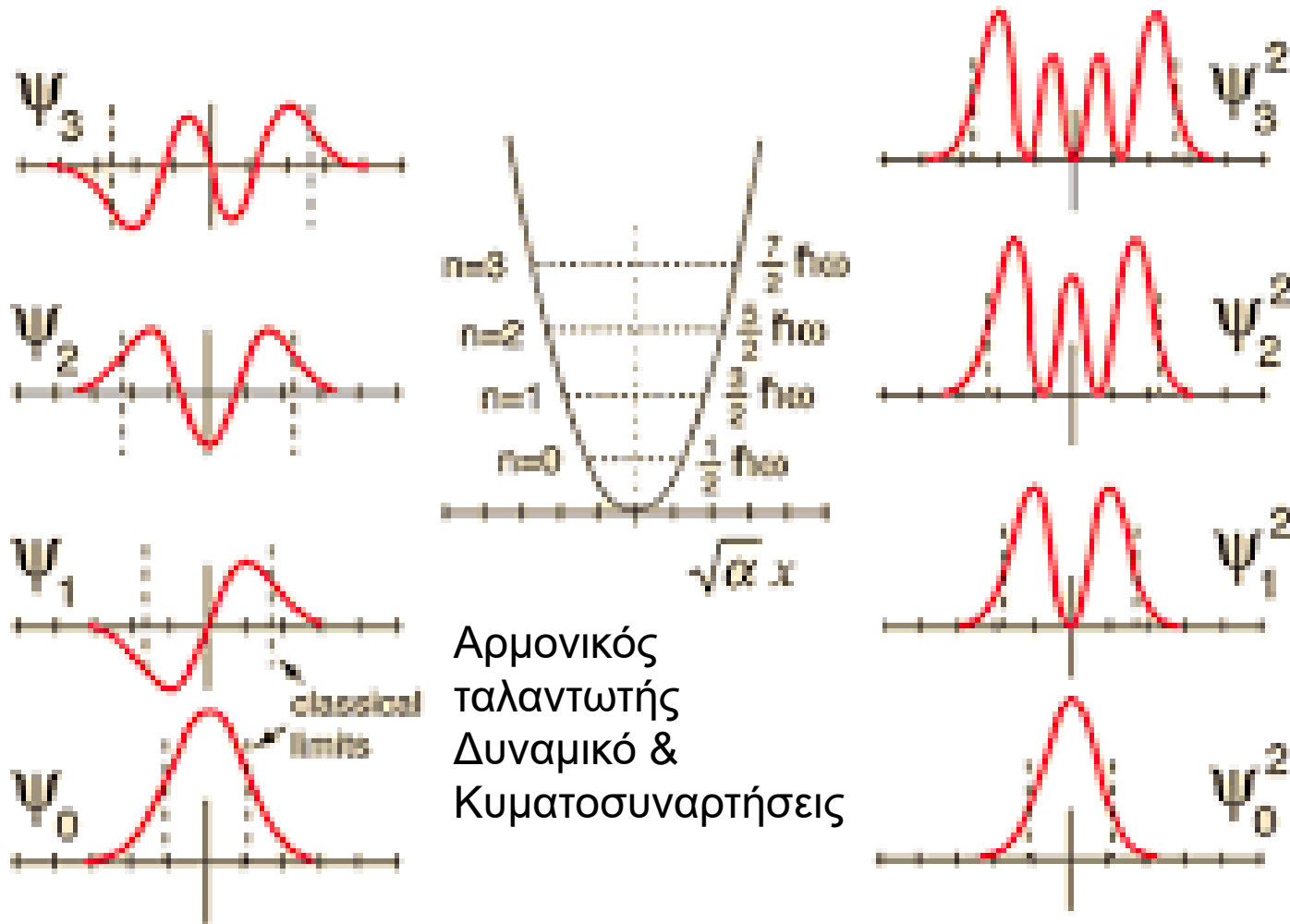


ΑΡΜΟΝΙΚΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ (ΔΙΑΤΟΜΙΚΟ ΜΟΡΙΟ)

γ) Οι κυματοσυναρτήσεις που μπορούν να περιγράψουν το μόριο είναι αρκετά πολύπλοκές και δεν θα μας απασχολήσουν. Οι γραφικές τους παραστάσεις όμως και πάλι μοιάζουν με αυτές των στάσιμων κυμάτων.



ΑΡΜΟΝΙΚΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ (ΔΙΑΤΟΜΙΚΟ ΜΟΡΙΟ)



Αρμονικός
ταλαντωτής
Δυναμικό &
Κυματοσυναρτήσεις

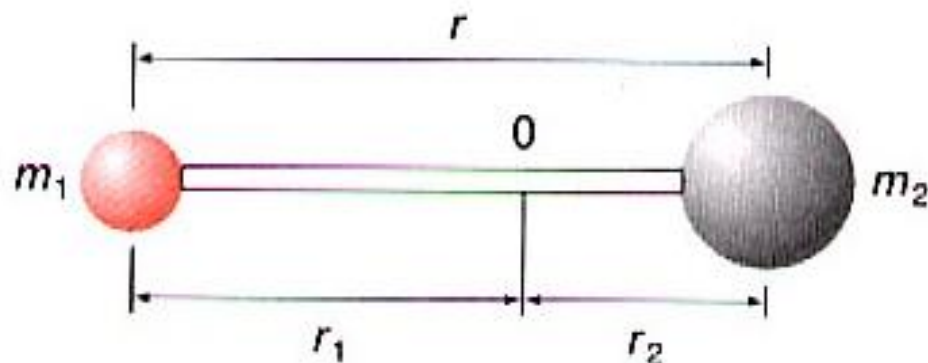




ΜΟΝΤΕΛΟ ΚΒΑΝΤΙΚΟΥ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΕΑ

ΚΒΑΝΤΙΚΟΣ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΕΑΣ*

- Πρόκειται για το κβαντικό μοντέλο του αλτήρα δηλ. δύο άτομα που συνδέονται με άκαμπτο τρόπο και μπορούν να περιστρέφονται γύρω από κάποιο άξονα που διέρχεται από το O .



ΚΒΑΝΤΙΚΟΣ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΕΑΣ*

- Στη περίπτωση της κβαντομηχανικής χρησιμοποιούμε το μοντέλο του αλτήρα για να μελετήσουμε ένα διατομικό μόριο στο οποίο επιτρέπεται η περιστροφική κίνηση.



ΚΒΑΝΤΙΚΟΣ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΕΑΣ*

- Από την κλασική φυσική γνωρίζουμε ότι η ροπή αδράνειας για άξονα από το Ο είναι:

$$I = m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 = \mu \cdot r^2$$

όπου $\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$ η ανηγμένη μάζα.



ΚΒΑΝΤΙΚΟΣ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΕΑΣ*

- Η εξ. Schrödinger επιλύεται και δίνει ότι η ενέργεια είναι ΚΒΑΝΤΙΣΜΕΝΗ και δίνεται από τη σχέση:

$$E_J = J \cdot \left(J + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{h^2}{8 \cdot \pi^2 \cdot I} \quad J = 0, 1, 2, \dots$$





ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟ ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΟ

ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ

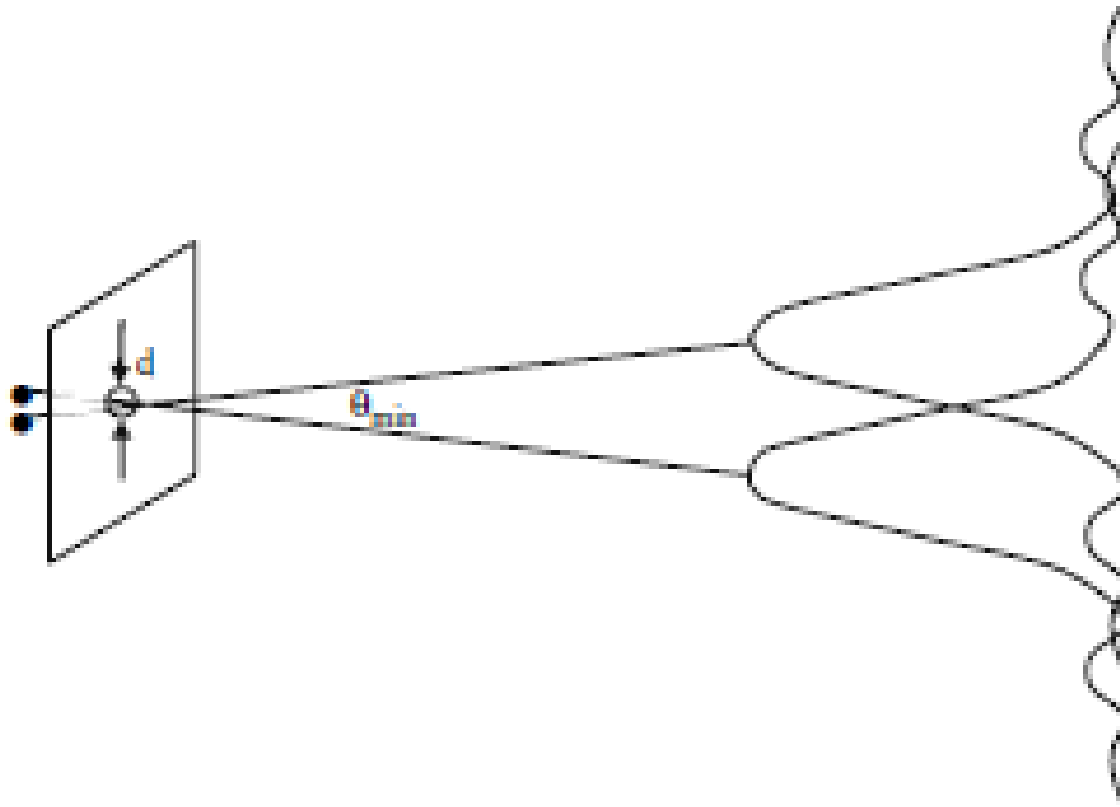
- Σύμφωνα με το κριτήριο Rayleigh, η «γωνιακή απόσταση» που πρέπει να χωρίζει δύο σημεία, όταν αυτά παρατηρούνται μέσα από ένα άνοιγμα διαμέτρου d , ώστε να είναι διακριτά είναι:

$$\theta_{min} = \frac{1,22 \cdot \lambda}{d}$$



ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ

- Ο περιορισμός αυτός τίθεται από την περίθλαση και σχηματικά έχουμε:



ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ

- Αν χρησιμοποιήσουμε ορατό φως προκύπτει ότι, υπό τις βέλτιστες συνθήκες, η διακριτική ικανότητα περιορίζεται περίπου στα $200 \text{ nm} = 0,2 \mu\text{m}$.
- Ένας «χοντρικός» κανόνας είναι ότι με φως μήκους κύματος λ μπορούμε να διακρίνουμε λεπτομέρειες που απέχουν επίσης λ .



ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ

- Πως μπορούμε να αυξήσουμε τη διακριτική ικανότητα;
- Η διακριτική ικανότητα αυξάνει όσο η ελάχιστη γωνία (θ_{\min}) μειώνεται, καθώς αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να ξεχωρίζουμε σημεία που απέχουν μικρότερη απόσταση μεταξύ τους.



ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ

- Ένας από τους τρόπους να μειώσουμε το θ_{\min} είναι να χρησιμοποιήσουμε ακτινοβολία με μικρότερο μήκος κύματος.
- Ο άλλος τρόπος είναι να αυξήσουμε το d , αλλά αυτό είναι συνήθως δύσκολο τεχνολογικά.



ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ

- Για διαφορετικούς λόγους δεν είναι εύκολο ή δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία με μικρότερο κύματος από το ορατό, δηλ. υπεριώδεις, ακτίνες X ή ακτίνες γ.



ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ

- Αντί αυτών, μπορούμε να εκμεταλλευτούμε τις κυματικές ιδιότητες των σωματιδίων.
- Σύμφωνα με την ιδέα του δυισμού, του de Broglie, το μήκος κύματος που συνδέεται με ένα σωματίδιο είναι ίσο με $\lambda = \frac{h}{p}$.



ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ

- Αυτό σημαίνει ότι όσο αυξάνει η ορμή, δηλ. η ταχύτητα ή η ενέργεια ενός σωματιδίου, τόσο μειώνεται το μήκος κύματος.
- Για παράδειγμα, ηλεκτρόνια με ενέργεια 50 keV, έχουν μήκος κύματος ίσο με 0,005 nm.

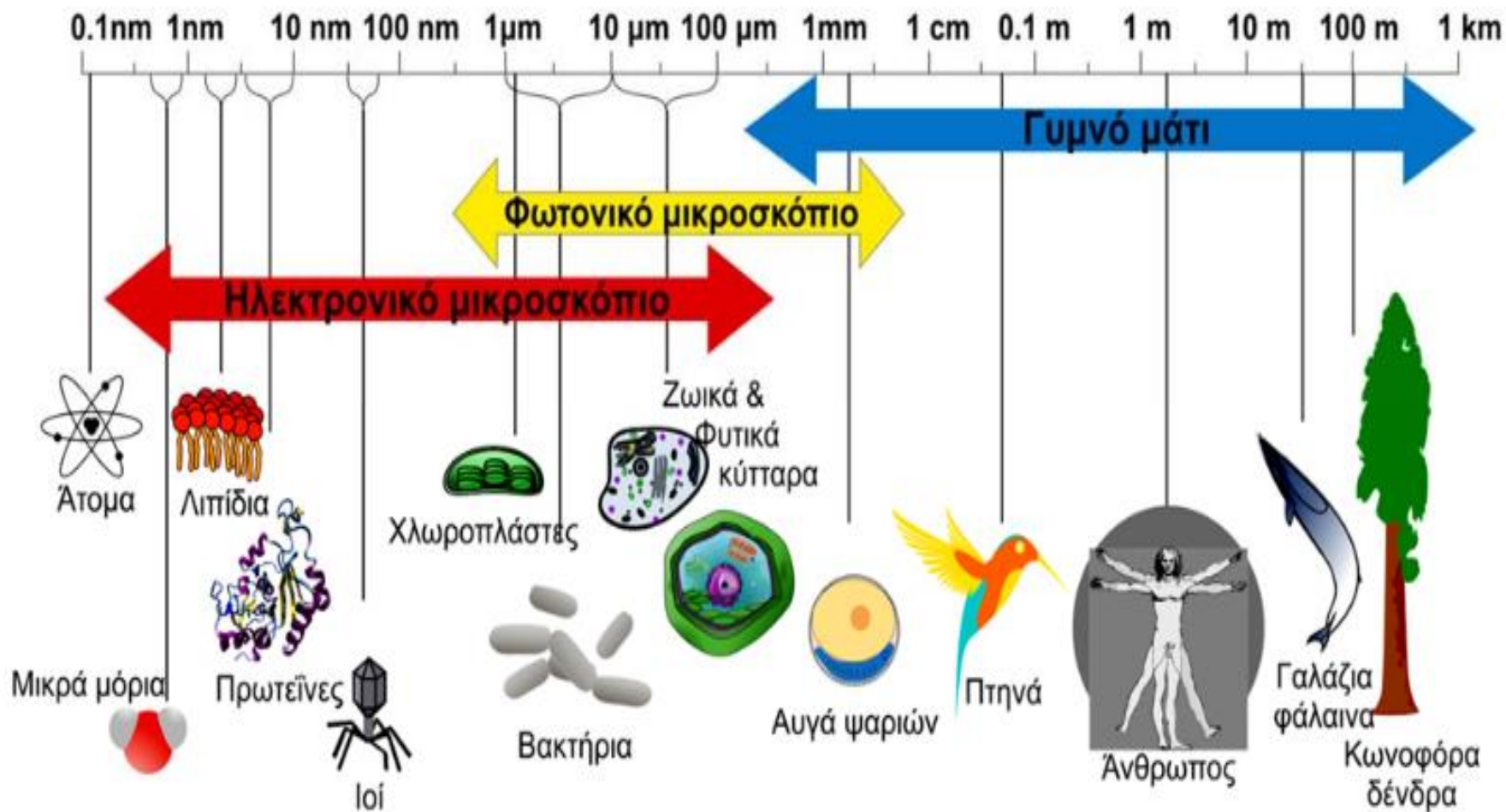


ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ

- Αυτό σημαίνει ότι το μήκος κύματος είναι πολύ μικρότερο από αυτό των ορατών ακτινοβολιών (400 – 700 nm), επομένως θα έχουμε μια πολύ μεγάλη αύξηση της διακριτικής ικανότητας.



ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ



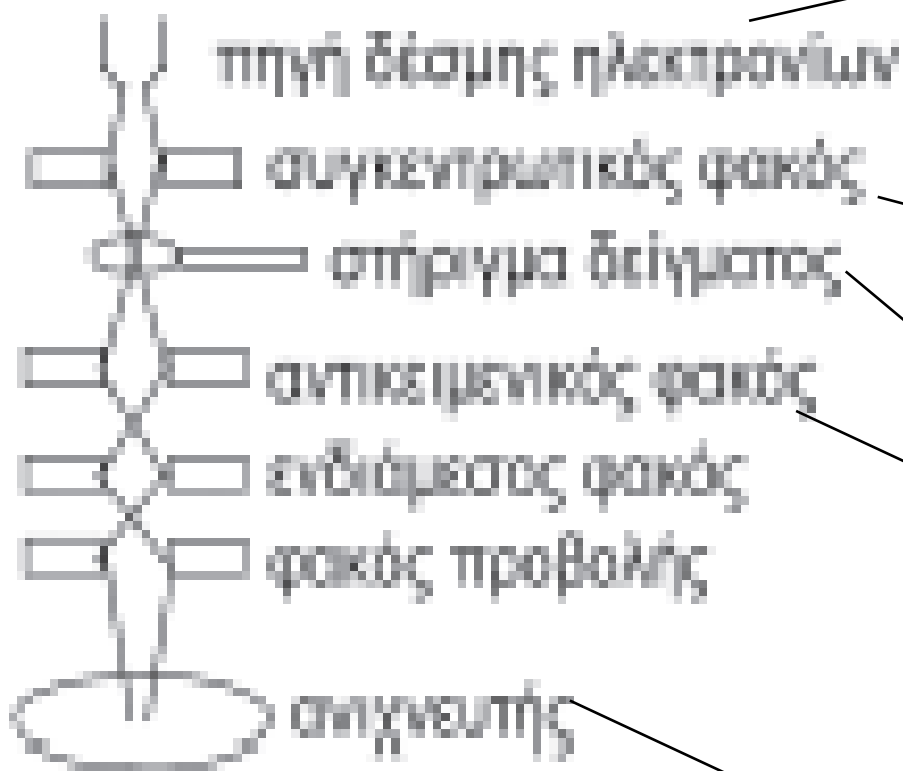
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟ ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΟ

- Τα βασικά μέρη ενός ηλεκτρονικού μικροσκοπίου είναι μια πηγή ηλεκτρονίων, ένας «συγκεντρωτικός φακός», το στήριγμα του δείγματος, ένας αντικειμενικός φακός και ένας ανιχνευτής.
- Όλα αυτά βρίσκονται σε υψηλό κενό.



ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟ ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΟ

○ Σχηματικά



Παράγει και επιταχύνει τα e^- ώστε να αποκτήσουν κατάλληλη ενέργεια

Πρόκειται για μαγνητικό πεδίο που εστιάζει τα e^- στο δείγμα

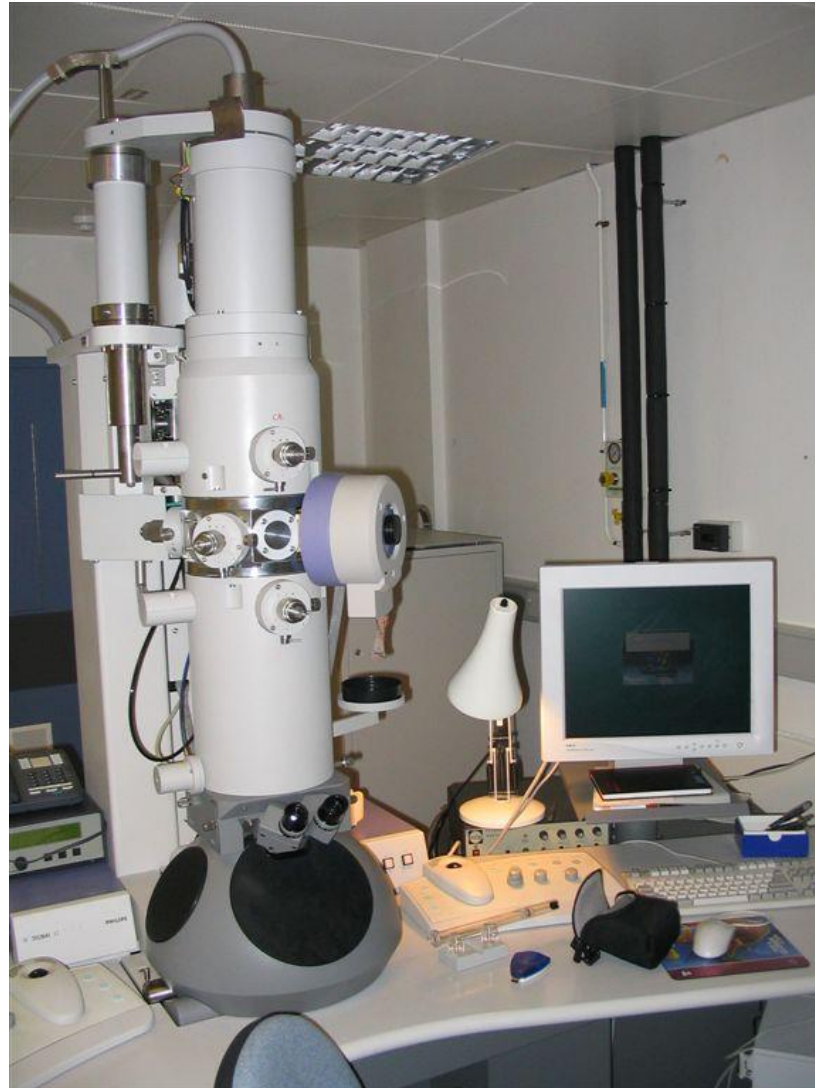
Θέση δείγματος

Πρόκειται για μαγνητικό πεδίο που συγκεντρώνει τα e^-

Σχηματίζεται η εικόνα

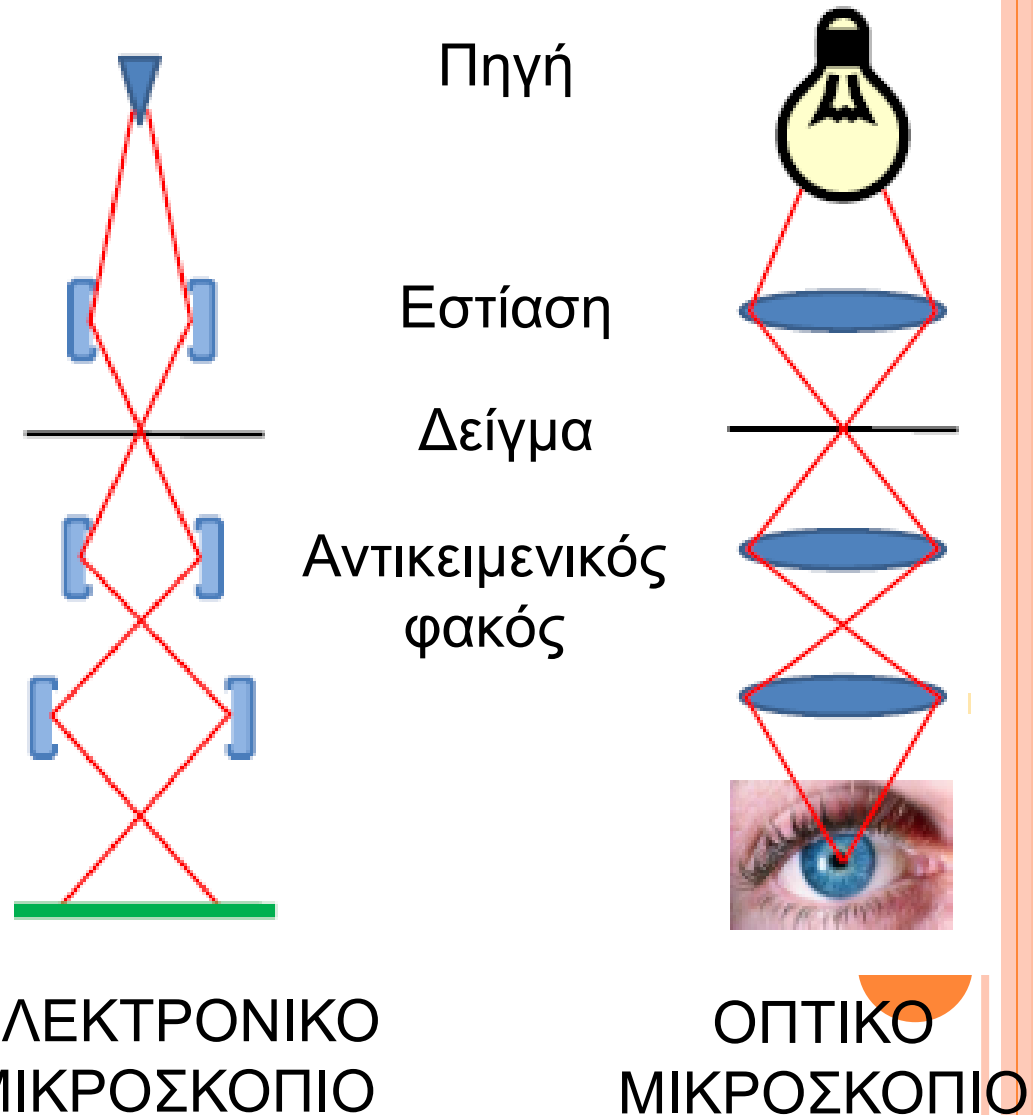


ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟ ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΟ



ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΕΣ ΟΠΤΙΚΟΥ & ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΥ ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΟΥ

- Υπάρχουν σημαντικές ομοιότητες μεταξύ των δύο οργάνων



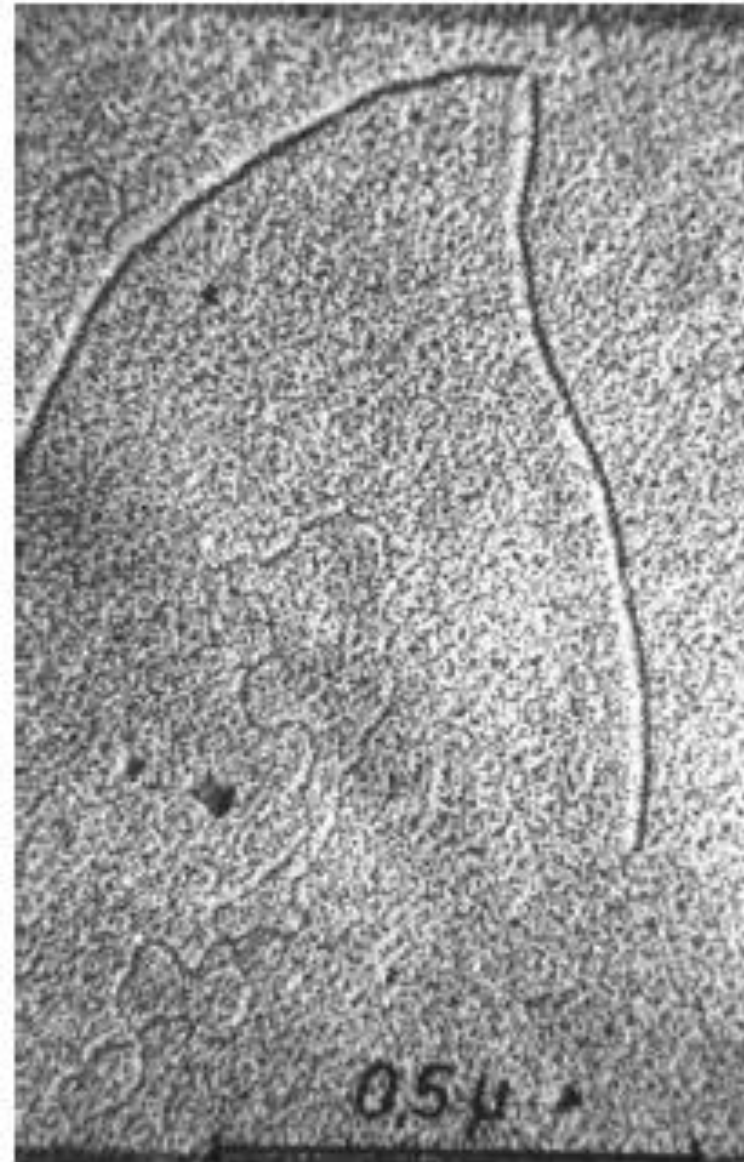
ΤΥΠΟΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΩΝ

- Υπάρχουν αρκετοί τύποι ηλεκτρονικών μικροσκοπίων, αλλά δύο είναι οι βασικοί τύποι
- Πρόκειται για το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο διέλευσης (TEM) και το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο σάρωσης (SEM).



ΤΥΠΟΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΩΝ

- Στο πρώτο (TEM) η εικόνα σχηματίζεται μετά από διέλευση των ηλεκτρονίων από το δείγμα.
- Στο σχήμα φαίνεται ένα ραβδοειδής ιός (Filamentous bacteriophage).



ΤΥΠΟΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΩΝ

- Στο δεύτερο (SEM) η εικόνα σχηματίζεται μετά από ανάκλαση των ηλεκτρονίων στο δείγμα.
- Στο σχήμα φαίνεται ο οφθαλμός μιας μύγας.

