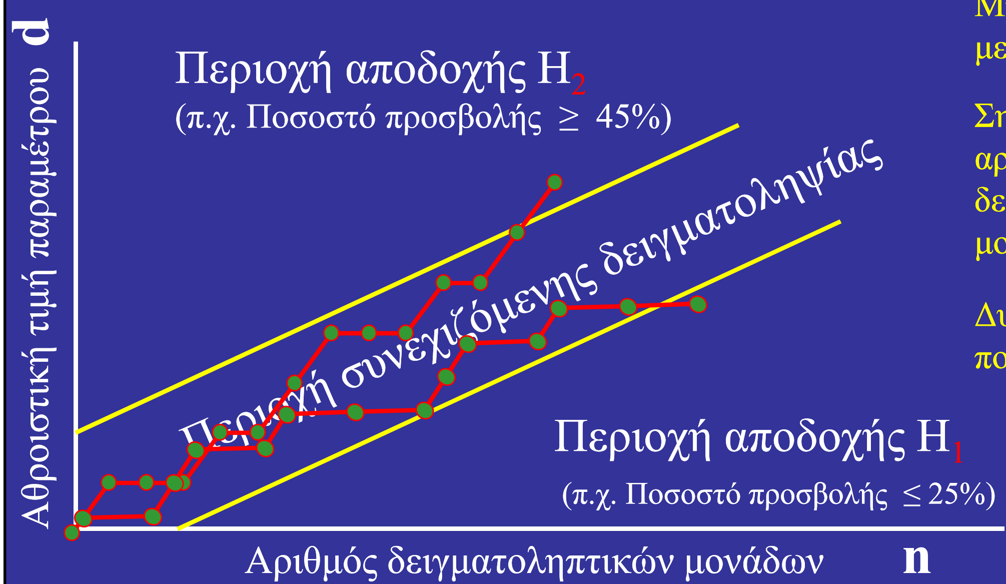
ΔΙΑΔΟΧΙΚΗ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑ

Κλασσική διατύπωση	Διατύπωση στη διαδοχική δειγματοληψία
$H_1 : P \leq m$	$H_1 : P \leq m_1$
$H_2 : P > m$	$H_2 : P \geq m_2$



Μη προκαθορισμός μεγέθους δείγματος

Σημαντική οικονομία στον αριθμό των δειγματοληπτικών μονάδων (50 %)

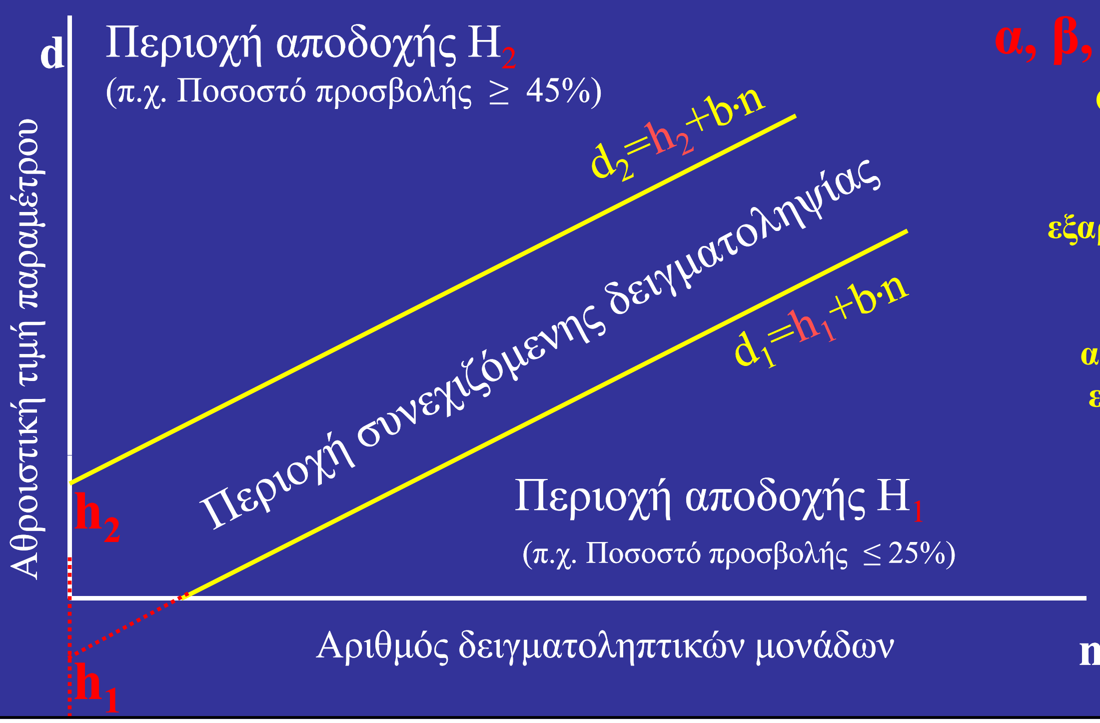
Δυσκολία για ενδιάμεσα ποσοστά

ΟΡΙΟΘΕΤΗΣΗ ΓΡΑΜΜΩΝ ΑΠΟΔΟΧΗΣ

Ορίζουμε τα επίπεδα των τιμών που θέλουμε να διακρίνουμε: m_1 και m_2 και τα επίπεδα

Σφάλματος τύπου I, δηλαδή να απορρίψω την H_1 ενώ είναι σωστή (π.χ. α = 0,05) και

Σφάλματος τύπου II, δηλαδή να απορρίψω την H_2 ενώ είναι σωστή (π.χ. β = 0,10)



α, β, h_1, h_2, b

Οι εξισώσεις των γραμμών οριοθέτησης εξαρτούνται από την στατιστική κατανομή που ακολουθεί το προς εκτίμηση μέγεθος

α, β, h_1, h_2, b

Διωνυμική

$$b = \frac{\log\left(\frac{1-m_1}{1-m_2}\right)}{\log\frac{m_2}{m_1}\left(\frac{1-m_1}{1-m_2}\right)}$$

$$h_1 = \frac{\log\left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right)}{\log\frac{m_2}{m_1}\left(\frac{1-m_1}{1-m_2}\right)}$$

$$h_2 = \frac{\log\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)}{\log\frac{m_2}{m_1}\left(\frac{1-m_1}{1-m_2}\right)}$$

Poisson

$$b = \frac{m_2 - m_1}{\ln\frac{m_2}{m_1}}$$

$$h_1 = \frac{\ln\left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right)}{\ln\frac{m_2}{m_1}}$$

$$h_2 = \frac{\ln\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)}{\ln\frac{m_2}{m_1}}$$

Αρνητική διωνυμική

$$b = K\frac{\log\frac{q_2}{q_1}}{\log\frac{p_2 q_1}{p_1 q_2}}$$

$$h_1 = \frac{\log\left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right)}{\log\frac{p_2 q_1}{p_1 q_2}}$$

$$h_2 = \frac{\log\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)}{\log\frac{p_2 q_1}{p_1 q_2}}$$

Κανονική

$$b = \frac{m_2 - m_1}{2}$$

$$h_1 = \frac{S^2\ln\left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right)}{m_2 - m1}$$

$$h_1 = \frac{S^2\ln\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)}{m_2 - m1}$$

Έστω ότι θέλουμε να διακρίνουμε αν το ποσοστό προσβεβλημένων καρπών σ' ένα πληθυσμό είναι μικρότερο του 20% ή μεγαλύτερο του 50% και οι πιθανότητες σφαλμάτων Τύπου Ι και ΙΙ είναι 5%.

Έχουμε: $H_2 : P \geqq 0.50$ $\quad H_1 : P \leq 0.20$ $\quad \alpha = \beta = 0.05$

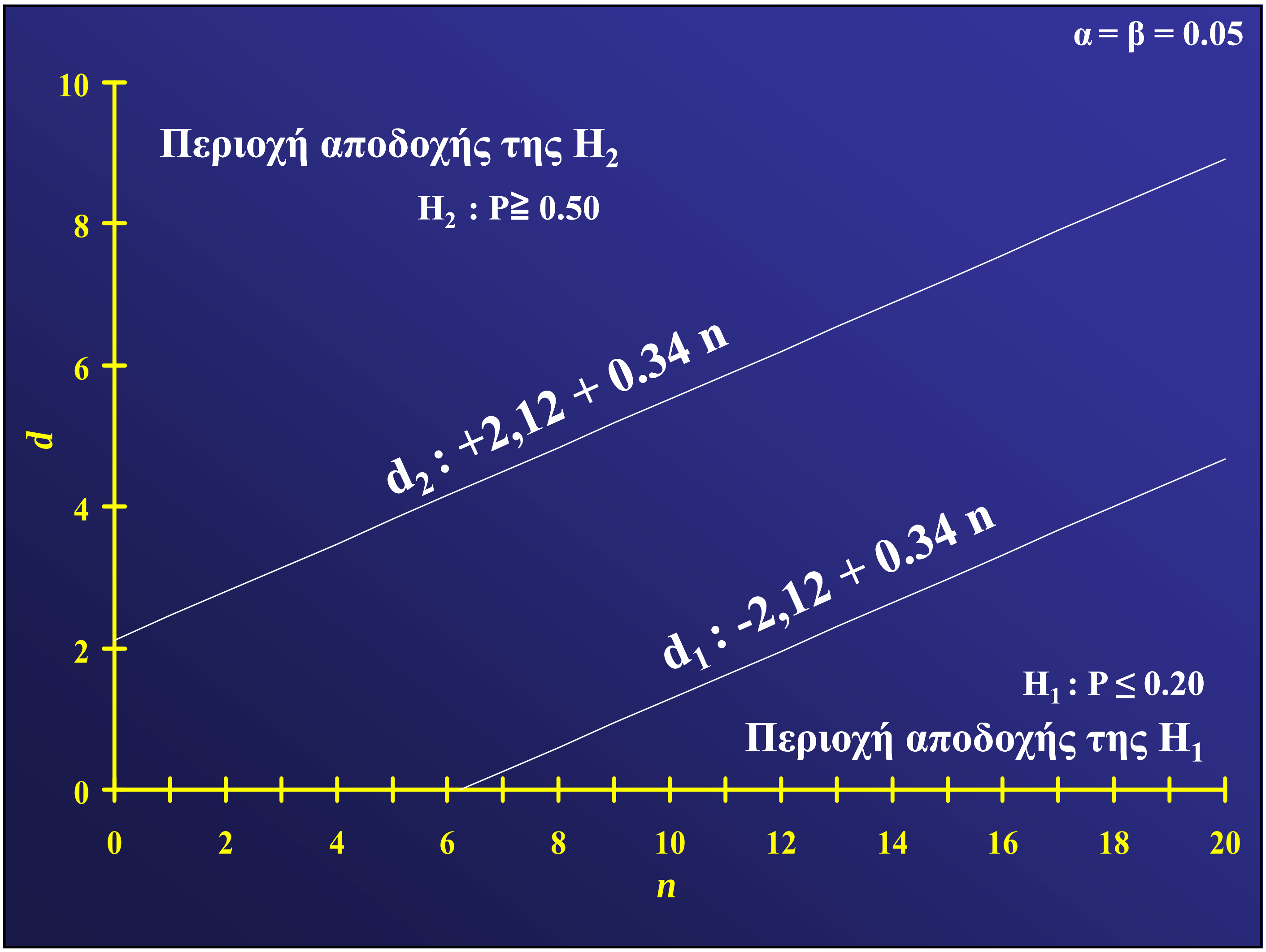
$$b = \frac{\log\left(\frac{1-m_1}{1-m_2}\right)}{\log\frac{m_2}{m_1}\left(\frac{1-m_1}{1-m_2}\right)} \qquad b = \frac{\log\frac{0,8}{0,5}}{\log\frac{0,5}{0,2}\cdot\frac{0,8}{0,5}} = \frac{0,2041}{0,6020} = 0,34$$

$$d_1 : -2,12 + 0.34\ n$$

$$d_2 : +2,12 + 0.34\ n$$

$$h_1 = \frac{\log\left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right)}{\log\frac{m_2}{m_1}\left(\frac{1-m_1}{1-m_2}\right)} \qquad h_1 = \frac{\log\frac{0,05}{0,95}}{0,6020} = \frac{-1,2787}{0,6020} = -2,12$$

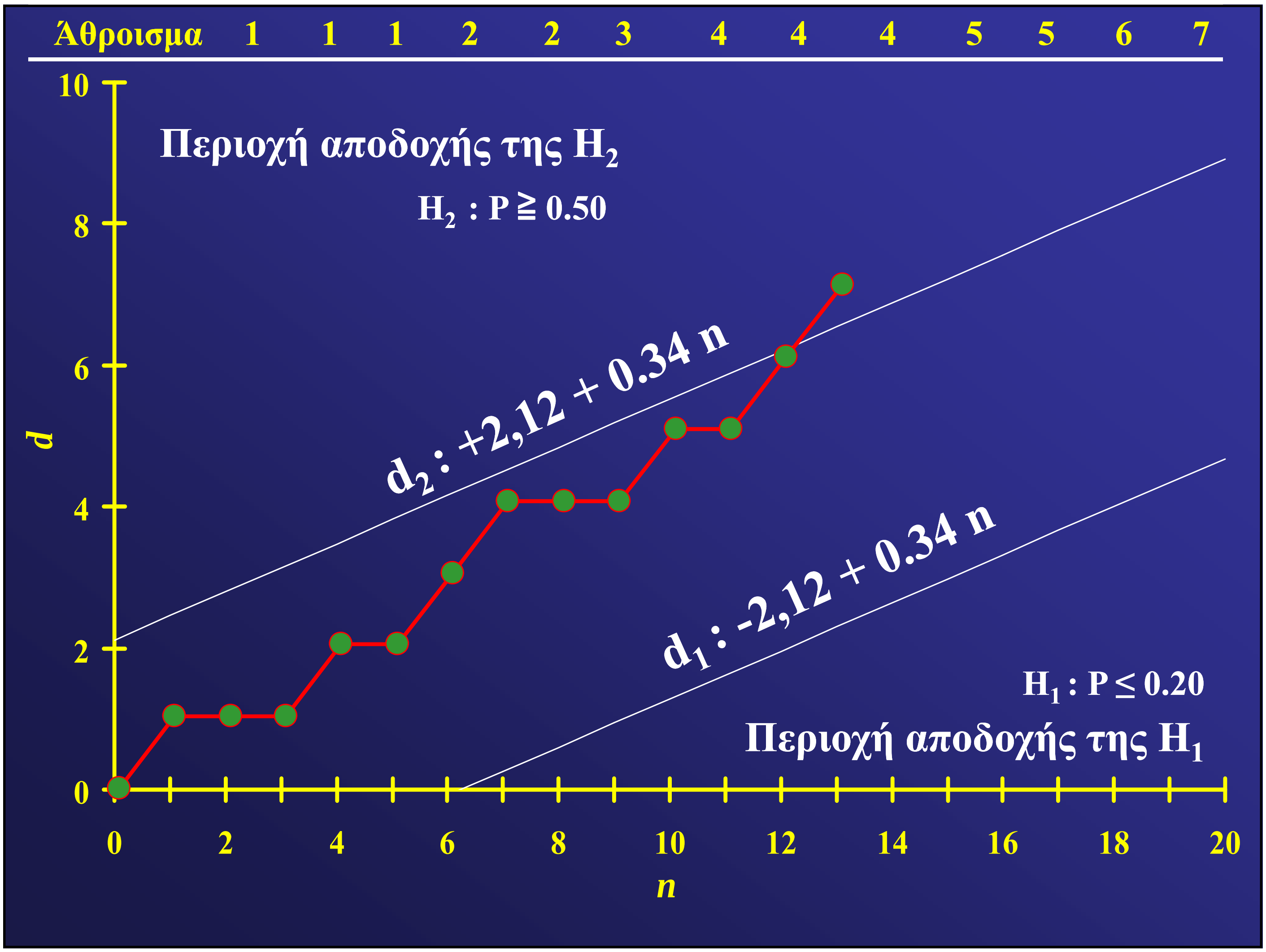
$$h_2 = \frac{\log\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)}{\log\frac{m_2}{m_1}\left(\frac{1-m_1}{1-m_2}\right)} \qquad h_2 = \frac{\log\frac{0,95}{0,05}}{0,6020} = \frac{1,2787}{0,6020} = +2,12$$



α = β = 0.05
Περιοχή αποδοχής της H_2
H_2 : $P \geqq 0.50$
d_2 : +2,12 + 0.34 n
d_1 : -2,12 + 0.34 n
H_1 : $P \leq 0.20$
Περιοχή αποδοχής της H_1
d
n
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20

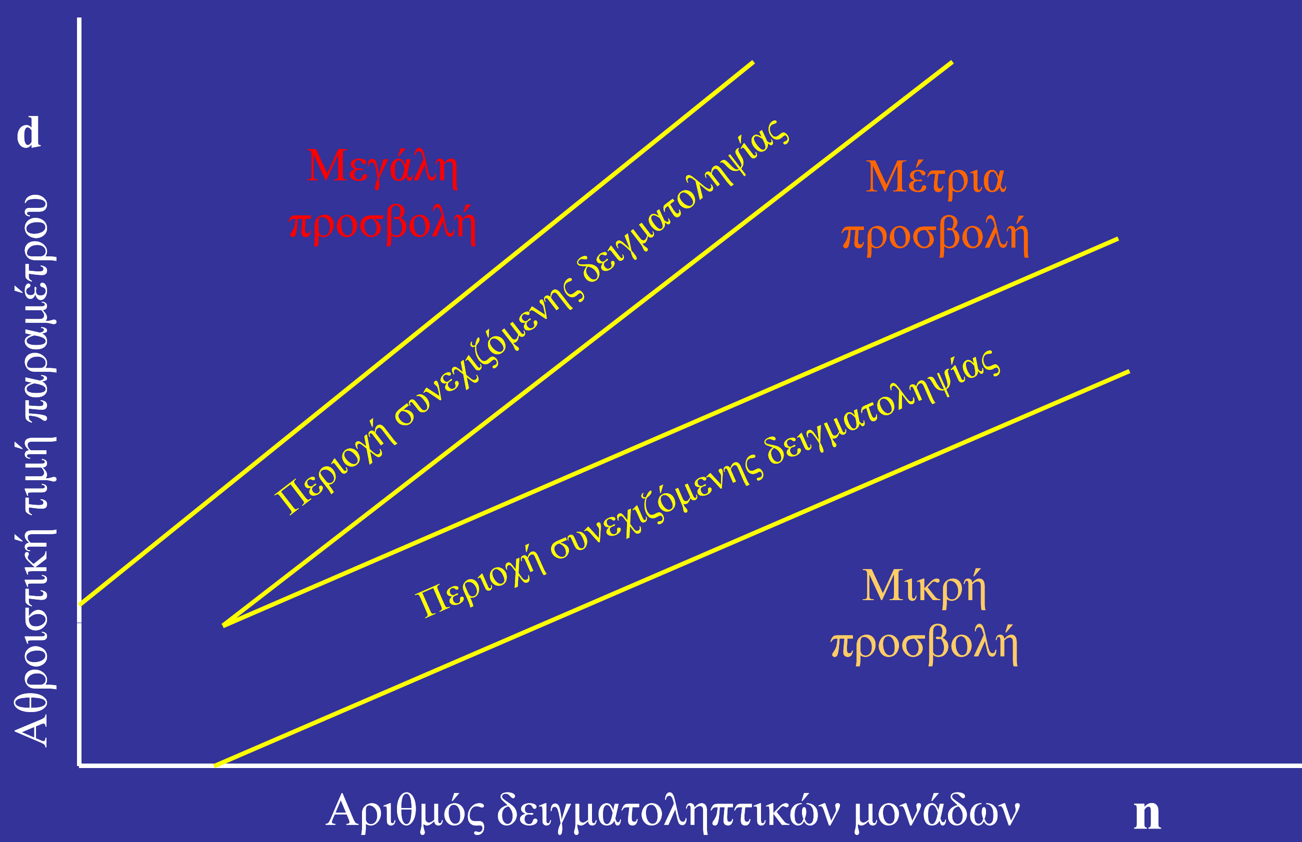
Δεδομένα Διαδοχικής Δειγματοληψίας

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Προσβολή	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
Άθροισμα	1	1	1	2	2	3	4	4	4	5	5	6	7

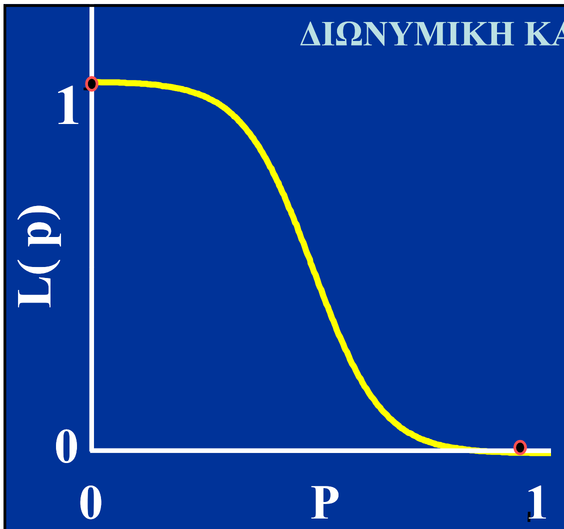


Άθροισμα 1 1 1 2 2 3 4 4 4 5 5 6 7
Περιοχή αποδοχής της H_2
H_2 : P ≧ 0.50
d_2 : +2,12 + 0.34 n
d_1 : -2,12 + 0.34 n
H_1 : P ≤ 0.20
Περιοχή αποδοχής της H_1
d
n
0 2 4 6 8 10
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20

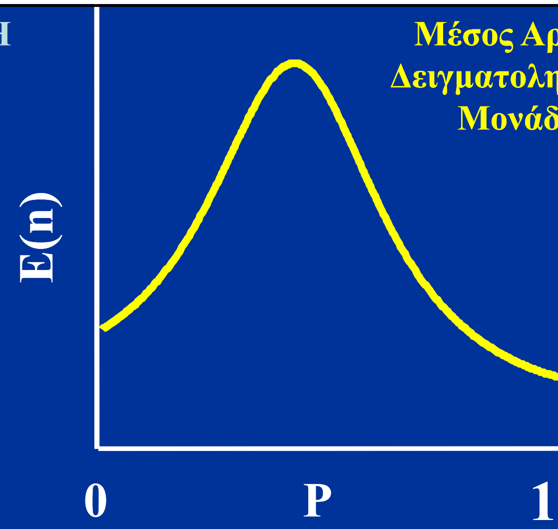
ΤΡΙΠΛΗ ΔΙΑΚΡΙΣΗ



ΔΙΩΝΥΜΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ



Μέσος Αριθμός Δειγματοληπτικών Μονάδων



Λειτουργική Χαρακτηριστική Καμπύλη διαδοχικής δειγματοληψίας.

Η Λ.Χ.Κ. εκφράζει το συμπέρασμα ότι εάν η τιμή της παραμέτρου P (π.χ. ποσοστό προσβεβλημένων καρπών) της Διωνυμικής Κατανομής είναι 0 τότε η πιθανότητα να δεχτούμε την H_1 (ότι δηλ. η τιμή της είναι μικρότερη κάποιας τιμής m1) είναι ένα, δηλ. L(P)=1. Επίσης, εάν η P =1 τότε L(P)= 0, που επίσης είναι εύλογο. Οι τιμές της για ενδιάμεσες τιμές του βρίσκονται με την χρησιμοποίηση κάποιων τύπων και μιας βοηθητικής μεταβλητής.

Προσδοκώμενος Αριθμός Δειγματοληπτικών μονάδων διαδοχικής δειγματοληψίας.

Εκφράζει σε γενικές γραμμές το συμπέρασμα ότι για πολύ μικρές και πολύ μεγάλες τιμές του P, ο αναγκαίος αριθμός δ.μ. είναι σχετικά μικρός, ενώ για ενδιάμεσες τιμές του P (κοντά στα όρια διάκρισης των υποθέσεων H_1 και H_2) είναι μεγαλύτερος.

Διωνυμική

P:	0	m_1	b	m_2	1
L(P):	1	(1-α)	$h_2/(h_2-h_1)$	β	1
E(n)	*	*	$h_1h_2/(-b)(1-b)$	*	*

Οι τιμές για την E(n) για τα σημεία με αστερίσκο:

$$E(n) = \frac{L(P)[h_1 - h_2] + h_2}{P - b}$$

$m_1 = 0.20$ $h_1 = -2.12$

$m_2 = 0.50$ $h_2 = +2.12$

$\alpha = \beta = 0.05$ $b = 0.34$

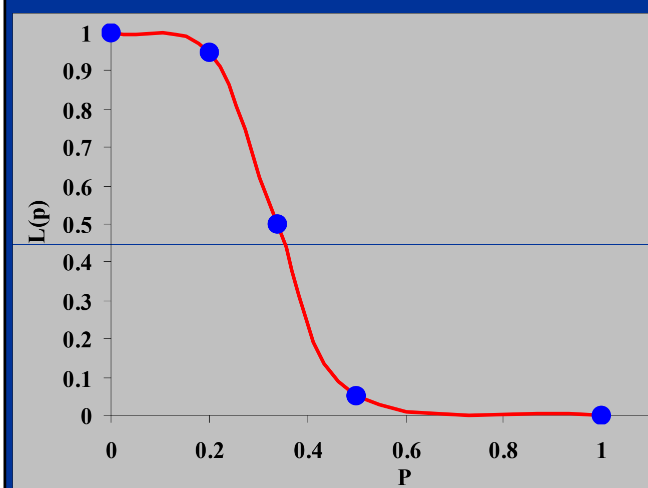
***P*:**	**0**	**0,20**	**0,34**	**0,50**	**1**
***L*(*P*):**	**1**	**0,95**	**0,50**	**0,05**	**0**
***E*(*n*):**	**6,25**	**13,63**	**20,00**	**11,92**	**3,21**

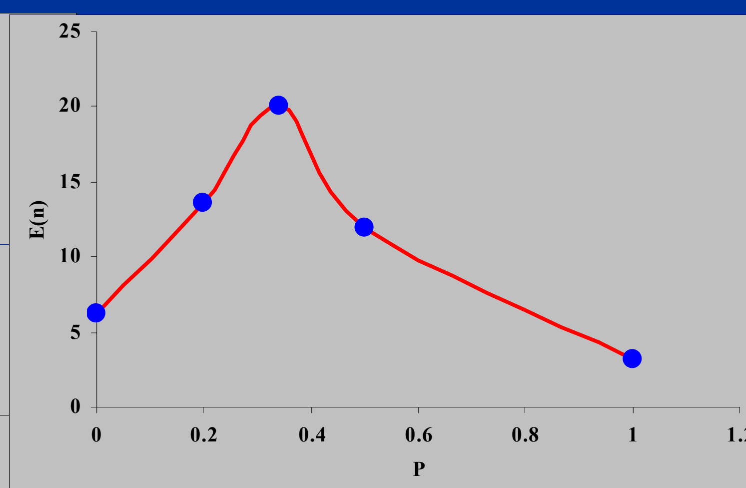
$m_1 = 0.20$ $h_1 = -2.12$

$m_2 = 0.50$ $h_2 = +2.12$

$\alpha = \beta = 0.05$ $b = 0.34$

***P*:**	**0**	**0,20**	**0,34**	**0,50**	**1**
***L*(*P*):**	**1**	**0,95**	**0,50**	**0,05**	**0**
***E*(*n*):**	**6,25**	**13,63**	**20,00**	**11,92**	**3,21**





Poisson

P:	0	m_1	b	m_2	…
L(P):	1	$(1-\alpha)$	$h_2/(h_2-h_1)$	β	…
E(n)	*	*	$h_1h_2/(-b)$	*	…

$$E(n) = \frac{L(P)[h_1 - h_2] + h_2}{P - b}$$

$m_1 = 7$ $h_1 = -11{,}72$
$m_2 = 9$ $h_2 = +11.72$
$\alpha = \beta = 0.05$ $b = 7.96$

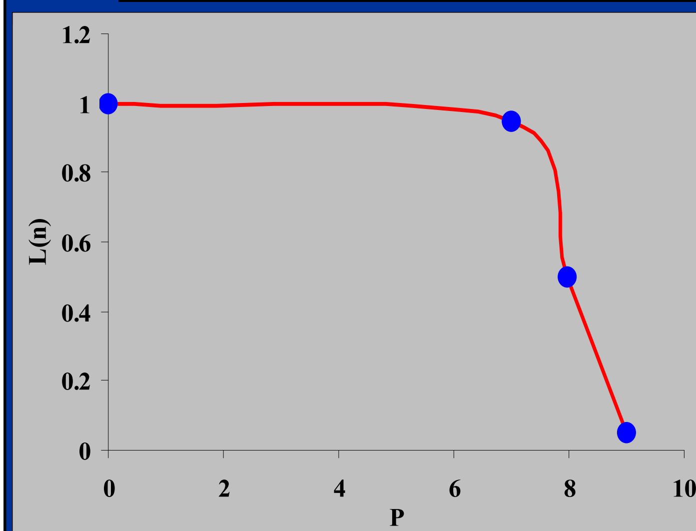
P:	0	7	7.96	9
L(*P*):	1	0,95	0,50	0,05
E(*n*):	1.46	10.98	17,25	10.14

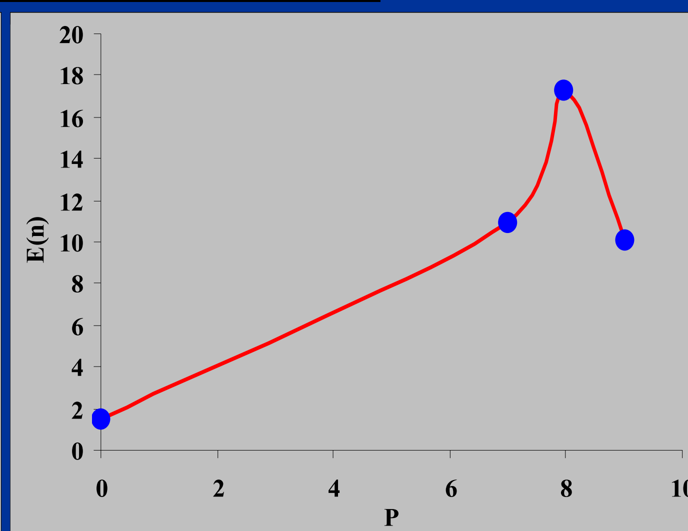
$m_1 = 7$ $h_1 = -11,72$

$m_2 = 9$ $h_2 = +11.72$

$\alpha = \beta = 0.05$ $b = 7.96$

P:	0	7	7.96	9
L(*P*):	1	0,95	0,50	0,05
E(*n*):	1.46	10.98	17,25	10.14





Αρνητική Διωνυμική

P:	0	m_1	b	m_2	…
L(P):	1	(1-α)	$h_2/(h_2-h_1)$	β	…
E(n)	*	*	$h_1h_2/(-b^2/k+b)$	*	…

$$E(n) = \frac{L(P)[h_1 - h_2] + h_2}{P - b}$$

$m_1 = 5$
$m_2 = 7$
$\alpha=\beta= 0.05$
$K=0.93$

$h_1= -64.25$
$h_2= +64.25$
$b = 5.90$

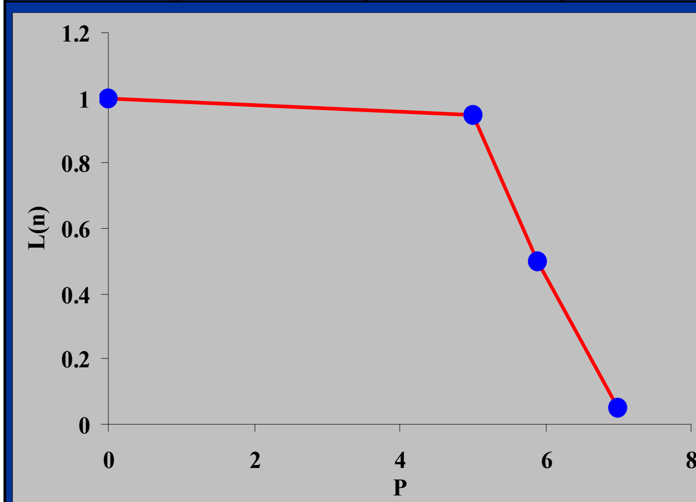
P:	0	5	5.9	7
L(*P*):	1	0,95	0,50	0,05
E(*n*):	10.88	64.25	95.27	52.56

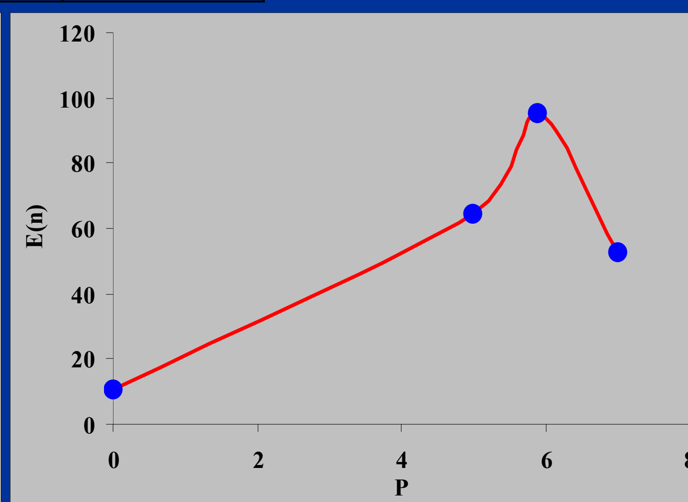
Αρνητική Διωνυμική

$m_1 = 5$
$m_2 = 7$
$\alpha=\beta= 0.05$
$K=0.93$

$h_1= -64.25$
$h_2= +64.25$
$b = 5.90$

***P*:**	**0**	**5**	**5.9**	**7**
***L*(*P*):**	**1**	**0,95**	**0,50**	**0,05**
***E*(*n*):**	**10.88**	**64.25**	**95.27**	**52.56**





Κανονική

P:	0	m_1	b	m_2	…
L(P):	1	(1-α)	*	β	…
E(n)	*	*	$-h_1h_2/(S^2)$	*	…

$$E(n) = \frac{\log\frac{1-\beta}{\alpha}}{\log\frac{1-\beta}{\alpha} - \log\frac{\beta}{1-\alpha}}$$

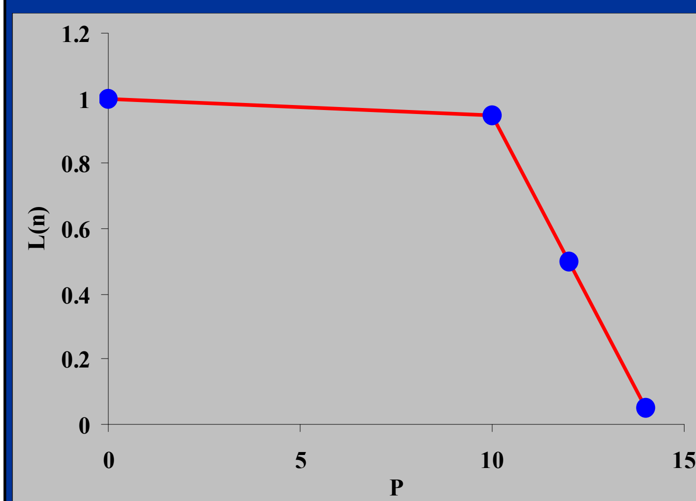
$m_1 = 10$ $h_1 = -18.4$
$m_2 = 14$ $h_2 = +18.4$
$\alpha=\beta= 0.05$ $b = 12$
$s=5$

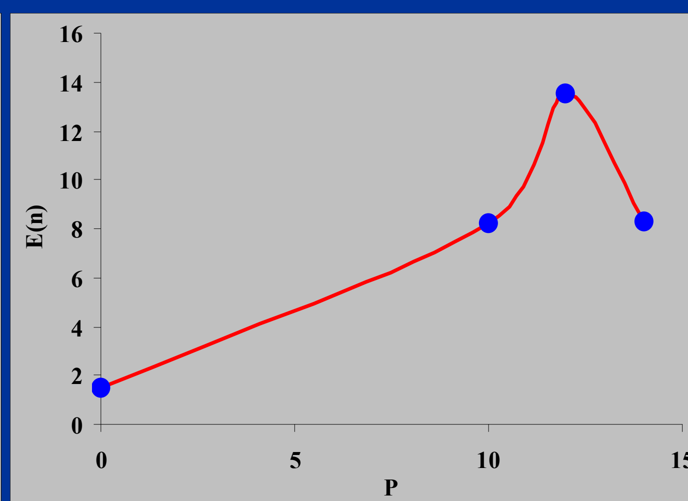
P:	0	10	12	14
L(*P*):	1	0,95	0,50	0,05
E(*n*):	1.53	8.25	13.54	8.28

$m_1 = 10$
$m_2 = 14$
$\alpha=\beta= 0.05$
$s=5$

$h_1= -18.4$
$h_2= +18.4$
$b = 12$

P:	0	5	12	14
L(*P*):	1	0,95	0,50	0,05
E(*n*):	1.53	8.25	13.54	8.28





ΔΙΩΝΥΜΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ

$$n_s = \left[\frac{Z_\alpha + Z_\beta}{2\arcsin\sqrt{m_2} - 2\arcsin\sqrt{m_1}} \right]^2$$

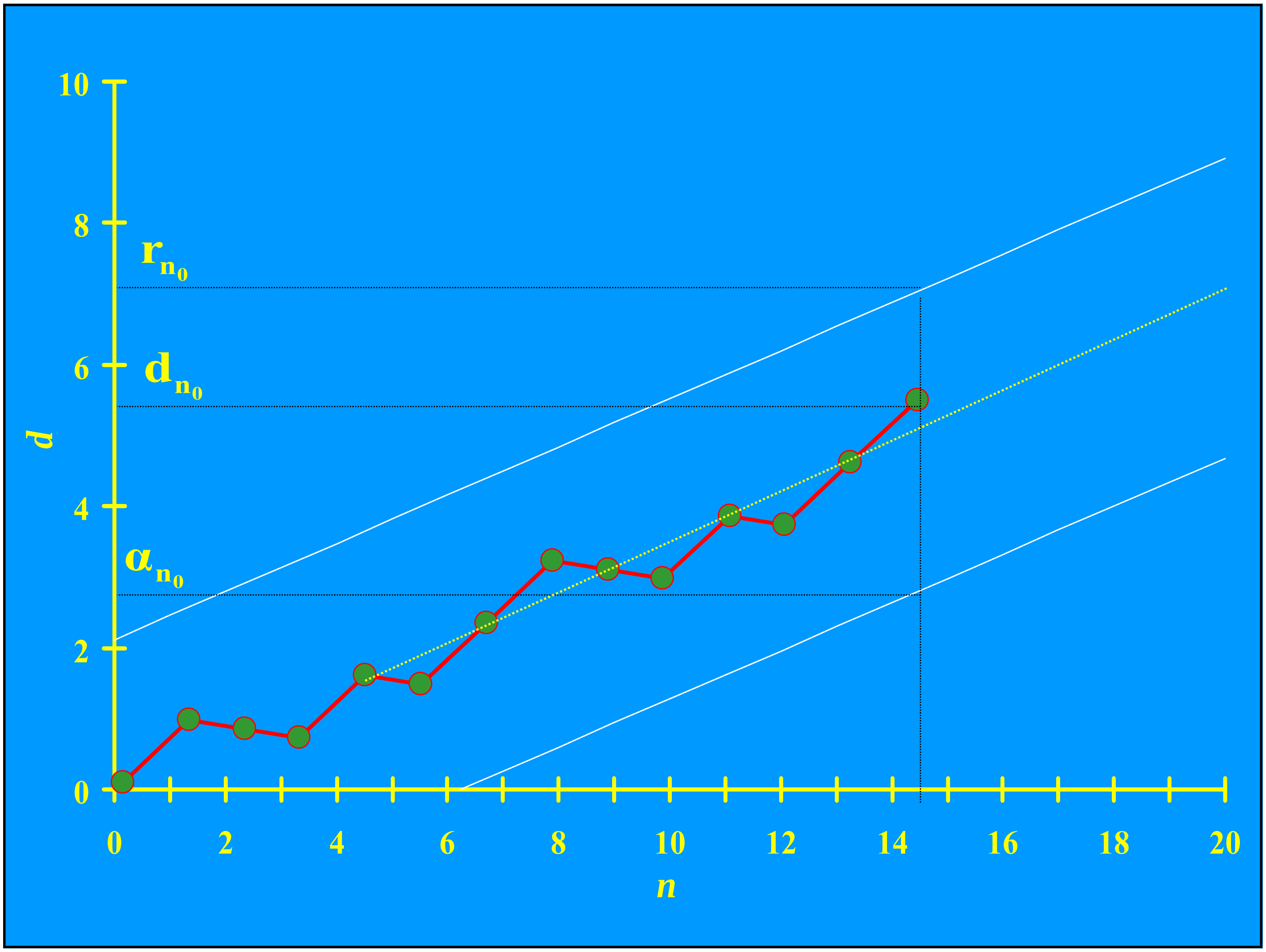
ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ

$$n_s = \left[\frac{\left(Z_\alpha + Z_\beta\right) S}{m_2 - m_1} \right]^2$$

Κριτήρια Τερματισμού της Δειγματοληψίας

Abraham Wald

$$d_{n_0} \geq \frac{\alpha_{n_0} + r_{n_o}}{2} \qquad d_{n_0} < \frac{\alpha_{n_0} + r_{n_o}}{2}$$



10
8
6
4
2
0
d
r_{n_0}
d_{n_0}
α_{n_0}
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
n

Οι τιμές για την E(n) για τα σημεία με αστερίσκο:

Διωνυμική

P:	0	m_1	b	m_2	1
L(P):	1	(1-α)	$h_2/(h_2-h_1)$	β	1
E(n)	*	*	$h_1h_2/(-b)(1-b)$	*	*

$$E(n) = \frac{L(P)[h_1 - h_2] + h_2}{P - b}$$

Poisson

P:	0	m_1	b	m_2	…
L(P):	1	(1-α)	$h_2/(h_2-h_1)$	β	…
E(n)	*	*	$h_1h_2/(-b)$	*	…

$$E(n) = \frac{L(P)[h_1 - h_2] + h_2}{P - b}$$

Αρνητική Διωνυμική

P:	0	m_1	b	m_2	…
L(P):	1	(1-α)	$h_2/(h_2-h_1)$	β	…
E(n)	*	*	$h_1h_2/(-b^2/k+b)$	*	…

$$E(n) = \frac{L(P)[h_1 - h_2] + h_2}{P - b}$$

Κανονική

P:	0	m_1	b	m_2	…
L(P):	1	(1-α)	*	β	…
E(n)	*	*	$-h_1h_2/(S^2)$	*	…

$$E(n) = \frac{\log \frac{1-\beta}{\alpha}}{\log \frac{1-\beta}{\alpha} - \log \frac{\beta}{1-\alpha}}$$