

# **ΧΩΡΟΔΙΑΤΑΞΕΙΣ**

(αφορά μόνιμα ή ημιμόνιμα εγκαταστημένους πληθυσμούς)

## **ΤΥΧΑΙΑ**

**(βασίζεται στο μηχανισμό του τυχαίου γεγονότος)**

(χωροδιάταξη χωρίς συσχέτιση με διαδικασία βιολογικής σημασίας - Διάταξη αναφοράς)

## **ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ**

**(ανταγωνισμός – αντικοινωνική συμπεριφορά - ομοιομορφία δειγματοληπτικών μονάδων)**

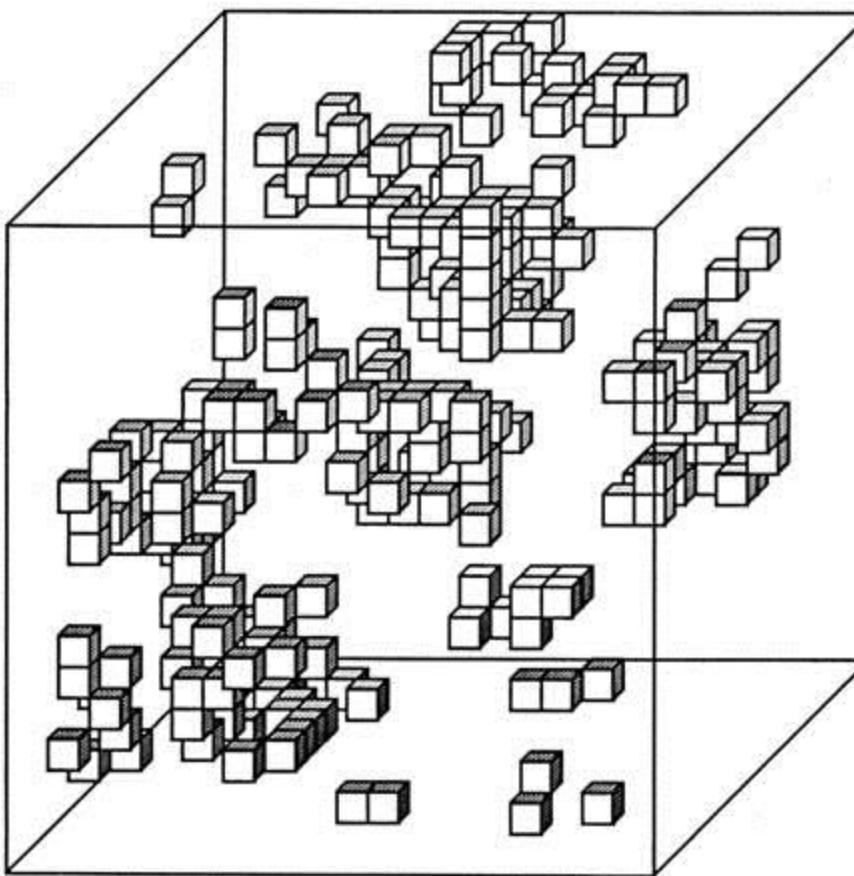
## **ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΜΕΝΗ**

**(Συναθροίσεις – Αμοιβαιότητα – ποιοτική ανομοιομορφία δειγματοληπτικών μονάδων – τρόπος αναπαραγωγής – θετικές κοινωνικές τάσεις-αγέλες)**

**(Ενταση ομαδοποίησης)**

**(Κοκκώδες ομαδοποίησης)**

Μπορεί να έχουμε ομαδοποίηση στον 3-διάστατο χώρο

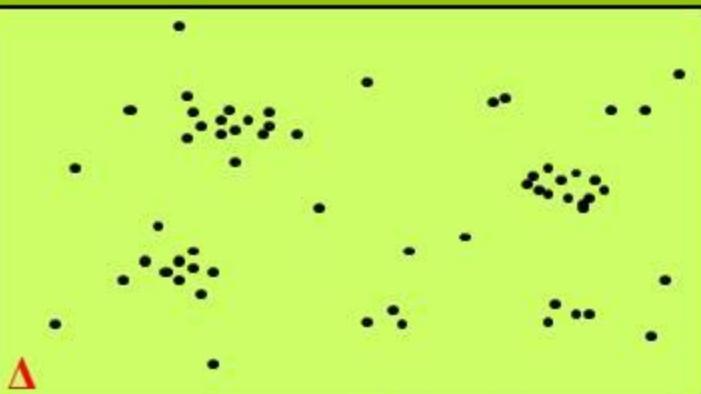
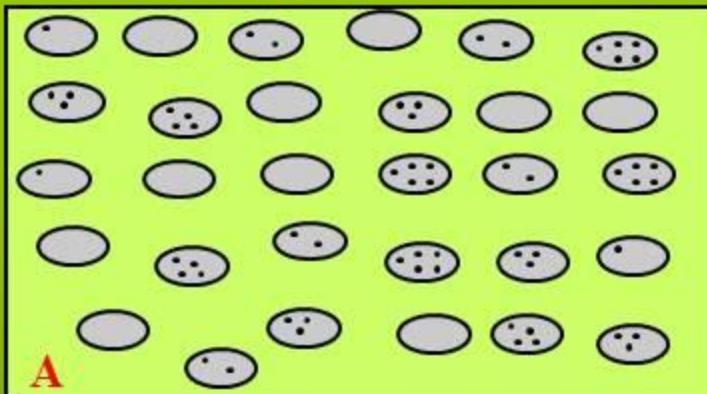


Μπορεί να έχουμε ομαδοποίηση στην διάσταση του χρόνου

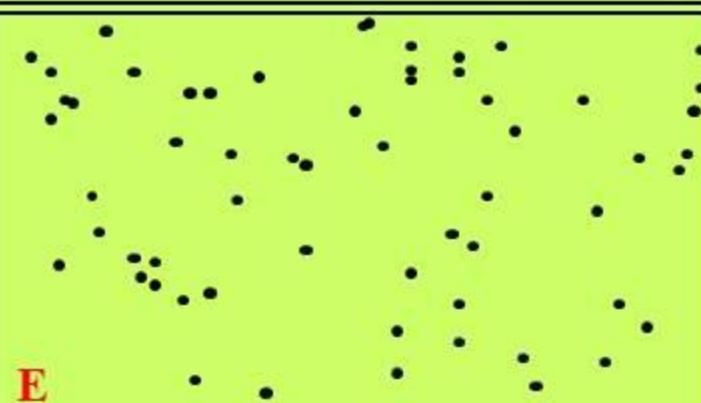
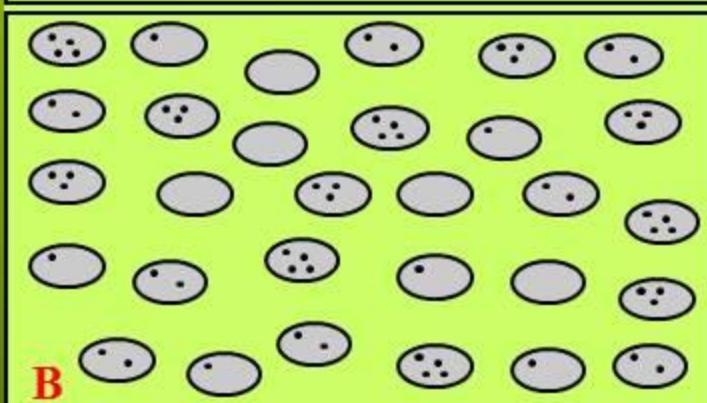
**Ασυνεχείς μονάδες  
ενδιαιτήματος (Α,Β,Γ)**

**Συνεχής χώρος  
(Δ,Ε,Ζ)**

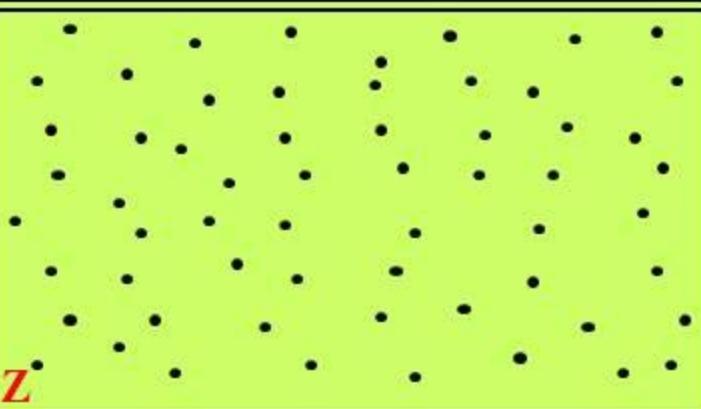
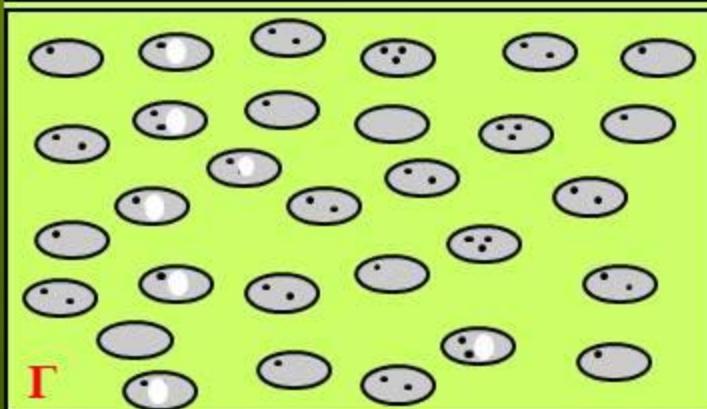
**Α και Δ  
ομαδοποιημένες**



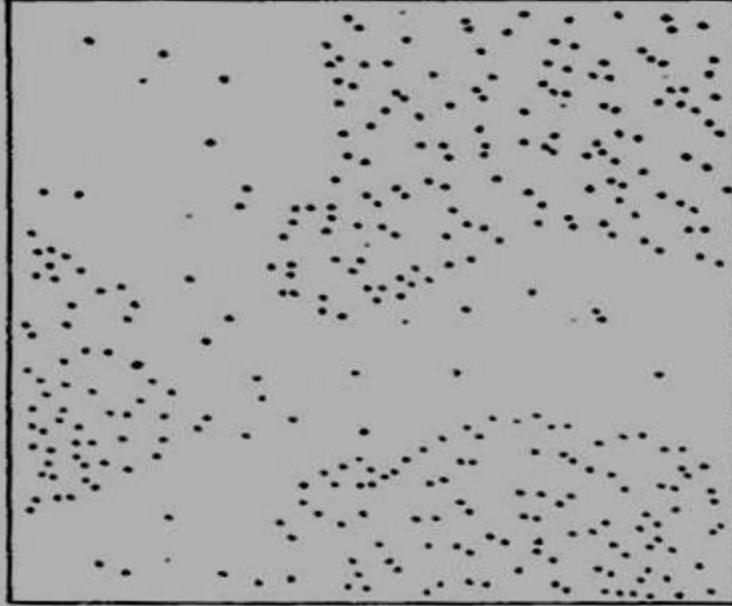
**Β και Ε  
τυχαίες**



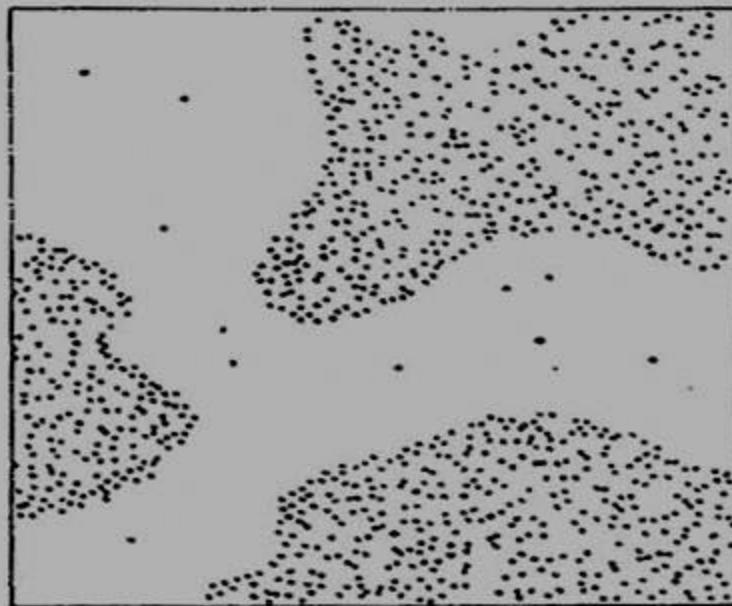
**Γ και Ζ  
ομοιόμορφες**



**Μικρή ένταση**

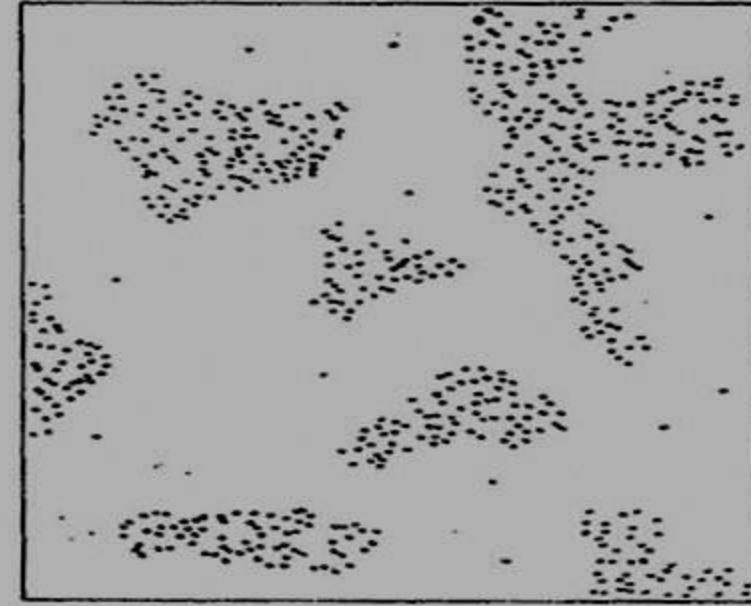
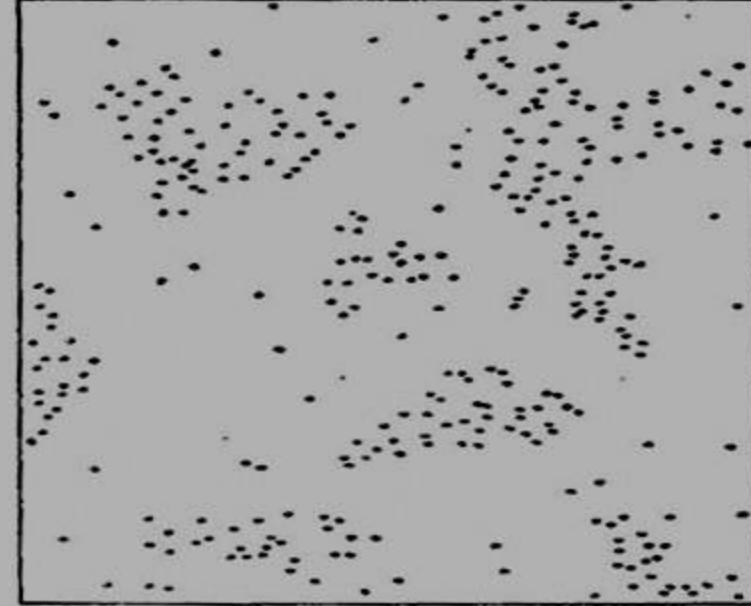


**Μεγάλη ένταση**



**Χονδρόκοκκη**

**Λεπτόκοκκη**



Σε συνεχή χώρο, **αν η χωροδιάταξη είναι τυχαία** τότε, οποιοδήποτε μέγεθος και σχήμα της δειγματοληπτικής επιφάνειας και αν επιλέξουμε, η ανάλυση των δεδομένων θα επιβεβαιώσει στατιστικά την ύπαρξη της τυχαίας χωροδιάταξης.

*Αν η χωροδιάταξη στην πραγματικότητα δεν είναι τυχαία (ιδίως **εάν είναι ομαδοποιημένη**) τότε, ανάλογα με το μέγεθος και σχήμα της δειγματοληπτικής επιφάνειας, η ανάλυση μπορεί και να μη επιβεβαιώσει την ύπαρξη μη τυχαίας χωροδιάταξης.*

Μπορεί δηλαδή να δείξει ότι η χωροδιάταξη είναι τυχαία χωρίς στην πραγματικότητα να είναι.

**Επομένως**, εάν η ανάλυση των δεδομένων δείξει τυχαία χωροδιάταξη τότε συνιστάται η διενέργεια μιας δεύτερης (ή και τρίτης) δειγματοληψίας με διαφορετικό μέγεθος ή/και σχήμα της δειγματοληπτικής επιφάνειας για την επιβεβαίωση της υπόθεσης.

1. Κάθε δ.μ. έχει την ίδια πιθανότητα να φιλοξενεί ένα άτομο
2. Η παρουσία ενός ατόμου στη δειγματοληπτική μονάδα δεν επηρεάζει την ύπαρξη του άλλου ατόμου
3. Κάθε δ.μ. είναι εξίσου διαθέσιμη σε όλα τα άτομα

# **ΧΩΡΟΔΙΑΤΑΞΕΙΣ**

## **ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΥΧΑΙΟΤΗΤΑΣ**

**Αν η χωροδιάταξη είναι “τυχαία” τότε  
η τυχαία μεταβλητή  $X$  θα ακολουθεί  
την κατανομή Poisson**

$$P(X) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

## Έλεγχος τυχαιότητας

... Ο αριθμός των συμβάντων στην μονάδα του χώρου ή του χρόνου  
... αριθμός ατόμων ανά δειγματοληπτική μονάδα (Κατανομή Poisson)

$$P(X) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^X}{X!} \quad \lambda = \text{μέση τιμή}$$

Αν π.χ.  $\lambda=2$  άτομα (ακάραια) ανά μονάδα επιφάνειας (π.χ. φύλλο)  
τότε η πιθανότητα να βρούμε ένα φύλλο με 10 άτομα είναι

$$P(10)=e^{-2}*2^{10}/10!=3,8*10^{-5}$$

πολύ μικρή πιθανότητα

Είναι μεγαλύτερη η πιθανότητα να παρατηρηθεί ένα άτομο ανά φύλλο ( $P_{(1)}=0.2706$ ) απότι 10 άτομα ανά φύλλο.

Ένας τρόπος είναι να ελέγξουμε με **X<sup>2</sup>** εάν τα δεδομένα μας ακολουθούν την κατανομή Poisson:

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

**f<sub>x</sub>** είναι η συχνότητα, δηλαδή πόσες ελιές είχαν X=0, 1, 2, 3, κ.λ.π. δάκους

X\*f<sub>x</sub> είναι το σύνολο των δάκων

P<sub>x</sub> είναι η θεωρητική πιθανότητα μια ελιά να

έχει X=0, 1, 2, 3, κ.λ.π. δάκους με βάση την Poisson κατανομή.

E<sub>x</sub> =  $\sum f_x * P_x$  είναι το σύνολο των ελιών που εξέτασα (210) επί την εκάστοτε πιθανότητα (P<sub>x</sub>) που δίνει τον αναμενόμενο αριθμό ελιών με X=0, 1, 2, 3, 4, κ.λ.π. δάκους

X	f <sub>x</sub>	X*f <sub>x</sub>	P <sub>x</sub>	E <sub>x</sub> = $\sum f_x * P_x$	(f <sub>x</sub> - E <sub>x</sub> ) <sup>2</sup> / E <sub>x</sub>
0	144	0	0.4580	96.17	23.78
1	25	25	0.3577	75.11	33.43
2	15	30	0.1397	29.33	7.00
3	10	30	0.0364	7.63	0.73
4	6	24	0.0071	1.49	13.64
5	5	25	0.0011	0.238	97.62
6	5	30	0.0001	0.03	815.06

$$\Sigma = 210 \quad 164 \quad 1 \quad 210 \quad X^2 = 991.26$$

$$X^2 \text{ για B.E.} = 7-2 = 11.07$$

Αρα δεν είναι τυχαία η χωροδιάταξη

$$\lambda = \frac{\sum X \cdot f_x}{\sum f_x} = \frac{164}{210} \quad \lambda = 0,781 \quad \text{Δάκοι / ελιά}$$

## ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΥΧΑΙΟΤΗΤΑΣ

Αν η χωροδιάταξη είναι “τυχαία” τότε η τυχαία μεταβλητή  $X$   
θα ακολουθεί την κατανομή Poisson

$$P(X) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^X}{X!}$$
$$\sigma^2 = \lambda$$
$$\sigma^2 / \lambda = 1$$

Οι David and Moore (1954) πρότειναν ως δείκτη της τυχαιότητας της χωροδιάταξης και της έντασης της ομαδοποίησης τον Δείκτη Ομαδοποίησης (*Index of Clumping*):

$$I = \frac{s^2}{\hat{\lambda}} - 1$$

I=0	Τυχαία
I<0	Ομοιόμορφη
I>0	Ομαδοποιημένη

$X_i$	$f_i$	$X*f_i$	$f_i(X-\lambda)^2$
0	144	0	95.5
1	25	25	0.86
2	15	30	21.1
3	10	30	47.8
4	6	24	60.9
5	5	25	87.6
6	1	6	26.9
7	3	21	114.8
8	0	0	0.0
9	0	0	0.0
10	1	10	84.4
$\Sigma=$	<b>210</b>	<b>171</b>	<b>444.3</b>
	$\lambda=$	0.814	$s^2=2,126$

$$s^2 = \frac{\sum f_i (X_i - \bar{X})^2}{\sum f_i - 1} = \frac{448}{210-1} = 2,126$$

$$I = \frac{s^2}{\hat{\lambda}} - 1$$

$I = 0$  Τυχαία

$I < 0$  Ομοιόμορφη

$I > 0$  Ομαδοποιημένη

Στατιστικός  
έλεγχος του  $I$

$$Z = \frac{\left| (S^2 / \hat{\lambda}) - 1 \right|}{\sqrt{\frac{2}{\sum f_x - 1}}} \sim N(\mu=0, \sigma^2=1)$$

Αν  $-1.96 < Z < 1.96$  τότε δεν υπάρχει διαφορά  
μεταξύ  $\lambda$  και  $s^2$  άρα έχω τυχαία χωροδιάταξη

$$\hat{\lambda} = 0.814 \quad s^2 = 2.126 \quad I = \frac{s^2}{\hat{\lambda}} - 1 = \frac{2.126}{0.814} - 1 = 1.61$$

$$Z = \frac{|S^2/\lambda - 1|}{\sqrt{\frac{2}{\sum f_x - 1}}} = \frac{|2.126/0.814 - 1|}{\sqrt{\frac{2}{210 - 1}}} = \frac{1.612}{0.097} = 16.61 >>> 1.96$$

Ο δείκτης  $I$  είναι ιδιαίτερα χρήσιμος γιατί εάν έχουμε δύο τέτοιους δείκτες από δύο πληθυσμούς μπορούμε να ελέγξουμε την στατιστική σημαντικότητα της διαφοράς τους, υπολογίζοντας την τιμή του  $\Omega$ :

$$\omega = -\frac{1}{2} \ln \left( \frac{s_1^2 / \hat{\lambda}_1}{s_2^2 / \hat{\lambda}_2} \right) - \frac{2,5}{\sqrt{n-1}} + \frac{2,5}{\sqrt{n-1}}$$

Εάν η τιμή του είναι μεταξύ των τιμών  $-\frac{2,5}{\sqrt{n-1}}$  και  $\frac{2,5}{\sqrt{n-1}}$

όπου  $n$  είναι ο αριθμός των δειγματοληπτικών μονάδων από κάθε πληθυσμό, τότε δεχόμεθα την υπόθεση ότι δεν υπάρχει σημαντική διαφορά. (στο επίπεδο 5%) μεταξύ των πληθυσμών.

# ΧΩΡΟΔΙΑΤΑΞΕΙΣ

## ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΣΗΣ

Αν η χωροδιάταξη είναι “ομαδοποιημένη”  
τότε η τυχαία μεταβλητή  $X$  θα ακολουθεί την  
Αρνητική Διωνυμική Κατανομή

$$g(X) = \binom{K+X-1}{K-1} \frac{R^X}{q^K} = \frac{(K+X-1)!}{(K-1)! X!} \frac{R^X}{q^K}$$

Η τυχαία μεταβλητή  $X$  παριστάνει το πλήθος  
των δοκιμών Bernoulli μέχρι και τη δοκιμή  
που θα συμπληρωθούν  $r$  επιτυχίες

$$g(X) = \binom{K+X-1}{K-1} \frac{R^X}{q^K} = \frac{(K+X-1)!}{(K-1)! X!} \frac{R^X}{q^K}$$

$$K = \frac{\bar{X}^2}{S^2 + \bar{X}} \quad R = \frac{\bar{X}}{K + \bar{X}} \quad q = \frac{K + \bar{X}}{K}$$

Ο αριθμός των φωλεών ανά πεύκο (δειγματοληπτική μονάδα) είναι τυχαίος.

Ο αριθμός των ατόμων κάμπιας ανά φωλιά έχει την λογαριθμική κατανομή.

Τότε ο αριθμός των ατόμων κάμπιας ανά δειγματοληπτική μονάδα (πεύκο) θα εμφανίσει την Α.Δ.Κ.

Επειδή υπάρχουν και άλλες μαθηματικές διαδικασίες από τις οποίες προκύπτει η Α.Δ.Κ. δεν μπορούμε να αποφανθούμε με βεβαιότητα για την φύση των οικολογικών μηχανισμών που πράγματι λαμβάνουν χώρα.

Ένας τρόπος να ελεγχθεί αν η χωροδιάταξη **είναι ομαδοποιημένη** (**ΝΑΙ-ΟΧΙ**) είναι να συγκριθούν οι παρατηρηθείσες με τις θεωρητικά - με βάση την ΑΔΚ – αναμενόμενες συχνότητες με  $\chi^2$  τεστ

$$g(X) = \binom{K+X-1}{K-1} \frac{R^X}{q^K} = \frac{(K+X-1)!}{(K-1)! X!} \frac{R^X}{q^K}$$

Από την παραπάνω σχέση υπολογίζουμε κατ αρχήν την τιμή  $g(x=0)$

Η αρνητική διωνυμική κατανομή είναι δύσκολο να

επιλυθεί, ειδικά όταν το  $K$  δεν είναι ακέραιος και ως εκ τούτου ο υπολογισμός των παραγοντικών είναι δύσκολος.

$$g(x=0) = \frac{1}{q^K}$$

και στη συνέχεια χρησιμοποιούμε την αναδρομική σχέση:

$$g(x) = g(x-1) \left[ \left( \frac{K + X - 1}{X} \right) R \right]$$

X	f <sub>x</sub>	X*f <sub>x</sub>	X-λ	f <sub>x</sub> (X-λ) <sup>2</sup>
0	18	0	-2.14	82.4
1	25	25	-1.14	32.5
2	20	40	-0.14	0.4
3	15	45	0.86	11.1
4	10	40	1.86	34.6
5	8	40	2.86	65.4
6	4	24	3.86	59.6
$\Sigma =$	100	214	6.02	286.0

$$K = \frac{\bar{X}^2}{S^2 - \bar{X}} = \frac{2.14^2}{2.88 - 2.14} = 6.36$$

$$R = \frac{\bar{X}}{K + \bar{X}} = \frac{2.14}{6.36 + 2.14} = 0.2517$$

$$q = \frac{K + \bar{X}}{K} = \frac{6.36 + 2.14}{6.36} = 1.3364$$

mean = λ = 2,14   S<sup>2</sup> = 2,88

$$\lambda = \frac{\sum X \cdot f_x}{\sum f_x} = \frac{214}{100} = 2.14$$

$$s^2 = \frac{\sum f_i (X_i - \bar{X})^2}{\sum f_i - 1} = \frac{286}{100 - 1} = 2.88$$

X	f <sub>x</sub>	X*f <sub>x</sub>	X-λ	f <sub>x</sub> (X-λ) <sup>2</sup>	$\bar{x}$
0	18	0	-2.14	82.4	$K = \frac{s^2}{\sum f_x - 1} = 6.36$
1	25	25	-1.14	32.5	
2	20	40	-0.14	0.4	
3	15	45	0.86	11.1	$R = \frac{\bar{x}}{K + X} = 0.2517$
4	10	40	1.86	34.6	
5	8	40	2.86	65.4	
6	4	24	3.86	59.6	
$\Sigma =$	<b>100</b>	<b>214</b>	<b>6.02</b>	<b>286.0</b>	$q = \frac{K + X}{K} = 1.3364$

mean = **2,14**      **S<sup>2</sup> = 2,88**

Υπολογίζω καταρχήν το  $I = 2.88/2.14 - 1 = 1.3458 - 1 = 0.3458 > 0$

Άρα έχω **μάλλον** ομαδοποιημένη χωροδιάταξη

Υπολογίζω και το Z

$$Z = \frac{\left| s^2 / \hat{\lambda} - 1 \right|}{\sqrt{\frac{2}{\sum f_x - 1}}} = \frac{1.3458 - 1}{\sqrt{\frac{2}{99}}} = 2.4335 > 1.96$$

Άρα είναι πράγματι ομαδοποιημένη

Θα το ελέγξω όμως και με την αρνητική διωνυμική

Με την αναδρομική σχέση υπολογίζεται οι ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

$$g_{(X=0)} = 1/q^K$$

$$1/1.3364^{6.36} = 0.1581$$

$$\text{Mean} = 2.14$$

$$S^2 = 2.89$$

$$K = 6.36$$

$$R = 0.2516$$

$$q = 1.3364$$

$$g(x) = g(x-1) \left[ \left( \frac{K + X - 1}{X} \right) R \right]$$

$$g(x=1) = (0.1581) \left( \frac{6.36 + 1 - 1}{1} \right) * 0.2517 = 0.2531$$

$$g(x=2) = (0.2531) \left( \frac{6.36 + 2 - 1}{2} \right) * 0.2517 = 0.2344$$

$$g(x=3) = (0.2344) \left( \frac{6.36 + 3 - 1}{3} \right) * 0.2517 = 0.1645$$

$$g(x=5) = (0.969) \left( \frac{6.36 + 5 - 1}{5} \right) * 0.2517 = 0.505$$

$$g(x=6) = (0.505) \left( \frac{6.36 + 6 - 1}{6} \right) * 0.2517 = 0.425$$

X	f <sub>x</sub>	P <sub>x</sub>	E <sub>x</sub> =Σf <sub>x</sub> *P <sub>x</sub>	(F <sub>x</sub> -E <sub>x</sub> ) <sup>2</sup> /E <sub>x</sub>
0	18	0,1581	15,8	0,302
1	25	0,2532	25,3	0,004
2	20	0,2345	23,5	0,507
3	15	0,1645	16,5	0,127
4	10	0,0969	9,7	0,010
5	8	0,0505	5,1	1,720
6+	4	0,0424	4,2	0,013

$$\Sigma f_x = 100$$

$$mean = 2,14$$

$$K = 6,36$$

$$X^2 = 2,684$$

$$S^2 = 2,86$$

$$R = 0,25$$

$$X^2_{\text{Πυάκων}} = 9,49$$

Για n-3=7-3=4 β.ε.

$$q = 1,34$$

Οι αναμενόμενες και οι παρατηρηθείσες τιμές συμπίπτουν στατιστικά άρα τα δεδομένα μου ακολουθούν την αρνητική διωνυμική APA ΕΧΩ ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΣΗ

Ένας τρόπος να ελεγχθεί η ένταση της ομαδοποίησης της χωροδιάταξης  
(όχι ΝΑΙ-ΟΧΙ αλλά με δείκτες διαβάθμισης) είναι η χρήση των δεικτών  
**K** και **1/K**

---

Όσο μεγαλύτερο (απροσδιόριστη) είναι το **K** τόσο η χωροδιάταξη πλησιάζει  
την **τυχαία**.

Όσο μικρότερο (θετικό) είναι το **K** τόσο  
η **ομαδοποίηση** είναι εντονότερη.

Η απόλυτα ομαδοποιημένη ισχύει

$$K = \frac{\bar{x}}{\bar{x}(n-1)-1}$$

Στην απόλυτα **ομοιόμορφη** έχει την τιμή  $K = -\bar{x}$

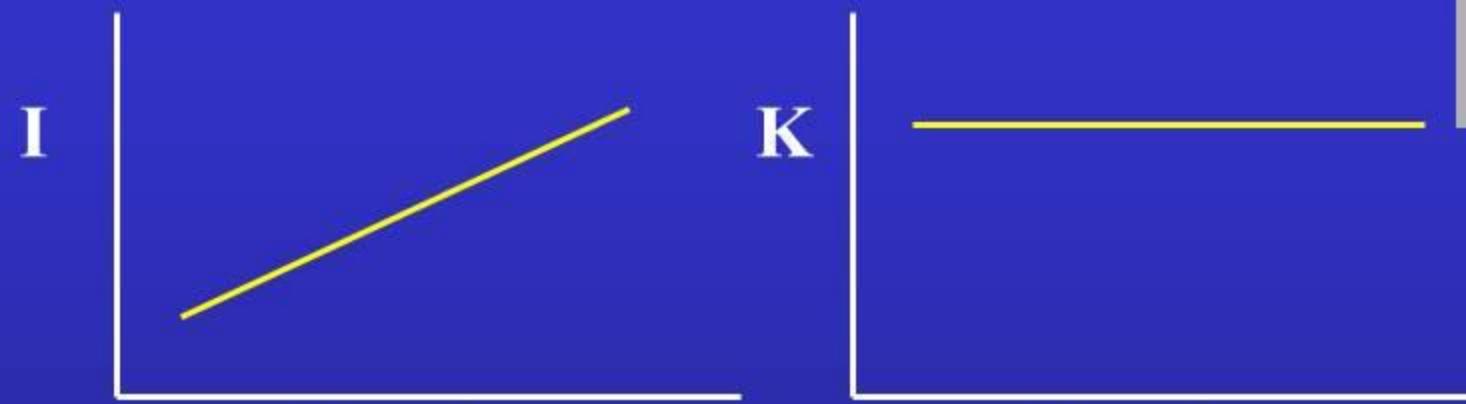
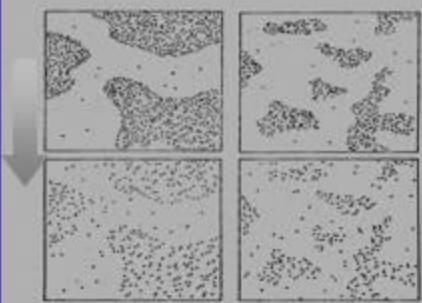
Εναλλακτικά έχει προταθεί ο δείκτης **1/K**

Στην **τυχαία χωροδιάταξη** είναι  $1/K = 0$

Στην **απόλυτα ομοιόμορφη** θα είναι  $1/K = -1/\bar{x}$

Στην **πλήρως ομαδοποιημένη** θα είναι  $1/K = \frac{\bar{x}(n-1)-1}{\bar{x}}$

Αν πάμε από μια πυκνότερη κατάσταση σε μια αραιότερη τότε οι δείκτες I και K:



### Πυκνότητα

(άτομα ανά δειγματοληπτική μονάδα)

### Πυκνότητα

(άτομα ανά δειγματοληπτική μονάδα)

Το I και το K δεν εκφράζουν ακριβώς τις ίδιες ιδιότητες καθώς επηρεάζονται διαφορετικά από την πυκνότητα των ατόμων στις δειγματοληπτικές μονάδες δηλαδή από την ένταση της ομαδοποίησης.

Για να ισχύει ο K πρέπει ο πληθυσμός να ακολουθεί την ΑΔΚ.

**Δύο δείκτες – αντίστοιχοι των I και K οι οποίοι όμως είναι ελεύθεροι κατανομών είναι οι παρακάτω:**

$$m^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$$

Δείκτης Μέσου  
Συνωστισμού του M.  
Lloyd (Index of mean  
crowding)  
Αντίστοιχος του I

$$C = \frac{m^*}{m}$$

Δείκτης Σχετικού  
Συνωστισμού (Index  
of Patchiness)  
Αντίστοιχος του K

N= ο συνολικός αριθμός ατόμων σε όλες τις μονάδες.

X<sub>i</sub> (i=1, 2 ,3.... N) είναι ο αριθμός των “συγκατοίκων” που  
μοιράζεται το κάθε άτομο της ίδιας δειγματοληπτικής  
μονάδας

$$m^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$$

Δείκτης Μέσου  
Συνωστισμού του M.  
Lloyd (Index of mean  
crowding)  
Αντίστοιχος του I

$$C = \frac{m^*}{m}$$

Δείκτης Σχετικού  
Συνωστισμού (Index  
of Patchiness)

Αντίστοιχος του K

16 άτομα επί 15 «συγκάτοικους έκαστο

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N	m	$m^*$	C
A	16	24	24	32	32	32	40	40	48	288	32	33,66	1,052

16 άτομα επί 15 «συγκάτοικους έκαστο

$$\begin{aligned}
 m_A^* &= 1/288 [(16)(15)+(24)(23)+(24)(23)+(32)(31)+(32)(31) \\
 &\quad +(32)(31)+(40)(39)+(40)(39)+(48)(47)] \\
 &= 9696 / 288 = \mathbf{33.66}
 \end{aligned}$$

$$C = 33.66 / 32 = \mathbf{1.052}$$

$$m^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$$

Δείκτης Μέσου  
 Συνωστισμού του M.  
 Lloyd (Index of mean  
 crowding)  
 Αντίστοιχος του I

$$C = \frac{m^*}{m}$$

Δείκτης Σχετικού  
 Συνωστισμού (Index  
 of Patchiness)  
 Αντίστοιχος του K

Οι δείκτες  $\dot{m}$  και  $C$  παίρνουν τις τιμές

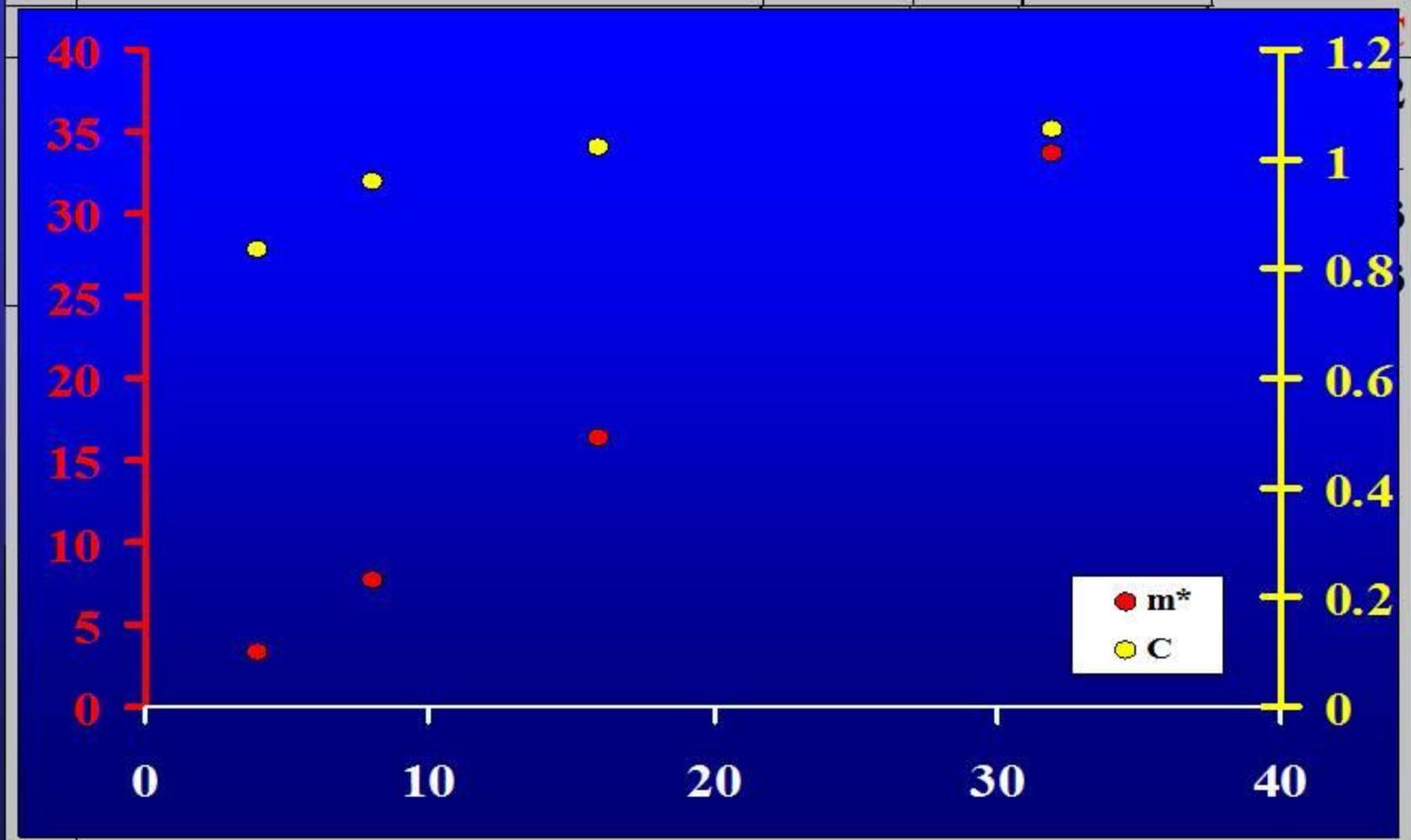
στην τυχαία χωροδιάταξη έχει την τιμή

Στην απόλυτα ομοιόμορφη έχει την τιμή

και στη απόλυτα ομαδοποιημένη έχει την τιμή

$$\begin{aligned} \dot{m} &= C \\ \bar{x} &= \frac{1}{\bar{x}-1} \\ \bar{x}-1, & \\ \bar{x}n-1. &= \frac{\bar{x}n-1}{\bar{x}} \end{aligned}$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N	m	$m^*$	C
A	16	24	24	32	32	32	40	40	48	288	32	33.66	1.052
B	8	12	12	16	16	16	20	20	24	144	16	16.33	1.021
C	4	6	6	8	8	8	10	10	12	72	8	7.66	0.9583
D	2	3	3	4	4	4	5	5	6	36	4	3.33	0.8333



# Ποικιλότητα και Χωροδιάταξη



## Ποικιλότητα και χωροδιάταξη

Έστω ότι έχουμε ένα μωσαϊκό στο οποίο υπάρχουν τέσσερις κατηγορίες (φάσεις) συστάδων (A,B,C,D) κατεσπαρμένες στο χώρο.

Τοποθετούμε μια ευθεία γραμμή στον υπό μελέτη χώρο και παίρνουμε σημεία **σε ίσες αποστάσεις**.

Καταγράφουμε με την σειρά τα σημεία χαρακτηρίζοντας τα με τη φάση στην οποία βρίσκονται. Στο παράδειγμα μας έχουμε:

AAA BB C B DDDDD CC BBB D

Στη συνέχεια καταγράφουμε σ' ένα πίνακα τον αριθμό των περιπτώσεων που κάθε φάση (αριστερό όριο του πίνακα) ακολουθείται από μία φάση (οριζόντιο όριο του πίνακα).

**AAA BB C B DDDDD CC BBB D**

Δεύτερη φάση **j** (επόμενο γράμμα)

αριθμοί **N<sub>i</sub>** αντανακλούν τη συχνότητα εμφάνισης της **i** φάσης στο χώρο

A B C D Σύνολο, **N<sub>i</sub>**

Πρώτη φάση i	A	2	1	0	0	3
	B	0	3	1	2	6
	C	0	2	1	0	3
	D	0	0	1	4	5

$$\frac{N_i}{N} = P_i \text{ ποικιλότητα της σχετικής εκτασής των φασών}$$

Τα στοιχεία του πίνακα  $\sum \sum n_{ij} = 17$

$$17=N$$

To **N** ισούται με το σύνολο των σημείων της γραμμής **ΜΕΙΩΜΕΝΟ ΚΑΤΑ 1 εφόσον** το τελενταίο γράμμα δεν ακολουθείται από κανένα άλλο

(εμπεριέχονν  
πληροφορία για την  
αλληλογνοία των  
φασεων)

$$\frac{n_{ij}}{N_i} = p_{ij}$$

ποικιλότητα  
εναλλαγής των φασών

Με βάση τα **P<sub>i</sub>** και **P<sub>ij</sub>**  
υπολογίζω δύο δείκτες  
ποικιλότητας

# Δείκτες ποικιλότητας των φάσεων του μωσαϊκού

ΠΟΙΚΙΛΟΤΗΤΑ  
ΦΑΣΕΩΝ

$$H' = -\sum P_i \log P_i = -\frac{1}{N} \left[ \sum N_i \log N_i - N \log N \right]$$

ΠΟΙΚΙΛΟΤΗΤΑ ΕΝΑΛΛΑΓΗΣ ΤΩΝ  
ΦΑΣΕΩΝ

$$H_{(1)}' = -\sum_i \sum_j p_{ij} \log p_{ij} = -\frac{1}{N} \left( \sum_i \sum_j n_{ij} \log n_{ij} - \sum_i N_i \log N_i \right)$$

Εάν η γνώση της φάσης ενός σημείου της γραμμής δεν επηρεάζει την αβεβαιότητα για την φάση του επόμενου σημείου, τότε η ποικιλότητα είναι τόσο μεγάλη όσο η  $H'$ . Αντίθετα, εάν η φάση ενός σημείου εξαρτάται από τη φάση του προηγούμενου σημείου, τότε η αβεβαιότητά μας για την φάση του επόμενου σημείου θα είναι μικρότερη από την αβεβαιότητα  $H_{(1)}'$  για τη  $H'$  φάση ενός τυχαίου σημείου, και επομένως:  
“εξάρτηση” υπάρχει όταν μια φάση ακολουθείται “κυρίως” από κάποια