

**Θήραμα Η**  
Απουσία θηρευτή P

$$\frac{dH}{dt} = a_1 H$$

$a_1 = 0$  ενδογενής ρυθμός αύξησης του θηράματος

Πληθυσμός (H)  
Χρόνος (t)

**Παρουσία θηρευτή P**

$$\frac{dH}{dt} = (a_1 - b_1 P) H$$

$b_1 =$  Συντελεστής ρυθμού θήρευσης  
(Συντελεστής αποτελεσματικότητας της θήρευσης)

**Μονάδες  $b_1$ :**  
Θηράματα / (θήραμα x χρόνος x θηρευτή)

**Θηρευτής P**

$$\frac{dP}{dt} = -a_2 P$$

$a_2 = 0$  ρυθμός θανάτων του θηρευτή

Πληθυσμός (P)  
Χρόνος (t)

**Παρουσία θηράματος Η**

$$\frac{dP}{dt} = (-a_2 + b_2 H) P$$

$b_2 =$  Ρυθμός αύξησης του θηρευτή ανά άτομο θηράματος που καταναλώνεται (συντελεστής μετασχηματισμού)

**Μονάδες  $b_2$ :**  
Θηρευτές / (Θηρευτή x χρόνος x θήραμα)

A.J. Lotka, 1925 (Αμερικανός)      Vito-Volterra, 1926 (Ιταλός)

**Θήραμα**      **Θηρευτής**

$$\frac{dH}{dt} = (a_1 - b_1 P) H$$

$$\frac{dP}{dt} = (-a_2 + b_2 H) P$$

**ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ**

**ΤΟ ΘΗΡΑΜΑ**

1. Το θήραμα έχει ανεμπόδιστη εκθετική αύξηση απουσία του θηρευτή.
2. Το περιβάλλον είναι ομοιογενές
3. Κάθε θήραμα έχει την ίδια πιθανότητα να καταναλωθεί από τον θηρευτή δηλαδή δεν υπάρχει ηλικιακή προτίμηση στη θήρευση

**Ο ΘΗΡΕΥΤΗΣ**

1. Ο θηρευτής έχει απεριόριστα περιθώρια αύξησης δηλαδή η ανταπόκριση του θηρευτή στο θήραμα είναι γραμμική
2. Η πυκνότητα του θηράματος δεν επηρεάζει την πιθανότητα θήρευσής του.
3. Η πυκνότητα του θηρευτή δεν επηρεάζει την θηρευτική του ικανότητα
4. Δεν υπάρχει χρονική υστέρηση

**ΤΕΛΟΣ:** Ούτε το θήραμα ούτε ο θηρευτής εμποδίζουν ενδοεαυδικά την ανάπτυξη τους, δηλ. ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΕΝΔΟΕΛΜΙΑΚΟΣ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΟΥ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ ΤΟΥ ΘΗΡΑΜΑΤΟΣ (H) ΣΤΗ ΘΗΡΕΥΣΗ

**Θήραμα**

$$\frac{dH}{dt} = (a_1 - b_1 P) H$$

Ο πληθυσμός του θηράματος Η ισορροπεί όταν  $a_1 - b_1 P = 0 \Rightarrow P = a_1/b_1$  όταν δηλ. ότι ο πληθυσμός του θηρευτή είναι  $P = a_1/b_1$ .

Για  $P > a_1/b_1 \Rightarrow a_1 - b_1 P < 0 \Rightarrow \frac{dH}{dt} < 0 \Rightarrow$  Μείωση του H

Για  $P < a_1/b_1 \Rightarrow a_1 - b_1 P > 0 \Rightarrow \frac{dH}{dt} > 0 \Rightarrow$  Αύξηση του H

Θηρευτής, P

Θήραμα, H

Η αύξηση ή μείωση του πληθυσμού του Θηράματος καταγράφεται στον οριζόντιο άξονα...

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΟΥ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ ΤΟΥ ΘΗΡΕΥΤΗ (P) ΣΤΗ ΘΗΡΕΥΣΗ

**Θηρευτής**

$$\frac{dP}{dt} = (-a_2 + b_2 H) P$$

Για να ισορροπήσει ο πληθυσμός P πρέπει  $\frac{dP}{dt} = 0$

Δηλαδή  $-a_2 + b_2 H = 0 \Rightarrow H = a_2/b_2$

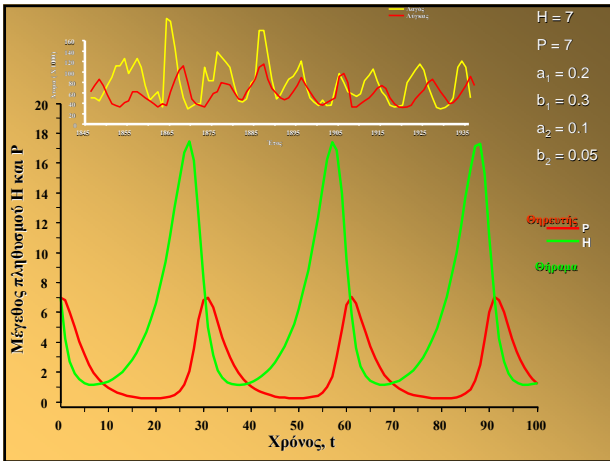
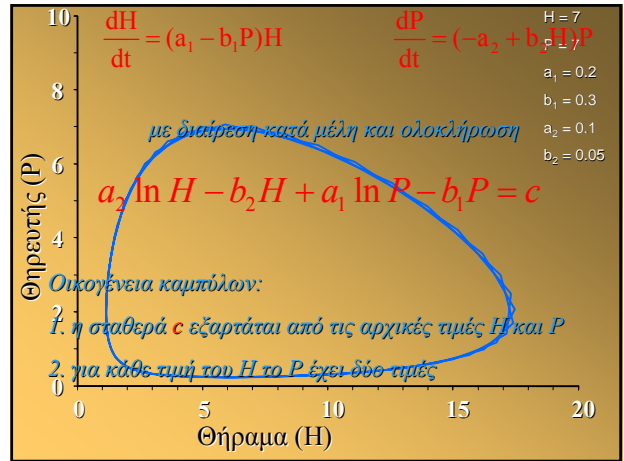
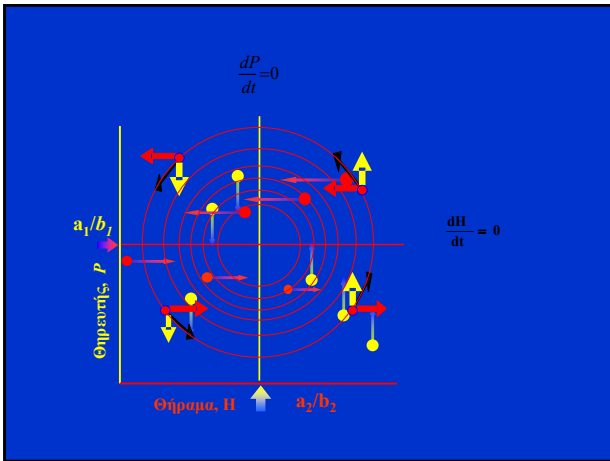
Ο θηρευτής ισορροπεί μόνο όταν ο πληθυσμός του θηράματος είναι  $H = a_2/b_2$ .

Θηρευτής, P

Θήραμα, H

Για  $H < a_2/b_2 \Rightarrow -a_2 + b_2 H < 0 \Rightarrow \frac{dP}{dt} < 0 \Rightarrow$  Μείωση του P

Για  $H > a_2/b_2 \Rightarrow -a_2 + b_2 H > 0 \Rightarrow \frac{dP}{dt} > 0 \Rightarrow$  Αύξηση του P



Το ύψος των ταλαντώσεων εξαρτάται από τις αρχικές τιμές

Το ύψος των ταλαντώσεων εξαρτάται από τις αρχικές τιμές μεγιστοποιείται πρώτα η καμπύλη του θηράματος και ακολουθεί αυτή του θηρευτή

○ Θήραμα (επιβλαβές)      ● Θηρευτής (ωφέλιμο)

$$\frac{dH}{dt} = (a_1 - b_1P)H$$

$$\frac{dP}{dt} = (-a_2 + b_2H)P$$

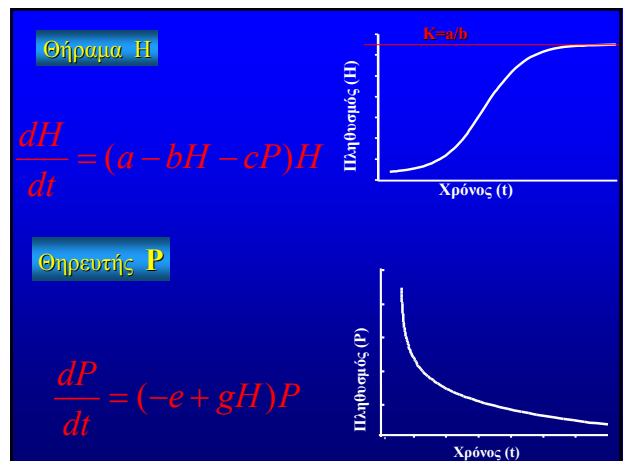
Αν οι αρχικοί πληθυσμοί  $H$  και  $P$  μειωθούν κατά το ίδιο ποσοστό (π.χ. με τη χρήση βιοκτόνου) τότε η ποσοστιαία μείωση του γινόμενου τους  $\lambda$  είναι πολύ μεγαλύτερη.

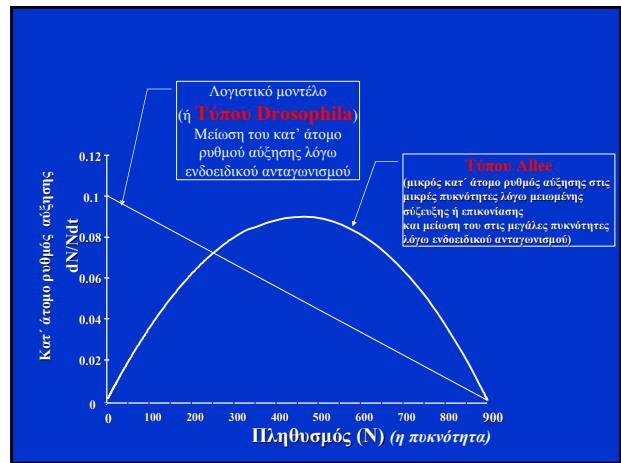
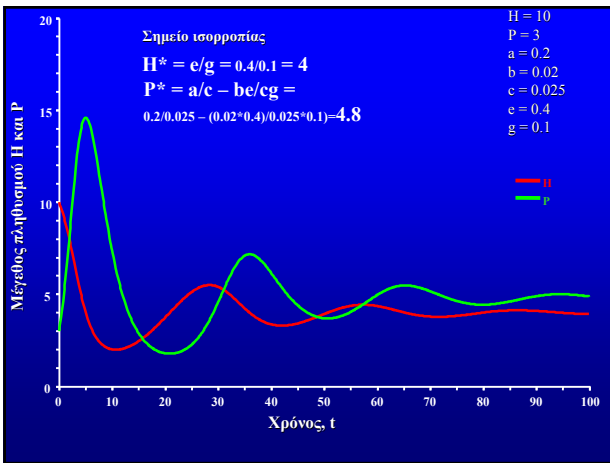
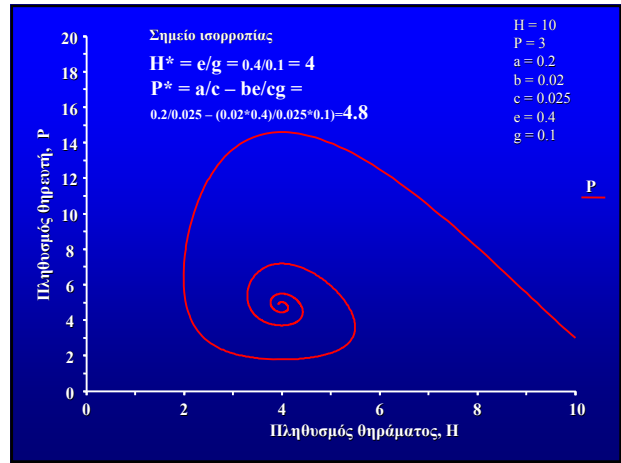
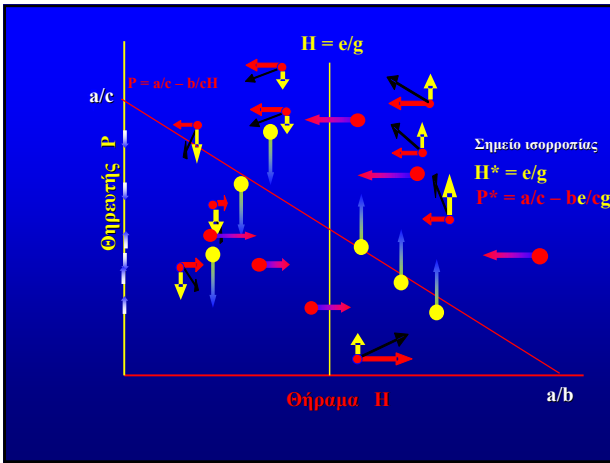
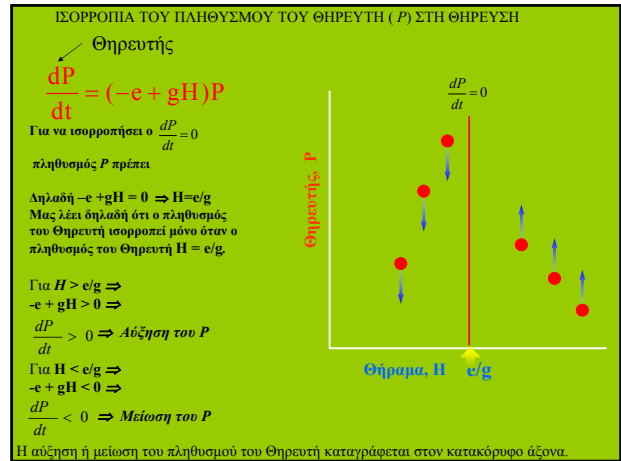
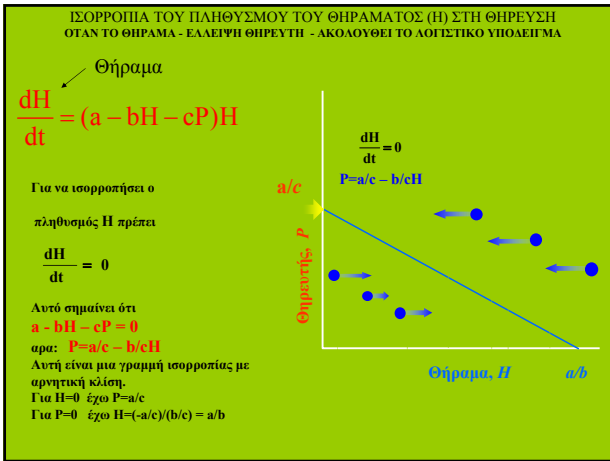
$H' = H/\kappa$       Αυτό ερμηνεύει το γιατί μετά από ψεκασμούς ο πληθυσμός του θηράματος (επιβλαβές έντομο) αυξάνεται γρηγορότερα από τον πληθυσμό του θηρευτή (ωφέλιμο έντομο)!

$P' = P/\kappa$

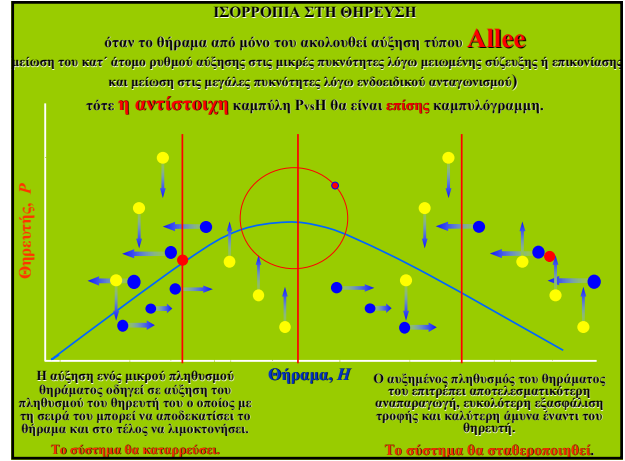
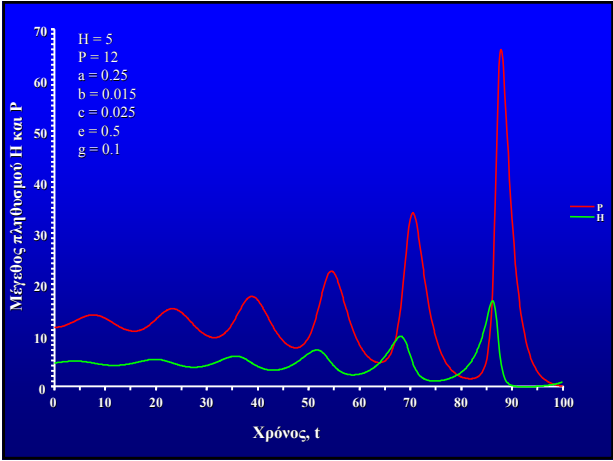
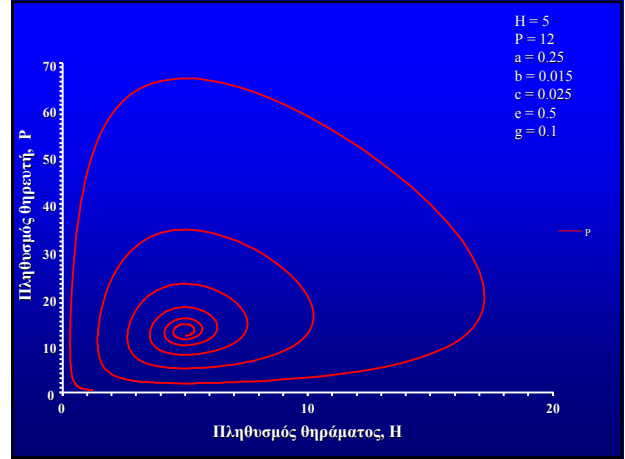
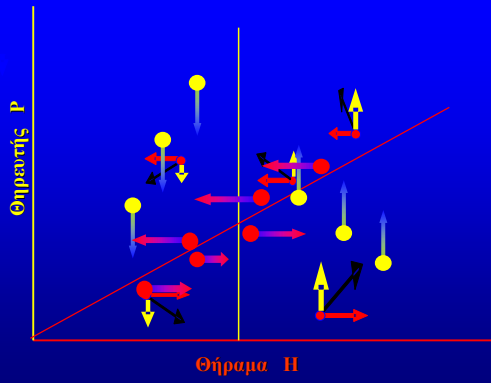
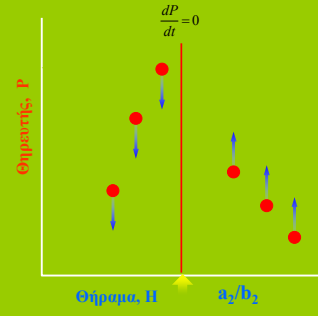
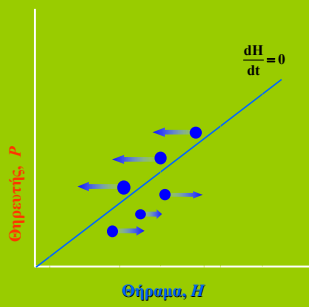
$H'P' = HP/\lambda$

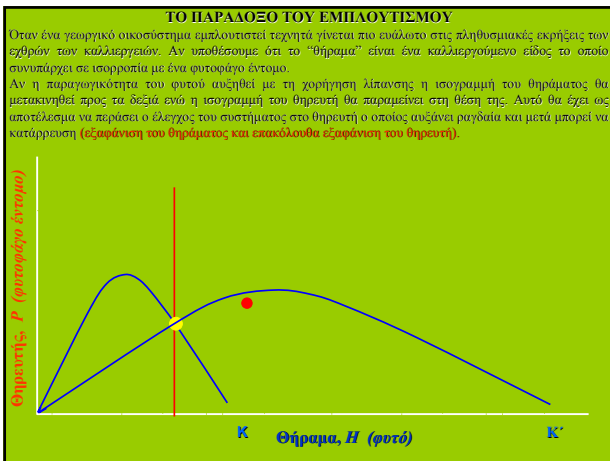
$\lambda \gg \kappa$       Το  $H'P'$  είναι πολύ μικρό για να μειώσει τον ρυθμό αύξησης του θηράματος και επίσης πολύ μικρό για να υποστηρίξει τον θηρευτή





ΑΣΤΑΘΗΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΟΥ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ ΤΟΥ ΘΗΡΑΜΑΤΟΣ (H) ΣΤΗ ΘΗΡΕΥΣΗ





**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΘΗΡΕΥΣΗΣ**

1. Αναζήτηση του θιράματος
2. Χειρισμός του θιράματος : Σύλληψη, θανάτωση, κατανάλωση και πέψη

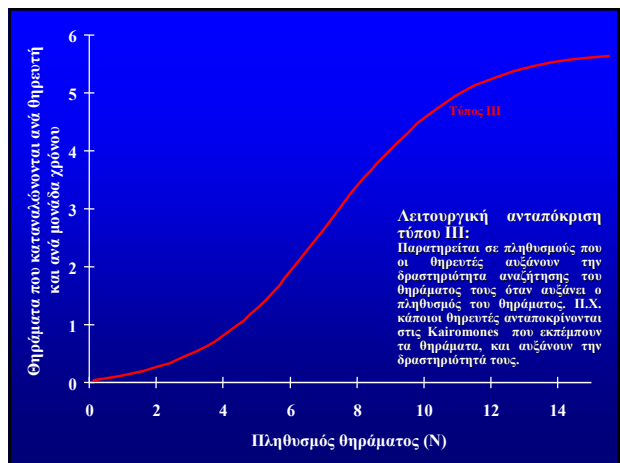
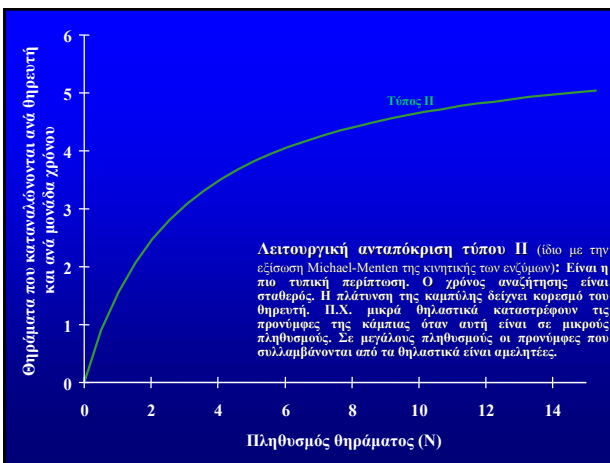
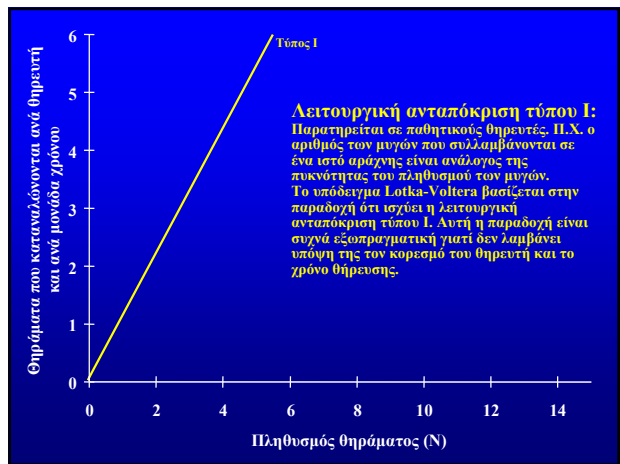
**Σε μικρές πληθυσμιακές πυκνότητες ο θηρευτής αναλώνει περισσότερο χρόνο στην αναζήτηση του θιράματος.**

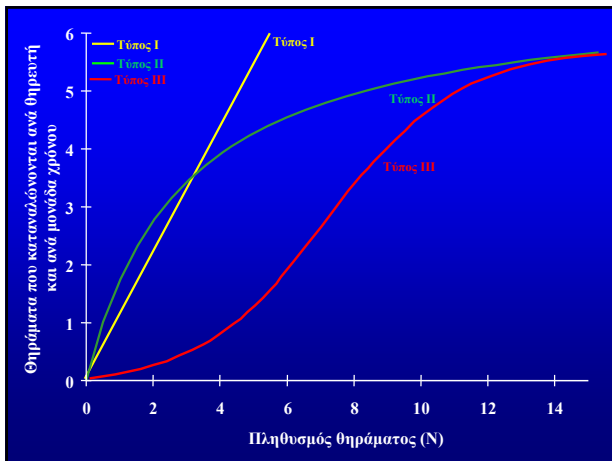
**Σε μεγάλες πληθυσμιακές πυκνότητες ο θηρευτής αναλώνει περισσότερο χρόνο στη διαχείριση του θιράματος.**

**Λειτουργική ανταπόκριση**

Ο κατ' άτομο ρυθμός κατανάλωσης του θηρευτή (Y) σε σχέση με την πυκνότητα του θιράματος (X)

**Δείχνει τον αριθμό των θιράματων τα οποία σκοτώνονται από ένα θηρευτή σε διάφορες πληθυσμιακές πυκνότητες του θιράματος.**





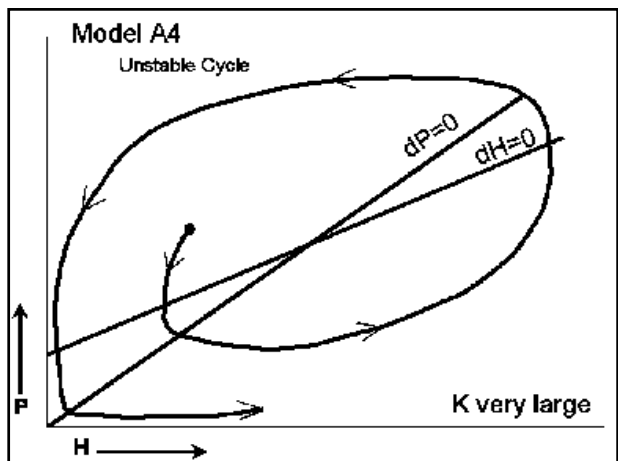
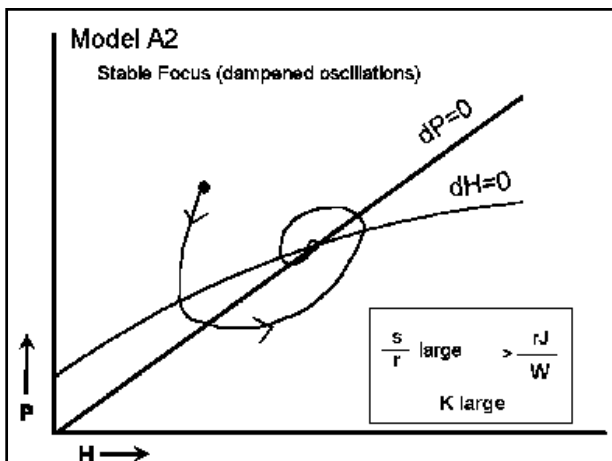
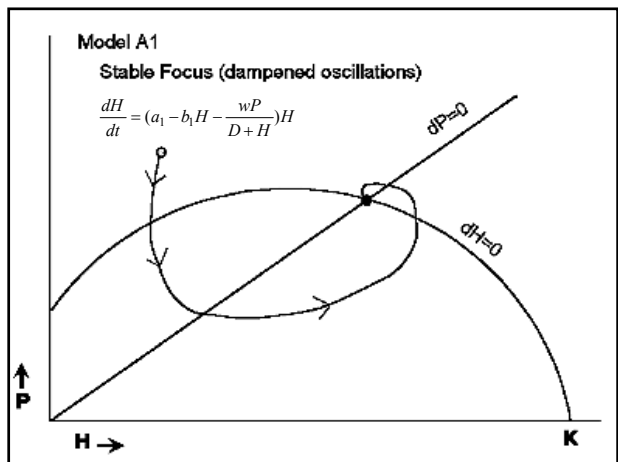
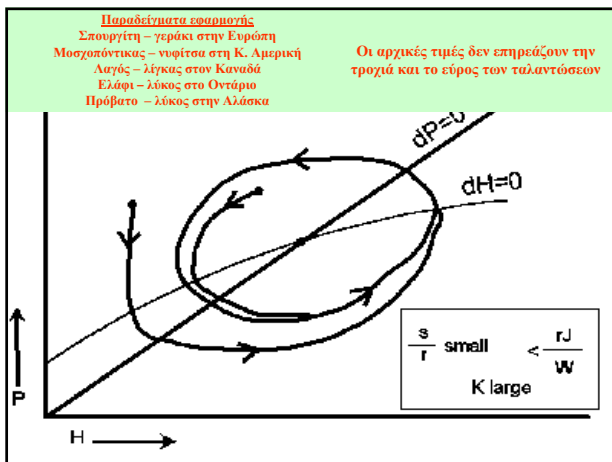
### Holling-Tanner

Η γραμμή ισορροπίας του θηράματος είναι καμπυλόγραμμη. Η γραμμή ισορροπίας του θηρευτή είναι ευθεία. Το πρότυπο αυτό λαμβάνει υπόψη του την επίδραση της πυκνότητας του θηράματος πάνω στο ρυθμό προσβολής του θηρευτή.

$$\frac{dH}{dt} = (a_1 - b_1 H - \frac{wP}{D+H} P)H$$

$$\frac{dP}{dt} = (a_2 - c_2 \frac{P}{H})P$$

Το πρότυπο Holling-Tanner είναι αντιπροσωπευτικό μιας οικογένειας καμπύλων που δίνουν σημείο σταθερής ισορροπίας ή οριακό κύκλο και σε κάποιες περιπτώσεις σημείο ασταθούς ισορροπίας.



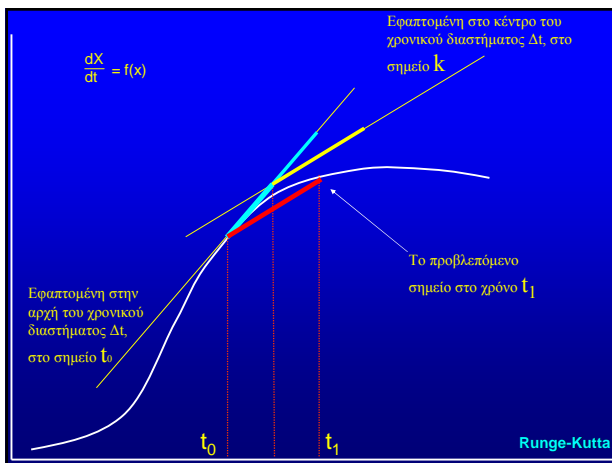
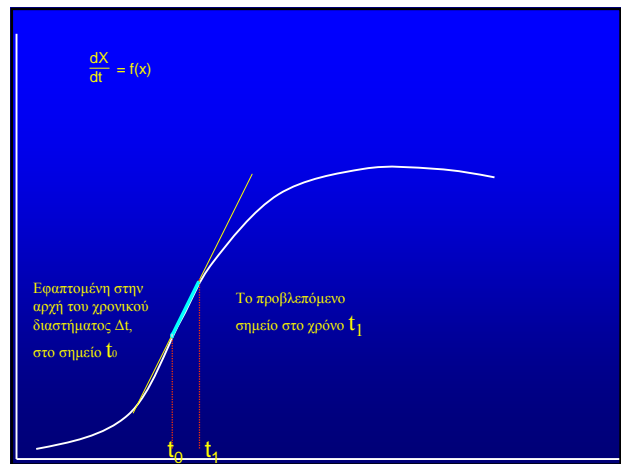
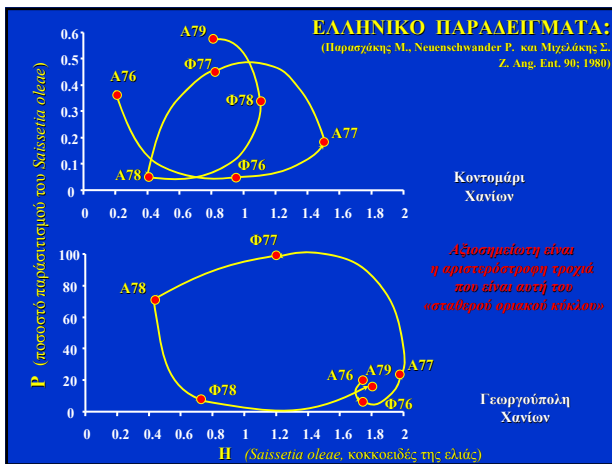
### ΤΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥ ΠΡΟΤΥΠΟΥ Holling-Tanner:

Η αύξηση του θηρευτή μειώνει τον κατά άτομο ρυθμό αύξησης του θηράματος και του θηρευτή.

Η αύξηση του θηράματος μειώνει τον δικό του κατά άτομο ρυθμό αύξησης αλλά αυξάνει αυτόν του θηρευτή.

Και οι δύο πληθυσμοί έχουν ένα ελάχιστο μέγεθος στο οποίο έχουν θετικό ρυθμό αύξησης.

Και οι δύο πληθυσμοί έχουν ένα μέγιστο μέγεθος στο οποίο ο ρυθμός αύξησης πέφτει στο μηδέν.



$$\frac{dH}{dt} = (a_1 - b_1 P)H$$

$$\frac{dP}{dt} = (-a_2 + b_2 H)P$$

**Αράχνες (Θηρευτές, P) και μύγες (Θηράματα, H)**

$a_1 =$  θηράματα / (θήραμα \* χρόνος) [Κατ' άτομο (ή ενδογενής) ρυθμός αύξησης του θηράματος]

$a_2 =$  θηρευτές / (θηρευτή \* χρόνος) [Κατ' άτομο ρυθμός μείωσης του θηρευτή]

$b_1 =$  θηράματα / (θήραμα \* χρόνος \* θηρευτή). Συντελεστής αποτελεσματικότητας της θήρευσης – η επίδραση ενός θηρευτή στον κατά άτομο ρυθμό αύξησης του θηράματος. Μια φάλινα που τρέφεται φυτρώοντας το νερό έχει υψηλό  $b_1$  καθώς μια μόνο φάλινα μπορεί να καταναλώσει εκατομμύρια πλαγκτόν. Αντίθετα, μια αράχνη 'θα έχει πολύ χαμηλό  $b_1$  αν ένα επιπρόσθετο δάχτυ της δεν πιέζει σημαντικά τον πληθυσμό του θηράματος.

$b_2 =$  θηρευτές / (θηρευτή \* χρόνος \* θήραμα): Συντελεστής μετασχηματισμού ή ικανότητα του θηρευτή να μετασχηματίζει κάθε νέο θήραμα σε επιπρόσθετο κατά άτομο ρυθμό αύξησης του θηρευτή. Αναμένουμε να είναι υψηλός όταν ένα απλό θήραμα είναι ιδιαίτερα χρήσιμο, όπως στην περίπτωση του ελαφίου που καταναλώνεται από λύκοι. Αντίθετα, θα είναι μικρός όταν κάθε νέο άτομο θηράματος δεν προσθέτει σημαντικά στον κατά άτομο ρυθμό αύξησης του θηρευτή όπως π.χ. Ένας απλός σπόρος σε ένα σποροφόρο πούκι.



$$\frac{dH}{dt} = (a_1 - b_1 P)H \quad \frac{dP}{dt} = (-a_2 + b_2 H)P$$

Αράχνες (θηρευτές, P) και μύγες (θηράματα, H) αυξάνουν σε τέλεια συμφωνία με το μοντέλο θήρευσης Lotka-Volterra. Για αυτό το σύστημα θηράματος-θηρευτή ισχύει:

$$a_1 = 1 \text{ μύγες / (μύγα * εβδομάδα)}$$

$$a_2 = 0.5 \text{ αράχνες / (αράχνη * εβδομάδα)}$$

$$b_1 = 0.1 \text{ μύγες / (μύγα * εβδομάδα * αράχνη)}$$

$$b_2 = 0.02 \text{ αράχνες / (αράχνη * εβδομάδα * μύγα)}$$

Πόσες αράχνες (P) απαιτούνται για να διατηρείται ο πληθυσμός των μυγών (H) σε τέτοιο επίπεδο ώστε να ισχύει:  $dH/dt = 0$ ;

Αν υπάρχουν 60 μύγες και 9 αράχνες, υπολογίστε τον ρυθμό μεταβολής του πληθυσμού των αραχνών ( $dP/dt$ ) και των μυγών ( $dH/dt$ ).

Σχηματίστε τις γραμμές ισορροπίας (ισογραμμές) του θηράματος και του θηρευτή και δείξτε την τροχιά στο χώρο των φάσεων που θα ακολουθήσουν αρχικοί πληθυσμοί 6 μυγών και 10 αραχνών.

Για τους υπολογισμούς χρησιμοποιήστε την μέθοδο Runge-Kutta