Γ Ε Ω Π Ο Ν Ι Κ Ο   Π Α Ν Ε Π Ι Σ Τ Η Μ Ι Ο   Α Θ Η Ν Ω Ν
ΤΜΗΜΑ ΑΓΡΟΤΙΚΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ

Σημειώσεις Μαθήματος

Πέτρος Γ. Σολδάτος, Στέλιος Π. Ροζάκης

Αθήνα 2013

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1 ΕΠΕΝΔΥΣΕΙΣ

1.1 Εισαγωγή

Καθημερινά οι επιχειρήσεις αντιμετωπίζουν πλήθος προβλημάτων, τα οποία πρέπει να λύσουν και οι αποφάσεις που λαμβάνονται καθορίζουν την οικονομική πορεία τους στο μέλλον.

Η λήψη των επενδυτικών αποφάσεων γίνεται σε διαφορετικά επίπεδα της επιχείρησης ανάλογα με τη φύση και τη σημαντικότητα των προβλημάτων. Π.χ. η απόφαση για αγορά ανταλλακτικών ενός μηχανήματος ή για αγορά επίπλων για τον εξοπλισμό γραφείου, λαμβάνονται από τον αντίστοιχο τμηματάρχη, χωρίς να απαιτείται ιδιαίτερη μελέτη ή έγκριση από τη διοίκηση της επιχείρησης. Αντιθέτως, η επιλογή του τόπου εγκατάστασης μιας βιομηχανίας, η απόφαση χρηματοδότησςης μιας νέας δραστηριότητας ή η κατάκτηση μιας νέας αγοράς, είναι προβλήματα εξαιρετικής σημασίας για την εξέλιξη της επιχειρηματικής μονάδας και λύνονται σε πολύ υψηλό επίπεδο και μετά από λεπτομερή μελέτη των επιπτώσεών τους.

Ο πρώτος τύπος προβλημάτων είναι παράδειγμα μιας κατηγορίας επενδύσεων που απαιτούν σχετικά μικρή εκταμίευση και συνήθως επαναλαμβάνονται κάθε χρόνο ή άλλα τακτά χρονικά διαστήματα. Γι’ αυτό το λόγο λέγονται *τακτικές επενδύσεις*.

Οι επενδύσεις της δεύτερης κατηγορίας είναι κρίσιμες για το μέλλον της επιχείρησης ή απαιτούν σχετικά μεγάλη αρχική οικονομική εκταμίευση, ή ως συνήθως και τα δύο. Αυτές οι σημαντικές επενδύσεις λέγοναι *στρατηγικές* και οι αποφάσεις για τέτοιες ενέργειες λαμβάνονται από τα κορυφαία κέντρα αποφάσεων των επιχειρήσεων.

Παραδείγματα τακτικών επενδύσεων είναι η αγορά εξοπλισμού γραφείου ή μηχανολογικού εξοπλισμού μικρής σχετικά αξίας, οι οποίες γίνονται για την αντικατάσταση του υπάρχοντος εξοπλισμού και την επίτευξη υψηλής αποδοτικότητας της εταιρίας. Αντίθετα, η απόφαση για την εκτροπή του Αχελώου, η αλλαγή μιας πολυετούς φυτείας χιλίων στρεμμάτων, η στροφή από εντατική σε βιολογική γεωργία, η ρευστοποίηση μιας εταιρίας, κ.λπ. είναι στρατηγικής σημασίας, επειδή αλλάζουν σημαντικά την ακολουθούμενη πορεία της εταιρίας και απαιτούν μεγάλα κεφάλαια για την πραγματοποίησή τους.

1.2 Προϋπολογισμός

Κάθε χρόνο οι επιχειρήσεις προγραμματίζουν τις δραστηριότητες και προβλέπουν τα έσοδα και τα έξοδα της επόμενης οικονομικής περιόδου. Αυτή η διαδικασία λέγεται *προϋπολογισμός* ή *σύνταξη του ετήσιου προϋπολογισμού* και αποτελεί υπό μια έννοια συμφωνία μεταξύ της διοίκησης της εταιρίας και των ιδιοκτητών ή μετόχων σχετικά με τη μελλοντική πορεία και τις δραστηριότητες του οργανισμού. Δηλαδή, μέσω του προϋπολογισμού, οι μέτοχοι συμφωνούν να χρηματοδοτήσουν και για τον επόμενο χρόνο τις προγραμματιζόμενες δραστηριότητες της επιχείρησης, οι οποίες γίνονται αμοιβαία αποδεκτές από μετόχους και διοίκηση κατά την έγκριση του προϋπολογισμού.

Ο προϋπολογισμός περιλαμβάνει εκτιμήσεις για όλες τις σημαντικές δραστηριότητες και τις ανάγκες των επιχειρήσεων, όπως:

1. Το ύψος της παραγωγής και των πωλήσεων κατά προϊόν
2. Το μέγεθος των εισαγωγών και εξαγωγών
3. Τις αγορές πρώτων υλών και εμπορευμάτων
4. Τα απαιτούμενα λειτουργικά και λοιπά έξοδα
5. Τις προβλεπόμενες επενδύσεις

Για τη σύνταξη του προϋπολογισμού και τη διαμόρφωση προτάσεων πολιτικής και επενδύσεων, απαιτείται η ορθολογική και λεπτομερής ανάλυση των οικονομικών δεδομένων. Μέρος της ανάλυσης αυτής στηρίζεται στη μεθοδολογία διαμόρφωσης της μελλοντικής πολιτικής επενδύσεων και εξετάζεται στο μάθημα της αξιολόγησης επενδύσεων.

2 Η ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΟΣ

2.1 Βασικές έννοιες

Το *κεφάλαιο*, είτε ως χρήμα είτε με τη μορφή εξοπλισμού, κ.λπ., είναι ένας από τους συντελεστές της παραγωγής, δηλαδή συμμετέχει στη διαδικασία της παραγωγής αγαθών και υπηρεσιών τα οποία προσφέρονται στην αγορά. Η αξία του κεφαλαίου μετριέται από το μέγεθος και την παραγωγικότητά του, δηλαδή την ικανότητά του να παράγει άλλα αγαθά.

Το κεφάλαιο υπό μορφή χρήματος είναι εξαιρετικά ευέλικτο και μπορεί να αξιοποιηθεί σε πάρα πολλές διαφορετικές χρήσεις. Το χρηματικό κεφάλαιο μπορεί (α) να χρησιμοποιηθεί για την αγορά καταναλωτικών αγαθών και να αναλωθεί ή (β) κατά την ορολογία της αξιολόγησης των επενδύσεων, μπορεί να επενδυθεί σε πολλές εναλλακτικές δραστηριότητες. Η αξιολόγηση των επενδύσεων αναπτύσσει τη μεθοδολογία και τους τρόπους αξιολόγησης και επιλογής αυτών των εναλλακτικών χρήσεων ή τοποθετήσεων του κεφαλαίου και διευκολύνει τη λήψη των επενδυτικών αποφάσεων.

Τόκος είναι η αύξηση του κεφαλαίου που οφείλεται στην παραγωγικότητά του. Ο τόκος είναι ανάλογος του κεφαλαίου, του χρόνου κατά τον οποίο το κεφάλαιο είναι παραγωγικό και του επιτόκιου.

Επιτόκιο είναι ο τόκος μιας νομισματικής μονάδας, (π.χ. μιας δραχμής), στην μονάδα του χρόνου.

Στα επόμενα, για πρακτικούς λόγους, ως νομισματική μονάδα θα χρησιμοποιείται η δραχμή και ως χρονική μονάδα το έτος, χωρίς αυτό να περιορίζει τη θεωρητική αξία των εξεταζόμενων προβλημάτων. Στην πράξη, εφ' όσον ο χρόνος και το επιτόκιο αναφέρονται στην ίδια χρονική μονάδα, οι τύποι θα εξακολουθούν να εφαρμόζονται με τον ίδιο τρόπο και να δίνουν σωστά αποτελέσματα.

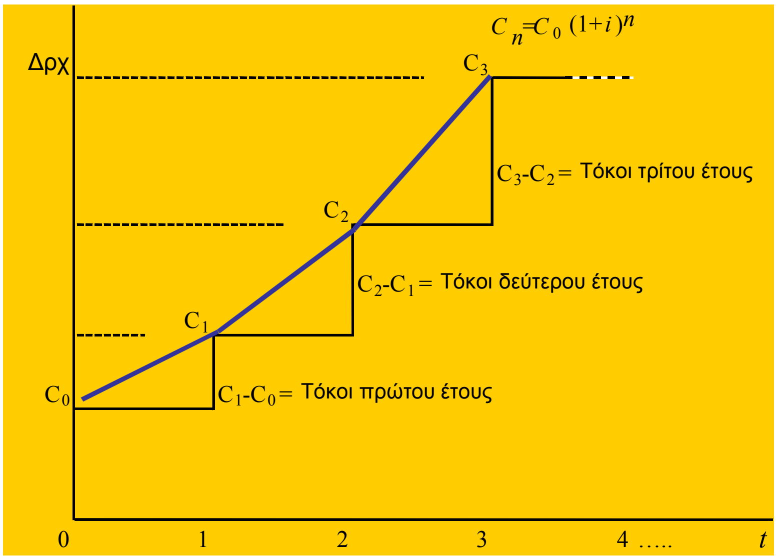
Υπάρχουν τρία συστήματα *κεφαλαιοποίησης*, δηλαδή συστήματα υπολογισμού των τόκων και του ύψους του κεφαλαίου σε διάφορες χρονικές στιγμές. Το σύστημα της *απλής κεφαλαιοποίησης*, της *σύνθετης κεφαλαιοποίησης* και της *συνεχούς κεφαλαιοποίησης*.

Στην απλή κεφαλαιοποίηση, η οποία εφαρμόζεται συνήθως για περιόδους μικρότερες του ενός έτους, ο τόκος υπολογίζεται και ενσωματώνεται στο κεφάλαιο μία μόνο φορά, στο τέλος της περιόδου. Αντιθέτως, στη συνεχή κεφαλαιοποίηση, θεωρείται ότι ο τόκος ενσωματώνεται κάθε στιγμή στο κεφάλαιο, δηλαδή σε μια χρονική περίοδο γίνονται άπειρες κεφαλαιοποιήσεις του τόκου. Με αυτόν τον τρόπο, η συνεχής κεφαλαιοποίηση αποτελεί ένα άνω όριο στην αποδοτικότητα των κεφαλαίων με δεδομένο επιτόκιο.

Στην αξιολόγηση επενδύσεων όμως εφαρμόζεται κυρίως το σύστημα της σύνθετης κεφαλαιοποίησης ή ανατοκισμού και για το λόγο αυτό, η σύνθετη κεφαλαιοποίηση εξετάζεται λεπτομερέστερα στο κεφάλαιο αυτό.

2.2 Σύνθετη κεφαλαιοποίηση

Κατά τη *σύνθετη κεφαλαιοποίηση* ή *ανατοκισμό*, θεωρείται ότι οι τόκοι *κεφαλαιοποιούνται*, δηλαδή προστίθενται στο κεφάλαιο, στο τέλος κάθε περιόδου, (π.χ. στο τέλος κάθε έτους), και έτσι, κατά την επόμενη περίοδο, το κεφάλαιο που είναι παραγωγικό είναι μεγαλύτερο από αυτό που ήταν στην προηγούμενη κατά το ύψος των τόκων της προηγούμενης περιόδου.



*Διάγραμμα 2.1:*Στή σύνθετη κεφαλαιοποίηση γίνεται η παραδοχή ότι οι τόκοι κεφαλαιο-ποιούνται στο τέλος κάθε περιόδου, δηλαδή ενσωματώνονται στο κεφάλαιο και είναι παραγωγικοί κατά την επόμενη περίοδο

Αν το αρχικό κεφάλαιο που τοκίζεται, (π.χ. τοποθετείται σε τοκοφόρο τραπεζική κατάθεση), είναι C_0, τότε το κεφάλαιο στο τέλος της κάθε περιόδου, C_n, δηλαδή μετά την κεφαλαιοποίηση των τόκων θα είναι:

$C_1 = C_0 (1 + i)$

$C_2 = C_1 (1 + i) = C_0 (1 + i)^2$

$C_3 = C_2 (1 + i) = C_0 (1 + i)^3$

κ.λπ.

και γενικά <u>*ο τύπος της κεφαλαιοποίησης*</u> είναι:

$$\boxed{C_n = C_0 (1 + i)^n}$$

όπου i είναι το επιτόκιο της κατάθεσης και C_n το ύψος του κεφαλαίου μετά από n περιόδους. Ο παράγοντας $(1+i)^n$ λέγεται <u>*συντελεστής κεφαλαιοποίησης*</u>.

Λύνοντας τον τύπο της σύνθετης κεφαλαιοποίησης ως προς την αρχική αξία του κεφαλαίου C_0, προκύπτει ο <u>*τύπος της προεξόφλησης*</u>,

$$\boxed{C_0 = C_n (1 + i)^{-n}}$$

Με αυτόν τον τύπο προεξοφλείται οποιοδήποτε ποσό του τέλους της περιόδου n στην αρχή της περιόδου τοκισμού, δηλαδή στην αρχή της πρώτης περιόδου, (ή στο τέλος της μηδενικής περιόδου που συμπίπτει με την αρχή της πρώτης). Ο παράγοντας $(1+i)^{-n}$ λέγεται *συντελεστής προεξόφλησης*.

Αποδεικνύεται ότι οι τύποι αυτοί ισχύουν και για ακέραιες και για δεκαδικές τιμές του n.

ΠΡΟΣΟΧΗ: Κατά τη χρήση των τύπων, το επιτόκιο i, πρέπει πάντα να αναφέρεται στην ίδια χρονική μονάδα με το n, αλλιώς προκύπτουν λανθασμένα αποτελέσματα.

Ο πίνακας που παρατίθεται δίνει τις τιμές του C_n για επιτόκια από 1% έως 10% και για διαστήματα έως 20 χρόνια όταν το τοκισμένο κεφάλαιο C_0 είναι 1 δραχμή[1].

Πίνακας 2.1

Μελλοντική αξία κεφάλαιου μιας νομισματικής μονάδας: $C_n = C_0\,(1+i)^n$, $C_0 = 1$

n \ i	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,0100	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900	1,1000
2	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881	1,2100
3	1,0303	1,0612	1,0927	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950	1,3310
4	1,0406	1,0824	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641
5	1,0510	1,1041	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105
6	1,0615	1,1262	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771	1,7716
7	1,0721	1,1487	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280	1,9487
8	1,0829	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926	2,1436
9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	1,8385	1,9990	2,1719	2,3579
10	1,1046	1,2190	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674	2,5937
11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804	2,8531
12	1,1268	1,2682	1,4258	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127	3,1384
13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658	3,4523
14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417	3,7975
15	1,1610	1,3459	1,5580	1,8009	2,0789	2,3966	2,7590	3,1722	3,6425	4,1772
16	1,1726	1,3728	1,6047	1,8730	2,1829	2,5404	2,9522	3,4259	3,9703	4,5950
17	1,1843	1,4002	1,6528	1,9479	2,2920	2,6928	3,1588	3,7000	4,3276	5,0545
18	1,1961	1,4282	1,7024	2,0258	2,4066	2,8543	3,3799	3,9960	4,7171	5,5599
19	1,2081	1,4568	1,7535	2,1068	2,5270	3,0256	3,6165	4,3157	5,1417	6,1159
20	1,2202	1,4859	1,8061	2,1911	2,6533	3,2071	3,8697	4,6610	5,6044	6,7275

[1] Στο τέλος του βιβλίου βρίσκονται πίνακες που περιλαμβάνουν την παρούσα και μελλοντική αξία κεφαλαίου μιας νομισματικής μονάδας για επιτόκια από 1 έως 20% και για 1 έως 30 περιόδους.

Παράδειγμα 2.1

Αν το επιτόκιο είναι 10%, τότε ένα ποσό 100 χιλιάδων δραχμών, που τοκίζεται σήμερα, έχει μετά από 2 χρόνια αξία ίση με

$100\,(1 + 0{,}10)^2 = 121$ χιλιάδες δραχμές.

Ομοίως 121 χιλιάδες δραχμές που θα πληρωθούν μετά από 2 χρόνια, είναι ισοδύναμες με

$121 \times (1 + 0{,}10)^{-2} = 121 / (1 + 0{,}10)^2 = 100$ χιλιάδες δραχμές

που πληρώνονται σήμερα, (αφού αυτός που θα τις εισπράξει μπορεί να τις τοκίσει αμέσως με 10% και να εισπράξει 121 δραχμές μετά από 2 χρόνια).

Παράδειγμα 2.2

Για την αγορά ενός αυτοκινήτου αξίας 5 εκ. δρχ., ο αγοραστής θα πληρώσει 3 χρόνια μετά την αγορά. Ποιό ποσό θα πρεπει να πληρωθεί τότε, αν το *μηνιαίο* επιτόκιο είναι 2% και η κεφαλαιοποίηση είναι μηνιαία, (δηλαδή η κεφαλαιοποίηση των τόκων γίνεται κάθε μήνα);

Για να εφαρμόσουμε τον τύπο της σύνθετης κεφαλαιοποίησης μετατρέπουμε το χρόνο σε μήνες, έτσι ώστε να συμπίπτει με τη χρονική μονάδα στην οποία αναφέρεται το επιτόκιο:

$5.000.000 \times (1 + 0{,}02)^{36} = 10.199.437$ δραχμές.

Παράδειγμα 2.3

Σε πόσο χρόνο διπλασιάζεται ένα ποσό που τοκίζεται με ετήσιο επιτόκιο 5% και 10%;

Με εφαρμογή του τύπου της κεφαλαιοποίησης βρίσκουμε:

$$2C = C(1+i)^n$$

$$2 = (1+i)^n$$

$$n \times \log(1+i) = \log 2$$

$$n = \frac{\log 2}{\log(1+i)}$$

Για επιτόκιο 5%, ο χρόνος βρίσκεται με ακρίβεια από την εξίσωση αυτή, αν αντικαταστήσουμε το επιτόκιο i με 0,05, δηλαδή, n = log2 / log1,05 = 14,207. Επίσης, ο χρόνος μπορεί να βρεθεί κατά προσέγγιση με αντίστροφη ανάγνωση του πίνακα. Στη στήλη 5% του πίνακα βρίσκουμε ότι το 2 βρίσκεται μεταξύ του 14ου και 15ου έτους τοκισμού. Με γραμμική παρεμβολή μπορούμε να προσεγγίσουμε το χρόνο διπλασιασμού του κεφάλαιου:

$n = 14 + (2 – 1{,}9799) / (2{,}0789 – 1{,}9799) = 14{,}203$ = 14 έτη και 74 ημέρες

Για επιτόκιο 10% μπορούμε π.χ. να υπολογίσουμε το χρόνο διπλασιασμού του αρχικού κεφάλαιου με χρήση υπολογιστή:

$n = \log 2 / \log 1{,}10 = 0{,}301 / 0{,}0414 = 7{,}2725$ = 7 έτη και 99 ημέρες

Παράδειγμα 2.4

Να βρεθεί το επιτόκιο κεφαλαιοποίησης, αν το ύψος κεφάλαιου ενός εκατομμυρίου έφθασε τα 3,7 εκατομμύρια σε 17 χρόνια τοκισμού.

Όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα, η λύση βρίσκεται από τον τύπο της κεφαλαιοποίησης ή, (προσεγγιστικά), με αντίστροφη ανάγνωση του πίνακα.

$$3{,}7 = 1(1+i)^{17}$$

$$(1+i)^{17} = 3{,}7$$

$$(1+i) = 3{,}7^{\frac{1}{17}} = 1{,}08$$

$$i = 0{,}08$$

Εναλλακτικά, διαβάζοντας τη γραμμή του πίνακα που αντιστοιχεί στα 17 χρόνια, βρίσκουμε ότι όταν το επιτόκιο είναι 8%, τότε το κεφάλαιο αυξάνεται κατά 3,7 φορές. Επομένως το ζητούμενο επιτόκιο είναι 8%.

Παρατήρηση: Οι τύποι της κεφαλαιοποίησης και της προεξόφλησης μπορούν να ιδωθούν και ως εξισώσεις ισοδυναμίας των κεφαλαίων που αναφέρονται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Δηλαδή πολλαπλασιάζοντας ένα κεφάλαιο επί τον συντελεστή κεφαλαιοποίησης, $(1 + i)^n$, βρίσκουμε την ισοδύναμη αξία του μετά από n περιόδους, ενώ διαιρώντας το με τον ίδιο συντελεστή ή πολλαπλασιάζοντας με τον συντελεστή προεξόφλησης $(1 + i)^{-n}$, βρίσκουμε την ισοδύναμη αξία του n περιόδους νωρίτερα.

2.3 Ονομαστικό και Πραγματικό επιτόκιο. Ισοδυναμία επιτοκίων

Πολλές φορές η κεφαλαιοποίηση των τόκων γίνεται σε διαστήματα μικρότερα του έτους, π.χ. κάθε εξάμηνο, τρίμηνο, κ.λπ. Σε αυτές τις περιπτώσεις, συνήθως δίνεται το ετήσιο (ονομαστικό) επιτόκιο και η συχνότητα κεφαλαιοποίησης. Έτσι π.χ. *επιτόκιο 12% με εξαμηνιαία κεφαλαιοποίηση,* σημαίνει ότι το κεφάλαιο ανατοκίζεται (δηλ. οι τόκοι κεφαλαιοποιούνται και ενσωματώνονται στο κεφάλαιο), κάθε εξάμηνο με επιτόκιο εξαμήνου ίσο με 6% (= 0,12/2). Ομοίως, *επιτόκιο 8% με τριμηνιαία κεφαλαιοποίηση,* σημαίνει ότι το κεφάλαιο ανατοκίζεται κάθε τρίμηνο με τριμηνιαίο επιτόκιο ίσο με 2%.

Το ετήσιο αυτό επιτόκιο ονομάζεται *ονομαστικό επιτόκιο* (nominal interest rate), και συμβολίζεται με το γράμμα j_m, όπου m είναι ο αριθμός των υπο-περιόδων του έτους και διαβάζεται ως: "ονομαστικό επιτόκιο συχνότητας m". Το επιτόκιο της υπο-περιόδου συμβολίζεται με i_m και συνδέεται με το j_m με την εξίσωση:

$$\boxed{i_m = \frac{j_m}{m}} \quad \text{ή} \quad \boxed{j_m = i_m m}$$

Έτσι συμβολίζουμε με

i_2 το εξαμηνιαίο επιτόκιο

i_4 το τριμηνιαίο επιτόκιο

i_{12} το μηνιαίο επιτόκιο

Στις περιπτώσεις που δίνεται το ετήσιο ονομαστικό επιτόκιο, τα προβλήματα κεφαλαιοποίησης λύνονται συνήθως, αλλά όχι απαραίτητα, χρησιμοποιώντας την υποπερίοδο ως μονάδα του χρόνου και ως επιτόκιο το i_m.

Παράδειγμα 2.5

Να βρεθεί το ύψος της κατάθεσης (C_n) κεφάλαιου 5 εκ. δρχ., μετά από παρέλευση τριών ετών, αν το (ετήσιο) ονομαστικό επιτόκιο (j_4), είναι 16% και ο ανατοκισμός γίνεται κάθε τρίμηνο.

Επειδή η κεφαλαιοποίηση γίνεται κάθε τρίμηνο, δηλ. τέσσερις φορές το χρόνο, ως μονάδα του χρόνου θα χρησιμοποιήσουμε το τρίμηνο. Έτσι ο συνολικός αριθμός των περιόδων γίνεται mn = 4 x 3 = 12 τρίμηνα.

Το επιτόκιο της περιόδου (τριμήνου) είναι $i_m = j_m / m = 0{,}16 / 4 = 0{,}04 = 4\%$.

Επομένως:

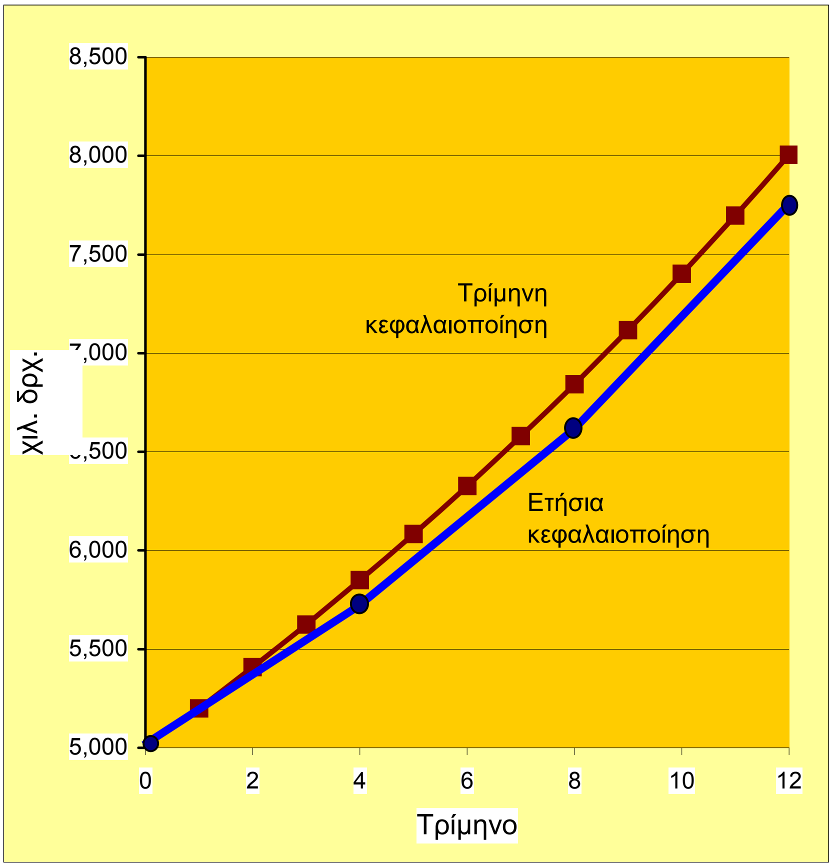
$$C_n = C_0(1+i_m)^{mn} = 5.000.000 \times 1{,}04^{12} = 8.005.161 \; \delta\rho\chi$$

Προσοχή: Παρατηρούμε ότι αν χρησιμοποιήσουμε ως χρονική μονάδα το έτος και ως επιτόκιο το ονομαστικό 16%, ο τύπος της κεφαλαιοποίησης μας δίνει λανθασμένα αποτελέσματα, δηλαδή:

$$C_n = C_0(1+j_m)^{n} = 5.000.000 \times 1{,}16^{3} = 7.804.480 \; \delta\rho\chi$$

Αυτό συμβαίνει επειδή ο δεύτερος αυτός τρόπος δεν αναγνωρίζει το γεγονός ότι ο συχνότερος ανατοκισμός, (ανά εξάμηνο), αυξάνει πιο γρήγορα το κεφάλαιο που είναι τοκισμένο.

Θα μπορούσε κανείς να αναζητήσει το ετήσιο επιτόκιο i που είναι ισοδύναμο με το τριμηνιαίο i_m. Δηλαδή αυτό το ετήσιο επιτόκιο που με ετήσια κεφαλαιοποίηση, δημιουργεί το ίδιο ύψος κεφαλαίου μετά από n χρόνια, όπως και το τριμηνιαίο. Είναι φανερό ότι το επιτόκιο αυτό, που λέγεται *ετήσιο πραγματικό επιτόκιο* θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο ονομαστικό (j_m), γιατί θα πρέπει να ενσωματώνει και την αυξητικότητα του κεφάλαιου που οφείλεται στο συχνότερο ανατοκισμό.



Διάγραμμα 2.2: Σύγκριση τελικού ύψους κεφαλαίων με διαφορετική συχνότητα κεφαλαιοποίησης.

Η εξίσωση που συνδέει το επιτόκιο της υποπεριόδου, i_m με το ετήσιο πραγματικό επιτόκιο i, λέγεται *εξίσωση ισοδυναμίας των επιτοκίων* και εκφράζει την αρχή ότι:

Δύο επιτόκια είναι ισοδύναμα, όταν, στο ίδιο χρονικό διάστημα, δημιουργούν ίσες τελικές αξίες του ίδιου κεφάλαιου, παρά τη διαφορετική συχνότητα κεφαλαιοποίησης.

$$C(1+i)^n = C(1+i_m)^{mn}$$

ή

$$\boxed{(1+i) = (1+i_m)^m}$$

από την οποία

$$i = (1+i_m)^m - 1$$

$$i_m = (1+i)^{1/m} - 1$$

Παράδειγμα 2.6

Πίνακας 2.2: Ισοδυναμίες επιτοκίων

Το ετήσιο επιτόκιο:	**i**	**12%**

Είναι ισοδύναμο με:	το εξαμηνιαίο	i_2	5,83%
	το τριμηνιαίο	i_4	2,87%
	το μηνιαίο	i_{12}	0,95%

Παρατηρείται ότι το εξαμηνιαίο ισοδύναμο επιτόκιο είναι μικρότερο από το ½ του ετήσιου, το τριμηνιαίο είναι μικρότερο από το ¼ του ετήσιου, κ.λπ.

Παράδειγμα 2.7

Το ύψος κεφαλαίου 500.000 δραχμών, μετά από 5 χρόνια με ετήσια κεφαλαιοποίηση και ετήσιο πραγματικό επιτόκιο 12% είναι:

$$C_5 = C_0(1+i)^n = 500.000 \times (1{,}12)^5 = 881.171 \delta\rho\chi.$$

Αν η κεφαλαιοποίηση γίνεται κάθε εξάμηνο και ο χρόνος μετριέται σε εξάμηνα, τότε το επιτόκιο πρέπει να τροποποιηθεί σε εξαμηνιαίο (ισοδύναμο του πραγματικού 12%), για να μπορεί να χρησιμοποιηθεί στον τύπο, δηλαδή:

$$i_m = (1+i)^{1/m} - 1 = (1{,}12)^{1/2} - 1 = 5{,}83\%$$

και

$$C_5 = C_0(1+i_m)^{mt} = 500.000 \times (1{,}0583)^{10} = 881.171 \delta\rho\chi.$$

Το αποτέλεσμα είναι το ίδιο διότι το εξαμηνιαίο επιτόκιο 5,83% είναι ισοδύναμο του ετήσιου 12% και επομένως δημιουργεί το ίδιο ύψος κεφαλαίου στο τέλος της παραγωγικής περιόδου. Για την εξαμηνιαία κεφαλαιοποίηση δεν πρέπει να χρησιμοποιηθεί π.χ. επιτόκιο 6% (0,12 / 2), γιατί το αποτέλεσμα θα είναι μεγαλύτερο των 881.171 δρχ. Γιατί;

2.4 Σειρές πληρωμών (Ράντες)

Πολλές φορές οι πληρωμές και οι εισπράξεις δεν γίνονται με μια μοναδική καταβολή του ποσού που οφείλεται, αλλά τμηματικά, (με δόσεις). Οι δόσεις αυτές αποτελούν *σειρά πληρωμών* ή *ράντα.*

Οι ράντες διακρίνονται σε:

Ομοιόμορφες, όταν όλες οι δόσεις είναι ίσες μεταξύ τους.

Ληξιπρόθεσμες, όταν οι πληρωμές γίνονται στο τέλος κάθε περιόδου.

Προκαταβλητέες, όταν οι πληρωμές γίνονται στην αρχή κάθε περιόδου.

Διηνεκείς, όταν ο αριθμός των δόσεων είναι άπειρος.

Μοναδιαίες, όταν το ποσό της δόσης είναι ίσο με μία νομισματική μονάδα, (π.χ. μία δραχμή).

Στη συνέχεια θα μας απασχολήσουν κυρίως μόνο οι ομοιόμορφες ράντες.

Ο υπολογισμός των δόσεων μιας σειράς πληρωμών γίνεται έτσι ώστε, κατά τη χρονική στιγμή που πρέπει να πληρωθεί το οφειλόμενο ποσό, η συνολική αξία των δόσεων να είναι ίση με το ποσό αυτό.

Παράδειγμα 2.8

Αν σήμερα πρέπει να πληρωθούν 100.000 δραχμές και αποφασισθεί να διευθετηθεί το χρέος με δυο ετήσιες ληξιπρόθεσμες των 50.000 δραχμών, τότε μπορούμε να ελέγξουμε την ισοδυναμία των δύο τρόπων πληρωμής ως εξής:

Αν χρησιμοποιήσουμε ετήσιο επιτόκιο ίσο π.χ. με 10%, η σημερινή αξία των δύο δόσεων ισούται με:

Α δόση: $50.000 \times (1 + 0,10)^{-1} = 45.455$

Β δόση: $50.000 \times (1 + 0,10)^{-2} = 41.322$

Πίνακας 2.3

	ΣΗΜΕΡΙΝΗ ΑΞΙΑ	ΕΤΟΣ 1	ΕΤΟΣ 2
Οφειλόμενο ποσό:	100.000		
Πρώτη δόση:	$50.000 \times 1,1^{-1} = 45.455$	50.000	
Δεύτερη δόση:	$50.000 \times 1,1^{-2} = \underline{41.322}$		50.000
Σύνολο δόσεων:	86.777		

Δηλαδή οι δύο πληρωμές των 50.000 δραχμών δεν επαρκούν για την εξόφληση του χρέους, επειδή πληρώνονται αργότερα, (με ένα και δύο χρόνια καθυστέρηση αντίστοιχα), και στο μεταξύ ο δικαιούχος δεν έχει τη δυνατότητα να εκμεταλλευτεί τα ποσά αυτά. Έτσι στερείται τους τόκους 50.000 δραχμών για δύο χρόνια και άλλων 50.000 δραχμών για ένα χρόνο.

Αν θελήσουμε να υπολογίσουμε το ύψος των δύο ίσων δόσεων *P* (Payment), που απαιτούνται για να εξοφληθεί πλήρως το χρέος, τότε η εξίσωση γίνεται:

$$P \times (1 + 0,10)^{-1} + P \times (1 + 0,10)^{-2} = 100.000$$

$$P \times (1,10^{-1} + 1,10^{-2}) = 100.000$$

από την οποία εύκολα βρίσκεται ότι $P = 57.619$ δραχμές. Και σχηματικά:

Πίνακας 2.4

	ΣΗΜΕΡΙΝΗ ΑΞΙΑ	ΕΤΟΣ 1	ΕΤΟΣ 2
Οφειλόμενο ποσό:	100.000		
Πρώτη δόση:	57.619 x $1,1^{-1}$ = 52.381	57.619	
Δεύτερη δόση:	57.619x $1,1^{-2}$ = 47.619		57.619
Σύνολο δόσεων:	100.000		

Παρατηρούμε ότι για να βρούμε την παρούσα (ή αρχική) αξία μιας ράντας (Present Value ή Amount), αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τη σταθερή δόση της *(P)* επί το άθροισμα των όρων της γεωμετρικής προόδου:

$$(1+i)^{-1}+(1+i)^{-2}+\ldots+(1+i)^{-n}=\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

όπου n είναι ο αριθμός των δόσεων.

Το κλάσμα αυτό εκφράζει την *αρχική αξία μοναδιαίας ληξιπρόθεσμης ράντας*, δηλαδή ράντας με δόση $P = 1$ δραχμή και συμβολίζεται με

$$\boxed{a(n,i)=\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

Γενικότερα, για οποιοδήποτε P, η *αρχική αξία ληξιπρόθεσμης ράντας* βρίσκεται από τον τύπο

$$\boxed{A(n,i)=P\times a(n,i)=P\times\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

Παράδειγμα 2.9

Για την αγορά ενός αγροτεμαχίου αξίας 3 εκ. δρχ., προτείνεται η πληρωμή να γίνει με 10 ληξιπρόθεσμες ετήσιες δόσεις των 400.000 δραχμών. Αν το ετήσιο επιτόκιο είναι 10%, τί είναι συμφερότερο για τον αγοραστή, να πληρώσει με δόσεις ή μετρητοίς;

Η παρούσα (αρχική) αξία των 10 δόσεων (n = 10), είναι:

$$A(10{,}10\%)=400.000\times\frac{1-(1+0{,}10)^{-10}}{0{,}10}=2.458.827$$

Άρα ο αγοραστής πρέπει να προτιμήσει να πληρώσει με δόσεις αφού η παρούσα αξία όλων των δόσεων είναι μικρότερη από 3 εκ. δρχ.

Για να υπολογιστεί η δόση της ράντας που θα έκανε τις δόσεις ισοδύναμες με την πληρωμή 3 εκ. δρχ. μετρητοίς, η προηγούμενη εξίσωση τροποποιείται ως εξής:

$$P\times a(10{,}10\%)=3.000.000$$

Και επειδή

$$a(10,10\%) = \frac{1-(1+0{,}10)^{-10}}{0{,}10} = 6{,}1446$$

$$P = \frac{3.000.000}{6{,}1446} = 488.234$$

Η *αρχική αξία διηνεκούς ράντας*, δηλαδή ράντας με άπειρους όρους, βρίσκεται από τους προηγούμενους τύπους, αν αντικαταστήσουμε το n με ∞. Έτσι:

$$\boxed{a(\infty, i) = \frac{1}{i}}$$

$$\boxed{A(\infty, i) = P \times \frac{1}{i}}$$

Στο προηγούμενο παράδειγμα, αν η δόση είναι 300.000 δραχμές, θα χρειαστούν άπειρα χρόνια πληρωμών για να εξοφληθεί το χρέος των 3 εκ. δρχ.

Για τη διευκόλυνση των πράξεων με ράντες, στο τέλος του βιβλίου υπάρχουν πίνακες που δίνουν τις τιμές της μοναδιαίας ράντας για διάφορα επιτόκια και αριθμό περιόδων.

Η *τελική αξία μιας ομοιόμορφης, ληξιπρόθεσμης ράντας*, $s(n,i)$ και $S(n,i)$, βρίσκεται εύκολα αν πολλαπλασιάσουμε την αρχική αξία της επί $(1 + i)^n$, δηλαδή, υπολογίζοντας την ισοδύναμη αξία της μετά από n περιόδους.

Μοναδιαία ράντα:

$$\boxed{s(n,i) = a(n,i) \times (1+i)^n = \frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

Ράντα με δόση = P:

$$\boxed{S(n,i) = P \times s(n,i) = P \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

2.5 ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Διαχρονική αξία του χρήματος

2.1. Πώς εξηγείται η διαχρονική αξία του χρήματος;

2.2. Τί είναι το επιτόκιο, μέτρο της αξίας του χρόνου ή μέτρο της αξίας των κεφαλαίων;

2.3. Γιατί πολλοί καταναλωτές προτιμάνε να πληρώνουν με δόσεις και όχι μετρητοίς; Είναι αυτό σύμφωνο με την οικονομική λογική;

2.4. Τί είναι οι προκαταβλητέες ράντες και τί διηνεκείς; Μπορεί μια προκαταβλητέα ράντα να είναι ταυτοχρόνως και διηνεκής

2.5. Ποια είναι η τελική αξία μιας διηνεκούς μοναδιαίας ράντας όταν το επιτόκιο είναι 10%; Πώς τροποποιείται η απάντησή σας όταν το επιτόκιο είναι 0%;

2.6. Τί σημαίνει ο όρος σύνθετη κεφαλαιοποίηση;

2.7. Τί είναι ονομαστικό επιτόκιο και ποια είναι η σχέση του με το πραγματικό;

2.8. Τί είναι η ισοδυναμία των επιτοκίων; Ποια είναι η σχέση μεταξύ εξαμηνιαίου και τριμηνιαίου επιτοκίου;

2.6 ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Διαχρονική αξία του χρήματος

2.1. Σε πόσο χρόνο τριπλασιάζεται ένα κεφάλαιο C, όταν το ετήσιο επιτόκιο είναι (α) 5%, (β) 10% και (γ) 20%.

(Απ. (α) 22,52 έτη, (β) 11,53 έτη, γ) 6,03 έτη).

2.2. Ένα μηχάνημα κοστίζει 1 εκ. δρχ. Ποιο ποσό πρέπει να πληρώσει ένας αγοραστής (α) αν η πληρωμή γίνει 3 έτη και 6 μήνες μετά την αγορά του μηχανήματος και (β) αν το ποσό προκαταβληθεί 30 μήνες πριν από την αγορά. (Το μηνιαίο επιτόκιο είναι ίσο με 1%).

(Απ. (α) 1.518.790 δρχ., (β) 741.923 δρχ.).

2.3. Κάποιος δανείστηκε 5 εκ. δρχ. με ετήσιο επιτόκιο 10% και ανέλαβε την υποχρέωση να το επιστρέψει μαζί με τους τόκους τρία χρόνια μετά από την ημερομηνία δανεισμού. Για το σκοπό αυτόν καταθέτει στην τράπεζα ποσό 1 εκ. δρχ. ένα χρόνο μετά τη σύναψη του δανείου και ποσό Χ έξι μήνες αργότερα. Να προσδιορισθεί το ποσό Χ που απαιτείται για την εξόφληση του χρέους, αν η τράπεζα εφαρμόζει για τις καταθέσεις εξαμηνιαία κεφαλαιοποίηση (δηλαδή, ενσωματώνει τους τόκους στο κεφάλαιο στο τέλος κάθε εξαμήνου), με ονομαστικό (ετήσιο) επιτόκιο ίσο με 12%.

(Απ. 4.527.666 δρχ.).

2.4. Ποσό 500 χιλ.δρχ. επενδύεται για 4 χρόνια με ετήσιο επιτόκιο 10% και εν συνεχεία, το ποσό που έχει συσσωρευτεί τοκίζεται με τριμηνιαία κεφαλαιοποίηση και ετήσιο (ονομαστικό) επιτόκιο ίσο με 12% για άλλα 3 χρόνια. Να βρεθεί η τελική αξία του συσσωρευμένου κεφαλαίου στο τέλος της επταετίας.

(Απ. 1.043.728 δρχ.).

2.5. Κάποιος δανείστηκε ποσό Χ δρχ. για 5 χρόνια προς 10%. Δύο χρόνια μετά τον πρώτο δανεισμό, δανείστηκε από την ίδια πηγή και δεύτερο ποσό ίσο με Χ/2 δρχ. με το ίδιο επιτόκιο. Αν τα δύο χρέη εξοφλήθηκαν μαζί κατά τη λήξη του πρώτου δανείου, με μια πληρωμή ίση με 2 εκ. δρχ., να βρεθεί το ποσό Χ.

(Απ. 878.730,76 δρχ.).

2.6. Μια γεωργική μονάδα έχει υπολογίσει ότι οι χρηματικές ροές της συγκεντρώνονται σε δύο κυρίως εποχές του έτους. Κάθε άνοιξη, εκταμιεύει 4 εκ. δρχ. για την αγορά των απαιτουμένων υλών κ.λπ., και το Φθινόπωρο εισπράττει από την πώληση της συγκομιδής 5 εκ. δρχ. Αν θεωρηθεί απλουστευτικά ότι η εκταμίευση γίνεται κάθε 1η Απριλίου και η είσπραξη κάθε 1η Οκτωβρίου, να βρεθεί το ποσό που θα συγκεντρωθεί στο τέλος του 10ου έτους λειτουργίας, αν η μονάδα δανείζεται με ονομαστικό επιτόκιο 8% και επενδύει τα έσοδά της με επιτόκιο 12%. (Τα αντίστοιχα τριμηνιαία επιτόκια είναι 2% και 3%).

(Απ.   28.882.839 δρχ.).

2.7 ΠΙΝΑΚΕΣ

Παρούσα αξία κεφάλαιου μιας νομισματικής μονάδας: $C_0 = C_n\,(1+i)^{-n}$, $C_n = 1$

n \ i	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%	16%	17%	18%	19%	20%
1	1.0100	1.0200	1.0300	1.0400	1.0500	1.0600	1.0700	1.0800	1.0900	1.1000	1.1100	1.1200	1.1300	1.1400	1.1500	1.1600	1.1700	1.1800	1.1900	1.2000
2	1.0201	1.0404	1.0609	1.0816	1.1025	1.1236	1.1449	1.1664	1.1881	1.2100	1.2321	1.2544	1.2769	1.2996	1.3225	1.3456	1.3689	1.3924	1.4161	1.4400
3	1.0303	1.0612	1.0927	1.1249	1.1576	1.1910	1.2250	1.2597	1.2950	1.3310	1.3676	1.4049	1.4429	1.4815	1.5209	1.5609	1.6016	1.6430	1.6852	1.7280
4	1.0406	1.0824	1.1255	1.1699	1.2155	1.2625	1.3108	1.3605	1.4116	1.4641	1.5181	1.5735	1.6305	1.6890	1.7490	1.8106	1.8739	1.9388	2.0053	2.0736
5	1.0510	1.1041	1.1593	1.2167	1.2763	1.3382	1.4026	1.4693	1.5386	1.6105	1.6851	1.7623	1.8424	1.9254	2.0114	2.1003	2.1924	2.2878	2.3864	2.4883
6	1.0615	1.1262	1.1941	1.2653	1.3401	1.4185	1.5007	1.5869	1.6771	1.7716	1.8704	1.9738	2.0820	2.1950	2.3131	2.4364	2.5652	2.6996	2.8398	2.9860
7	1.0721	1.1487	1.2299	1.3159	1.4071	1.5036	1.6058	1.7138	1.8280	1.9487	2.0762	2.2107	2.3526	2.5023	2.6600	2.8262	3.0012	3.1855	3.3793	3.5832
8	1.0829	1.1717	1.2668	1.3686	1.4775	1.5938	1.7182	1.8509	1.9926	2.1436	2.3045	2.4760	2.6584	2.8526	3.0590	3.2784	3.5115	3.7589	4.0214	4.2998
9	1.0937	1.1951	1.3048	1.4233	1.5513	1.6895	1.8385	1.9990	2.1719	2.3579	2.5580	2.7731	3.0040	3.2519	3.5179	3.8030	4.1084	4.4355	4.7854	5.1598
10	1.1046	1.2190	1.3439	1.4802	1.6289	1.7908	1.9672	2.1589	2.3674	2.5937	2.8394	3.1058	3.3946	3.7072	4.0456	4.4114	4.8068	5.2338	5.6947	6.1917
11	1.1157	1.2434	1.3842	1.5395	1.7103	1.8983	2.1049	2.3316	2.5804	2.8531	3.1518	3.4785	3.8359	4.2262	4.6524	5.1173	5.6240	6.1759	6.7767	7.4301
12	1.1268	1.2682	1.4258	1.6010	1.7959	2.0122	2.2522	2.5182	2.8127	3.1384	3.4985	3.8960	4.3345	4.8179	5.3503	5.9360	6.5801	7.2876	8.0642	8.9161
13	1.1381	1.2936	1.4685	1.6651	1.8856	2.1329	2.4098	2.7196	3.0658	3.4523	3.8833	4.3635	4.8980	5.4924	6.1528	6.8858	7.6987	8.5994	9.5964	10.6993
14	1.1495	1.3195	1.5126	1.7317	1.9799	2.2609	2.5785	2.9372	3.3417	3.7975	4.3104	4.8871	5.5348	6.2613	7.0757	7.9875	9.0075	10.1472	11.4198	12.8392
15	1.1610	1.3459	1.5580	1.8009	2.0789	2.3966	2.7590	3.1722	3.6425	4.1772	4.7846	5.4736	6.2543	7.1379	8.1371	9.2655	10.5387	11.9737	13.5895	15.4070
16	1.1726	1.3728	1.6047	1.8730	2.1829	2.5404	2.9522	3.4259	3.9703	4.5950	5.3109	6.1304	7.0673	8.1372	9.3576	10.7480	12.3303	14.1290	16.1715	18.4884
17	1.1843	1.4002	1.6528	1.9479	2.2920	2.6928	3.1588	3.7000	4.3276	5.0545	5.8951	6.8660	7.9861	9.2765	10.7613	12.4677	14.4265	16.6722	19.2441	22.1861
18	1.1961	1.4282	1.7024	2.0258	2.4066	2.8543	3.3799	3.9960	4.7171	5.5599	6.5436	7.6900	9.0243	10.5752	12.3755	14.4625	16.8790	19.6733	22.9005	26.6233
19	1.2081	1.4568	1.7535	2.1068	2.5270	3.0256	3.6165	4.3157	5.1417	6.1159	7.2633	8.6128	10.1974	12.0557	14.2318	16.7765	19.7484	23.2144	27.2516	31.9480
20	1.2202	1.4859	1.8061	2.1911	2.6533	3.2071	3.8697	4.6610	5.6044	6.7275	8.0623	9.6463	11.5231	13.7435	16.3665	19.4608	23.1056	27.3930	32.4294	38.3376
21	1.2324	1.5157	1.8603	2.2788	2.7860	3.3996	4.1406	5.0338	6.1088	7.4002	8.9492	10.8038	13.0211	15.6676	18.8215	22.5745	27.0336	32.3238	38.5910	46.0051
22	1.2447	1.5460	1.9161	2.3699	2.9253	3.6035	4.4304	5.4365	6.6586	8.1403	9.9336	12.1003	14.7138	17.8610	21.6447	26.1864	31.6293	38.1421	45.9233	55.2061
23	1.2572	1.5769	1.9736	2.4647	3.0715	3.8197	4.7405	5.8715	7.2579	8.9543	11.0263	13.5523	16.6266	20.3616	24.8915	30.3762	37.0062	45.0076	54.6487	66.2474
24	1.2697	1.6084	2.0328	2.5633	3.2251	4.0489	5.0724	6.3412	7.9111	9.8497	12.2392	15.1786	18.7881	23.2122	28.6252	35.2364	43.2973	53.1090	65.0320	79.4968
25	1.2824	1.6406	2.0938	2.6658	3.3864	4.2919	5.4274	6.8485	8.6231	10.8347	13.5855	17.0001	21.2305	26.4619	32.9190	40.8742	50.6578	62.6686	77.3881	95.3962
26	1.2953	1.6734	2.1566	2.7725	3.5557	4.5494	5.8074	7.3964	9.3992	11.9182	15.0799	19.0401	23.9905	30.1666	37.8568	47.4141	59.2697	73.9490	92.0918	114.4755
27	1.3082	1.7069	2.2213	2.8834	3.7335	4.8223	6.2139	7.9881	10.2451	13.1100	16.7386	21.3249	27.1093	34.3899	43.5353	55.0004	69.3455	87.2598	109.5893	137.3706
28	1.3213	1.7410	2.2879	2.9987	3.9201	5.1117	6.6488	8.6271	11.1671	14.4210	18.5799	23.8839	30.6335	39.2045	50.0656	63.8004	81.1342	102.9666	130.4112	164.8447
29	1.3345	1.7758	2.3566	3.1187	4.1161	5.4184	7.1143	9.3173	12.1722	15.8631	20.6237	26.7499	34.6158	44.6931	57.5755	74.0085	94.9271	121.5005	155.1893	197.8136
30	1.3478	1.8114	2.4273	3.2434	4.3219	5.7435	7.6123	10.0627	13.2677	17.4494	22.8923	29.9599	39.1159	50.9502	66.2118	85.8499	111.0647	143.3706	184.6753	237.3763

Μελλοντική αξία κεφάλαιου μιας νομισματικής μονάδας: $C_n = C_0\,(1+i)^n$, $C_n = 1$

n \ i	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%	16%	17%	18%	19%	20%
1	1.0100	1.0200	1.0300	1.0400	1.0500	1.0600	1.0700	1.0800	1.0900	1.1000	1.1100	1.1200	1.1300	1.1400	1.1500	1.1600	1.1700	1.1800	1.1900	1.2000
2	1.0201	1.0404	1.0609	1.0816	1.1025	1.1236	1.1449	1.1664	1.1881	1.2100	1.2321	1.2544	1.2769	1.2996	1.3225	1.3456	1.3689	1.3924	1.4161	1.4400
3	1.0303	1.0612	1.0927	1.1249	1.1576	1.1910	1.2250	1.2597	1.2950	1.3310	1.3676	1.4049	1.4429	1.4815	1.5209	1.5609	1.6016	1.6430	1.6852	1.7280
4	1.0406	1.0824	1.1255	1.1699	1.2155	1.2625	1.3108	1.3605	1.4116	1.4641	1.5181	1.5735	1.6305	1.6890	1.7490	1.8106	1.8739	1.9388	2.0053	2.0736
5	1.0510	1.1041	1.1593	1.2167	1.2763	1.3382	1.4026	1.4693	1.5386	1.6105	1.6851	1.7623	1.8424	1.9254	2.0114	2.1003	2.1924	2.2878	2.3864	2.4883
6	1.0615	1.1262	1.1941	1.2653	1.3401	1.4185	1.5007	1.5869	1.6771	1.7716	1.8704	1.9738	2.0820	2.1950	2.3131	2.4364	2.5652	2.6996	2.8398	2.9860
7	1.0721	1.1487	1.2299	1.3159	1.4071	1.5036	1.6058	1.7138	1.8280	1.9487	2.0762	2.2107	2.3526	2.5023	2.6600	2.8262	3.0012	3.1855	3.3793	3.5832
8	1.0829	1.1717	1.2668	1.3686	1.4775	1.5938	1.7182	1.8509	1.9926	2.1436	2.3045	2.4760	2.6584	2.8526	3.0590	3.2784	3.5115	3.7589	4.0214	4.2998
9	1.0937	1.1951	1.3048	1.4233	1.5513	1.6895	1.8385	1.9990	2.1719	2.3579	2.5580	2.7731	3.0040	3.2519	3.5179	3.8030	4.1084	4.4355	4.7854	5.1598
10	1.1046	1.2190	1.3439	1.4802	1.6289	1.7908	1.9672	2.1589	2.3674	2.5937	2.8394	3.1058	3.3946	3.7072	4.0456	4.4114	4.8068	5.2338	5.6947	6.1917
11	1.1157	1.2434	1.3842	1.5395	1.7103	1.8983	2.1049	2.3316	2.5804	2.8531	3.1518	3.4785	3.8359	4.2262	4.6524	5.1173	5.6240	6.1759	6.7767	7.4301
12	1.1268	1.2682	1.4258	1.6010	1.7959	2.0122	2.2522	2.5182	2.8127	3.1384	3.4985	3.8960	4.3345	4.8179	5.3503	5.9360	6.5801	7.2876	8.0642	8.9161
13	1.1381	1.2936	1.4685	1.6651	1.8856	2.1329	2.4098	2.7196	3.0658	3.4523	3.8833	4.3635	4.8980	5.4924	6.1528	6.8858	7.6987	8.5994	9.5964	10.6993
14	1.1495	1.3195	1.5126	1.7317	1.9799	2.2609	2.5785	2.9372	3.3417	3.7975	4.3104	4.8871	5.5348	6.2613	7.0757	7.9875	9.0075	10.1472	11.4198	12.8392
15	1.1610	1.3459	1.5580	1.8009	2.0789	2.3966	2.7590	3.1722	3.6425	4.1772	4.7846	5.4736	6.2543	7.1379	8.1371	9.2655	10.5387	11.9737	13.5895	15.4070
16	1.1726	1.3728	1.6047	1.8730	2.1829	2.5404	2.9522	3.4259	3.9703	4.5950	5.3109	6.1304	7.0673	8.1372	9.3576	10.7480	12.3303	14.1290	16.1715	18.4884
17	1.1843	1.4002	1.6528	1.9479	2.2920	2.6928	3.1588	3.7000	4.3276	5.0545	5.8951	6.8660	7.9861	9.2765	10.7613	12.4677	14.4265	16.6722	19.2441	22.1861
18	1.1961	1.4282	1.7024	2.0258	2.4066	2.8543	3.3799	3.9960	4.7171	5.5599	6.5436	7.6900	9.0243	10.5752	12.3755	14.4625	16.8790	19.6733	22.9005	26.6233
19	1.2081	1.4568	1.7535	2.1068	2.5270	3.0256	3.6165	4.3157	5.1417	6.1159	7.2633	8.6128	10.1974	12.0557	14.2318	16.7765	19.7484	23.2144	27.2516	31.9480
20	1.2202	1.4859	1.8061	2.1911	2.6533	3.2071	3.8697	4.6610	5.6044	6.7275	8.0623	9.6463	11.5231	13.7435	16.3665	19.4608	23.1056	27.3930	32.4294	38.3376
21	1.2324	1.5157	1.8603	2.2788	2.7860	3.3996	4.1406	5.0338	6.1088	7.4002	8.9492	10.8038	13.0211	15.6676	18.8215	22.5745	27.0336	32.3238	38.5910	46.0051
22	1.2447	1.5460	1.9161	2.3699	2.9253	3.6035	4.4304	5.4365	6.6586	8.1403	9.9336	12.1003	14.7138	17.8610	21.6447	26.1864	31.6293	38.1421	45.9233	55.2061
23	1.2572	1.5769	1.9736	2.4647	3.0715	3.8197	4.7405	5.8715	7.2579	8.9543	11.0263	13.5523	16.6266	20.3616	24.8915	30.3762	37.0062	45.0076	54.6487	66.2474
24	1.2697	1.6084	2.0328	2.5633	3.2251	4.0489	5.0724	6.3412	7.9111	9.8497	12.2392	15.1786	18.7881	23.2122	28.6252	35.2364	43.2973	53.1090	65.0320	79.4968
25	1.2824	1.6406	2.0938	2.6658	3.3864	4.2919	5.4274	6.8485	8.6231	10.8347	13.5855	17.0001	21.2305	26.4619	32.9190	40.8742	50.6578	62.6686	77.3881	95.3962
26	1.2953	1.6734	2.1566	2.7725	3.5557	4.5494	5.8074	7.3964	9.3992	11.9182	15.0799	19.0401	23.9905	30.1666	37.8568	47.4141	59.2697	73.9490	92.0918	114.4755
27	1.3082	1.7069	2.2213	2.8834	3.7335	4.8223	6.2139	7.9881	10.2451	13.1100	16.7386	21.3249	27.1093	34.3899	43.5353	55.0004	69.3455	87.2598	109.5893	137.3706
28	1.3213	1.7410	2.2879	2.9987	3.9201	5.1117	6.6488	8.6271	11.1671	14.4210	18.5799	23.8839	30.6335	39.2045	50.0656	63.8004	81.1342	102.9666	130.4112	164.8447
29	1.3345	1.7758	2.3566	3.1187	4.1161	5.4184	7.1143	9.3173	12.1722	15.8631	20.6237	26.7499	34.6158	44.6931	57.5755	74.0085	94.9271	121.5005	155.1893	197.8136
30	1.3478	1.8114	2.4273	3.2434	4.3219	5.7435	7.6123	10.0627	13.2677	17.4494	22.8923	29.9599	39.1159	50.9502	66.2118	85.8499	111.0647	143.3706	184.6753	237.3763

Παρούσα αξία μοναδιαίας ληξιπρόθεσμης ράντας: $a(n,i) = [1-(1+i)^{-n}]/i$

n \ i	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%	16%	17%	18%	19%	20%
1	0.9901	0.9804	0.9709	0.9615	0.9524	0.9434	0.9346	0.9259	0.9174	0.9091	0.9009	0.8929	0.8850	0.8772	0.8696	0.8621	0.8547	0.8475	0.8403	0.8333
2	1.9704	1.9416	1.9135	1.8861	1.8594	1.8334	1.8080	1.7833	1.7591	1.7355	1.7125	1.6901	1.6681	1.6467	1.6257	1.6052	1.5852	1.5656	1.5465	1.5278
3	2.9410	2.8839	2.8286	2.7751	2.7232	2.6730	2.6243	2.5771	2.5313	2.4869	2.4437	2.4018	2.3612	2.3216	2.2832	2.2459	2.2096	2.1743	2.1399	2.1065
4	3.9020	3.8077	3.7171	3.6299	3.5460	3.4651	3.3872	3.3121	3.2397	3.1699	3.1024	3.0373	2.9745	2.9137	2.8550	2.7982	2.7432	2.6901	2.6386	2.5887
5	4.8534	4.7135	4.5797	4.4518	4.3295	4.2124	4.1002	3.9927	3.8897	3.7908	3.6959	3.6048	3.5172	3.4331	3.3522	3.2743	3.1993	3.1272	3.0576	2.9906
6	5.7955	5.6014	5.4172	5.2421	5.0757	4.9173	4.7665	4.6229	4.4859	4.3553	4.2305	4.1114	3.9975	3.8887	3.7845	3.6847	3.5892	3.4976	3.4098	3.3255
7	6.7282	6.4720	6.2303	6.0021	5.7864	5.5824	5.3893	5.2064	5.0330	4.8684	4.7122	4.5638	4.4226	4.2883	4.1604	4.0386	3.9224	3.8115	3.7057	3.6046
8	7.6517	7.3255	7.0197	6.7327	6.4632	6.2098	5.9713	5.7466	5.5348	5.3349	5.1461	4.9676	4.7988	4.6389	4.4873	4.3436	4.2072	4.0776	3.9544	3.8372
9	8.5660	8.1622	7.7861	7.4353	7.1078	6.8017	6.5152	6.2469	5.9952	5.7590	5.5370	5.3282	5.1317	4.9464	4.7716	4.6065	4.4506	4.3030	4.1633	4.0310
10	9.4713	8.9826	8.5302	8.1109	7.7217	7.3601	7.0236	6.7101	6.4177	6.1446	5.8892	5.6502	5.4262	5.2161	5.0188	4.8332	4.6586	4.4941	4.3389	4.1925
11	10.3676	9.7868	9.2526	8.7605	8.3064	7.8869	7.4987	7.1390	6.8052	6.4951	6.2065	5.9377	5.6869	5.4527	5.2337	5.0286	4.8364	4.6560	4.4865	4.3271
12	11.2551	10.5753	9.9540	9.3851	8.8633	8.3838	7.9427	7.5361	7.1607	6.8137	6.4924	6.1944	5.9176	5.6603	5.4206	5.1971	4.9884	4.7932	4.6105	4.4392
13	12.1337	11.3484	10.6350	9.9856	9.3936	8.8527	8.3577	7.9038	7.4869	7.1034	6.7499	6.4235	6.1218	5.8424	5.5831	5.3423	5.1183	4.9095	4.7147	4.5327
14	13.0037	12.1062	11.2961	10.5631	9.8986	9.2950	8.7455	8.2442	7.7862	7.3667	6.9819	6.6282	6.3025	6.0021	5.7245	5.4675	5.2293	5.0081	4.8023	4.6106
15	13.8651	12.8493	11.9379	11.1184	10.3797	9.7122	9.1079	8.5595	8.0607	7.6061	7.1909	6.8109	6.4624	6.1422	5.8474	5.5755	5.3242	5.0916	4.8759	4.6755
16	14.7179	13.5777	12.5611	11.6523	10.8378	10.1059	9.4466	8.8514	8.3126	7.8237	7.3792	6.9740	6.6039	6.2651	5.9542	5.6685	5.4053	5.1624	4.9377	4.7296
17	15.5623	14.2919	13.1661	12.1657	11.2741	10.4773	9.7632	9.1216	8.5436	8.0216	7.5488	7.1196	6.7291	6.3729	6.0472	5.7487	5.4746	5.2223	4.9897	4.7746
18	16.3983	14.9920	13.7535	12.6593	11.6896	10.8276	10.0591	9.3719	8.7556	8.2014	7.7016	7.2497	6.8399	6.4674	6.1280	5.8178	5.5339	5.2732	5.0333	4.8122
19	17.2260	15.6785	14.3238	13.1339	12.0853	11.1581	10.3356	9.6036	8.9501	8.3649	7.8393	7.3658	6.9380	6.5504	6.1982	5.8775	5.5845	5.3162	5.0700	4.8435
20	18.0456	16.3514	14.8775	13.5903	12.4622	11.4699	10.5940	9.8181	9.1285	8.5136	7.9633	7.4694	7.0248	6.6231	6.2593	5.9288	5.6278	5.3527	5.1009	4.8696
21	18.8570	17.0112	15.4150	14.0292	12.8212	11.7641	10.8355	10.0168	9.2922	8.6487	8.0751	7.5620	7.1016	6.6870	6.3125	5.9731	5.6648	5.3837	5.1268	4.8913
22	19.6604	17.6580	15.9369	14.4511	13.1630	12.0416	11.0612	10.2007	9.4424	8.7715	8.1757	7.6446	7.1695	6.7429	6.3587	6.0113	5.6964	5.4099	5.1486	4.9094
23	20.4558	18.2922	16.4436	14.8568	13.4886	12.3034	11.2722	10.3711	9.5802	8.8832	8.2664	7.7184	7.2297	6.7921	6.3988	6.0442	5.7234	5.4321	5.1668	4.9245
24	21.2434	18.9139	16.9355	15.2470	13.7986	12.5504	11.4693	10.5288	9.7066	8.9847	8.3481	7.7843	7.2829	6.8351	6.4338	6.0726	5.7465	5.4509	5.1822	4.9371
25	22.0232	19.5235	17.4131	15.6221	14.0939	12.7834	11.6536	10.6748	9.8226	9.0770	8.4217	7.8431	7.3300	6.8729	6.4641	6.0971	5.7662	5.4669	5.1951	4.9476
26	22.7952	20.1210	17.8768	15.9828	14.3752	13.0032	11.8258	10.8100	9.9290	9.1609	8.4881	7.8957	7.3717	6.9061	6.4906	6.1182	5.7831	5.4804	5.2060	4.9563
27	23.5596	20.7069	18.3270	16.3296	14.6430	13.2105	11.9867	10.9352	10.0266	9.2372	8.5478	7.9426	7.4086	6.9352	6.5135	6.1364	5.7975	5.4919	5.2151	4.9636
28	24.3164	21.2813	18.7641	16.6631	14.8981	13.4062	12.1371	11.0511	10.1161	9.3066	8.6016	7.9844	7.4412	6.9607	6.5335	6.1520	5.8099	5.5016	5.2228	4.9697
29	25.0658	21.8444	19.1885	16.9837	15.1411	13.5907	12.2777	11.1584	10.1983	9.3696	8.6501	8.0218	7.4701	6.9830	6.5509	6.1656	5.8204	5.5098	5.2292	4.9747
30	25.8077	22.3965	19.6004	17.2920	15.3725	13.7648	12.4090	11.2578	10.2737	9.4269	8.6938	8.0552	7.4957	7.0027	6.5660	6.1772	5.8294	5.5168	5.2347	4.9789

Τελική αξία μοναδιαίας ληξιπρόθεσμης ράντας: $s(n,i) = [(1+i)^n - 1]/i$

n \ *i*	*1%*	*2%*	*3%*	*4%*	*5%*	*6%*	*7%*	*8%*	*9%*	*10%*	*11%*	*12%*	*13%*	*14%*	*15%*	*16%*	*17%*	*18%*	*19%*	*20%*
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	2.0100	2.0200	2.0300	2.0400	2.0500	2.0600	2.0700	2.0800	2.0900	2.1000	2.1100	2.1200	2.1300	2.1400	2.1500	2.1600	2.1700	2.1800	2.1900	2.2000
3	3.0301	3.0604	3.0909	3.1216	3.1525	3.1836	3.2149	3.2464	3.2781	3.3100	3.3421	3.3744	3.4069	3.4396	3.4725	3.5056	3.5389	3.5724	3.6061	3.6400
4	4.0604	4.1216	4.1836	4.2465	4.3101	4.3746	4.4399	4.5061	4.5731	4.6410	4.7097	4.7793	4.8498	4.9211	4.9934	5.0665	5.1405	5.2154	5.2913	5.3680
5	5.1010	5.2040	5.3091	5.4163	5.5256	5.6371	5.7507	5.8666	5.9847	6.1051	6.2278	6.3528	6.4803	6.6101	6.7424	6.8771	7.0144	7.1542	7.2966	7.4416
6	6.1520	6.3081	6.4684	6.6330	6.8019	6.9753	7.1533	7.3359	7.5233	7.7156	7.9129	8.1152	8.3227	8.5355	8.7537	8.9775	9.2068	9.4420	9.6830	9.9299
7	7.2135	7.4343	7.6625	7.8983	8.1420	8.3938	8.6540	8.9228	9.2004	9.4872	9.7833	10.0890	10.4047	10.7305	11.0668	11.4139	11.7720	12.1415	12.5227	12.9159
8	8.2857	8.5830	8.8923	9.2142	9.5491	9.8975	10.2598	10.6366	11.0285	11.4359	11.8594	12.2997	12.7573	13.2328	13.7268	14.2401	14.7733	15.3270	15.9020	16.4991
9	9.3685	9.7546	10.1591	10.5828	11.0266	11.4913	11.9780	12.4876	13.0210	13.5795	14.1640	14.7757	15.4157	16.0853	16.7858	17.5185	18.2847	19.0859	19.9234	20.7989
10	10.4622	10.9497	11.4639	12.0061	12.5779	13.1808	13.8164	14.4866	15.1929	15.9374	16.7220	17.5487	18.4197	19.3373	20.3037	21.3215	22.3931	23.5213	24.7089	25.9587
11	11.5668	12.1687	12.8078	13.4864	14.2068	14.9716	15.7836	16.6455	17.5603	18.5312	19.5614	20.6546	21.8143	23.0445	24.3493	25.7329	27.1999	28.7551	30.4035	32.1504
12	12.6825	13.4121	14.1920	15.0258	15.9171	16.8699	17.8885	18.9771	20.1407	21.3843	22.7132	24.1331	25.6502	27.2707	29.0017	30.8502	32.8239	34.9311	37.1802	39.5805
13	13.8093	14.6803	15.6178	16.6268	17.7130	18.8821	20.1406	21.4953	22.9534	24.5227	26.2116	28.0291	29.9847	32.0887	34.3519	36.7862	39.4040	42.2187	45.2445	48.4966
14	14.9474	15.9739	17.0863	18.2919	19.5986	21.0151	22.5505	24.2149	26.0192	27.9750	30.0949	32.3926	34.8827	37.5811	40.5047	43.6720	47.1027	50.8180	54.8409	59.1959
15	16.0969	17.2934	18.5989	20.0236	21.5786	23.2760	25.1290	27.1521	29.3609	31.7725	34.4054	37.2797	40.4175	43.8424	47.5804	51.6595	56.1101	60.9653	66.2607	72.0351
16	17.2579	18.6393	20.1569	21.8245	23.6575	25.6725	27.8881	30.3243	33.0034	35.9497	39.1899	42.7533	46.6717	50.9804	55.7175	60.9250	66.6488	72.9390	79.8502	87.4421
17	18.4304	20.0121	21.7616	23.6975	25.8404	28.2129	30.8402	33.7502	36.9737	40.5447	44.5008	48.8837	53.7391	59.1176	65.0751	71.6730	78.9792	87.0680	96.0218	105.9306
18	19.6147	21.4123	23.4144	25.6454	28.1324	30.9057	33.9990	37.4502	41.3013	45.5992	50.3959	55.7497	61.7251	68.3941	75.8364	84.1407	93.4056	103.7403	115.2659	128.1167
19	20.8109	22.8406	25.1169	27.6712	30.5390	33.7600	37.3790	41.4463	46.0185	51.1591	56.9395	63.4397	70.7494	78.9692	88.2118	98.6032	110.2846	123.4135	138.1664	154.7400
20	22.0190	24.2974	26.8704	29.7781	33.0660	36.7856	40.9955	45.7620	51.1601	57.2750	64.2028	72.0524	80.9468	91.0249	102.4436	115.3797	130.0329	146.6280	165.4180	186.6880
21	23.2392	25.7833	28.6765	31.9692	35.7193	39.9927	44.8652	50.4229	56.7645	64.0025	72.2651	81.6987	92.4699	104.7684	118.8101	134.8405	153.1385	174.0210	197.8474	225.0256
22	24.4716	27.2990	30.5368	34.2480	38.5052	43.3923	49.0057	55.4568	62.8733	71.4027	81.2143	92.5026	105.4910	120.4360	137.6316	157.4150	180.1721	206.3448	236.4385	271.0307
23	25.7163	28.8450	32.4529	36.6179	41.4305	46.9958	53.4361	60.8933	69.5319	79.5430	91.1479	104.6029	120.2048	138.2970	159.2764	183.6014	211.8013	244.4868	282.3618	326.2369
24	26.9735	30.4219	34.4265	39.0826	44.5020	50.8156	58.1767	66.7648	76.7898	88.4973	102.1742	118.1552	136.8315	158.6586	184.1678	213.9776	248.8076	289.4945	337.0105	392.4842
25	28.2432	32.0303	36.4593	41.6459	47.7271	54.8645	63.2490	73.1059	84.7009	98.3471	114.4133	133.3339	155.6196	181.8708	212.7930	249.2140	292.1049	342.6035	402.0425	471.9811
26	29.5256	33.6709	38.5530	44.3117	51.1135	59.1564	68.6765	79.9544	93.3240	109.1818	127.9988	150.3339	176.8501	208.3327	245.7120	290.0883	342.7627	405.2721	479.4306	567.3773
27	30.8209	35.3443	40.7096	47.0842	54.6691	63.7058	74.4838	87.3508	102.7231	121.0999	143.0786	169.3740	200.8406	238.4993	283.5688	337.5024	402.0323	479.2211	571.5224	681.8528
28	32.1291	37.0512	42.9309	49.9676	58.4026	68.5281	80.6977	95.3388	112.9682	134.2099	159.8173	190.6989	227.9499	272.8892	327.1041	392.5028	471.3778	566.4809	681.1116	819.2233
29	33.4504	38.7922	45.2189	52.9663	62.3227	73.6398	87.3465	103.9659	124.1354	148.6309	178.3972	214.5828	258.5834	312.0937	377.1697	456.3032	552.5121	669.4475	811.5228	984.0680
30	34.7849	40.5681	47.5754	56.0849	66.4388	79.0582	94.4608	113.2832	136.3075	164.4940	199.0209	241.3327	293.1992	356.7868	434.7451	530.3117	647.4391	790.9480	966.7122	1181.8816

3 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ

3.1 Βασικές έννοιες

Η αξιολόγηση των επενδύσεων, όπως και κάθε επιστημονικός κλάδος, έχει τη δική της ορολογία με την οποία πρέπει να είμαστε εξοικειωμένοι.

Με τον όρο *επένδυση* χαρακτηρίζεται η στέρηση πόρων από την κατανάλωση και η αξιοποίησή τους για τη δημιουργία παραγωγικών αγαθών, τα οποία θα παράγουν στο μέλλον αγαθά περισσότερα από αυτά που επενδύσαμε.

Στην αξιολόγηση των επενδύσεων παρακολουθούμε την εξέλιξη των *ταμειακών ή χρηματικών ροών*, δηλαδή των χρηματικών εισροών και εκροών. Οι χρηματικές εκροές συνήθως εμφανίζονται με αρνητικό πρόσημο. Το αλγεβρικό άθροισμα των εισροών και εκροών αποτελεί τις *καθαρές ταμειακές ροές* της επένδυσης (Cash-Flow), οι οποίες χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση.

3.2 Κέρδη και ταμειακές ροές

Η αξιολόγηση των επενδύσεων εξετάζει και διευκολύνει τη λήψη αποφάσεων στον τομέα των επενδύσεων αναλύοντας την κάθε περίπτωση ξεχωριστά με όλα τα ειδικά χαρακτηριστικά της. Έτσι, μπορεί η ίδια επένδυση, στην ίδια αγορά, να είναι συμφέρουσα για έναν επενδυτή, αλλά ασύμφορη για κάποιον άλλο.

Στην αξιολόγηση επενδύσεων παρακολουθούμε από περίοδο σε περίοδο τις μελλοντικές ταμειακές ροές (Cash Flows), δηλαδή τις εισροές (εισπράξεις) και τις εκροές (εκταμιεύσεις) που οφείλονται ή αποδίδονται στην επένδυση και την κρίνουμε θετικά αν οι εισροές είναι ικανοποιητικά σηματικότερες από τις εκροές. Με αυτόν τον τρόπο, *εκροές σχετικές με την επένδυση που έχουν ήδη γίνει πριν από την αξιολόγηση, δε λαμβάνονται υπόψη*. Κατά τη στιγμή της αξιολόγησης ενός σχεδίου επένδυσης, εξετάζονται μόνο οι μελλοντικές ταμειακές ροές, διότι ποσά που έχουν ήδη εκταμιευθεί, αποτελούν κόστος αναπόφευκτο, δηλαδή κόστος που δεν είναι δυνατό να επηρεαστεί από την αποδοχή ή όχι της επένδυσης.

3.3 Χρόνος Επανάκτησης του Κεφαλαίου, (Payback Period)

Ένα από τα πιο δημοφιλή κριτήρια αξιολόγησης είναι *ο Χρόνος Επανάκτησης του Κεφαλαίου*. Το κριτήριο αυτό το συναντάμε στη βιβλιογραφία και με άλλα ονόματα, όπως *Χρόνος ή Περίοδος Αποπληρωμής της Επένδυσης* ή *Χρόνος Απόσβεσης του Κεφαλαίου*, κ.ά.

Το κριτήριο του Χρόνου Επανάκτησης του Κεφαλαίου υπολογίζει το χρονικό διάστημα που απαιτείται μέχρι το ύψος των συσσωρευμένων καθαρών χρηματικών εισροών[2], να γίνει ίσο με το ύψος της αρχικής επένδυσης. Αν το διάστημα αυτό είναι μικρότερο ή ίσο με μια προκαθορισμένη "τιμή-όριο" του επενδυτή, τότε η επένδυση γίνεται δεκτή. Αλλιώς η επένδυση απορρίπτεται. Π.χ. αν το όριο είναι 4 χρόνια, τότε μια επενδυτική πρόταση που έχει χρόνο επανάκτησης του κεφαλαίου μικρότερο ή ίσο με 4, γίνεται δεκτή.

Η *τιμή-όριο* εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, οι κυριότεροι από τους οποίους είναι:

- *Ο βαθμός επικινδυνότητας[3] της επένδυσης*. Όσο πιο μεγάλος είναι ο κίνδυνος, τόσο πιο γρήγορα απαιτεί ο επενδυτής να επανακτήσει το κεφάλαιό του.
- *Η ύπαρξη άλλων ευκαιριών επενδύσεων* με γνωστούς χρόνους αποπληρωμής. Όταν υπάρχουν αρκετές ευκαιρίες επένδυσης με μικρούς χρόνους αποπληρωμής, είναι φυσικό ο επενδυτής να απαιτεί χρόνους, το πολύ ίσους με αυτούς που του προσφέρονται από εναλλακτικές τοποθετήσεις.
- *Το ύψος των επιτοκίων δανεισμού και του πληθωρισμού*. Σε εποχές υψηλού πληθωρισμού και επιτοκίων, οι επενδυτές αναζητούν επενδύσεις με γρήγορη επιστροφή των κεφαλαίων που επενδύουν. Επειδή το κριτήριο της επανάκτησης του κεφαλαίου δεν προεξοφλεί τις μελλοντικές ταμειακές ροές, αλλά απλά τις αθροίζει, η διαχρονική αξία του χρήματος εκφράζεται μόνο μεσω της απαίτησης κατά το δυνατόν μικρών χρόνων αποπληρωμής.

Παράδειγμα 3.1

Ο πίνακας που ακολουθεί δείχνει τις ετήσιες εισροές και εκροές που θα δημιουργηθούν αν υλοποιηθεί η επένδυση Α. Να υπολογισθεί ο Χρόνος Επανάκτησης του Κεφαλαίου για την πρόταση αυτή.

Ταμειακές ροές του σχεδίου της επένδυσης Α, (σε εκ. δρχ.).

	Αρχική Επένδυση	**Περίοδος 1**	**Περίοδος 2**	**Περίοδος 3**	**Περίοδος 4**	**Περίοδος 5**
Εισροές		30	40	50	50	50
Εκροές*	-100	-20	-20	-20	-20	-20
Καθ. Εισροές	-100	10	20	30	30	30
Σωρευτικές Καθ. Εισροές	-100	-90	-70	-40	-10	20

** Οι εκροές εμφανίζονται ως αρνητικοί αριθμοί.*

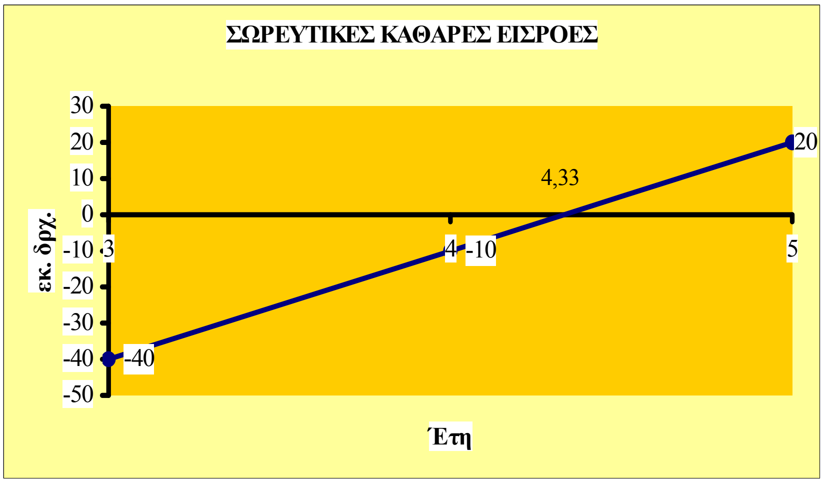
Από τον ανωτέρω πίνακα φαίνεται ότι οι καθαρές εισροές του επενδυτικού σχεδίου Α, μόνο μετά την τέταρτη περίοδο αθροίζουν σε ποσό που υπερβαίνει την αρχική επένδυση (100 εκ. δρχ.). Επομένως ο Χρόνος Επανάκτησης του

[2] Καθαρές ταμειακές εισροές για κάθε περίοδο της επένδυσης είναι η διαφορά μεταξύ εισροών και εκροών για τη χρονιά αυτή. Αν, όπως συνηθίζεται, οι εκροές δηλώνονται με αρνητικούς αριθμούς, τότε φυσικά, οι καθαρές χρηματικές εισροές βρίσκονται ως αλγεβρικό άθροισμα εισροών και εκροών.
[3] Ο κίνδυνος μετριέται από την αβεβαιότητα του μεγέθους της απόκλισης του πραγματικού από το προβλεπόμενο.

Κεφαλαίου είναι μεταξύ των περιόδων 4 και 5 και, όπως βρίσκεται με γραμμική παρεμβολή, είναι ίσος με 4,33 περιόδους.

Το διάγραμμα 6.3.1 δείχνει γραφικά τον τρόπο υπολογισμού του Χρόνου Επανάκτησης του Κεφαλαίου (Payback Period, PBP) με ακρίβεια:

$$PBP = 4 + \frac{10}{30} = 4.33 έτη$$



Διάγραμμα 3.1: Γραμμική παρεμβολή για τον υπολογισμό του Χρόνου Επανάκτησης του Κεφαλαίου.

Παράδειγμα 3.2

Ο πίνακας που ακολουθεί συνοψίζει τα δεδομένα για τέσσερις επενδυτικές προτάσεις που πρόκειται να αξιολογηθούν και υπολογίζει το χρόνο επανάκτησης του κεφαλαίου για κάθε μια από αυτές:

Καθαρές ταμειακές ροές, (σε εκ. δρχ.).

		Καθαρές εισροές περιόδου				
Επένδυση	Κόστος επένδυσης	1	2	3	4	Χρόνος επανάκτησης
Α	-100	50	50			2
Β	-100	50	50	50	50	2
Γ	-100	90	10			2
Δ	-100	10	90			2

Παρατηρούμε ότι το κριτήριο του Χρόνου Επανάκτησης του Κεφαλαίου είναι ίσο με 2 περιόδους σε όλες τις περιπτώσεις. Παρ' όλα αυτά όμως, είναι φανερό π.χ. ότι η επένδυση Β είναι προτιμότερη της Α αφού κερδίζει επί πλέον καθαρές εισροές ίσες με 50 εκ. δρχ. κατά τις περιόδους 3 και 4. Επίσης, μπορούμε να πούμε ότι η επένδυση Γ είναι προτιμότερη της Δ, επειδή αποδίδει γρηγορότερα (στην πρώτη περίοδο) το 90% των συνολικών εισροών.

Τα πλεονεκτήματα του Χρόνου Επανάκτησης του Κεφαλαίου είναι:

1. Ο υπολογισμός του είναι πολύ απλός.
2. Δεν χρειάζεται πολλά δεδομένα για να υπολογιστεί και ιδιαιτέρως μακροχρόνιες προβλέψεις.
3. Είναι εύκολα κατανοητό από όλους.

Το κριτήριο του Χρόνου Επανάκτησης του Κεφαλαίου όμως παρουσιάζει τρείς σημαντικές αδυναμίες:

1. Δεν συνυπολογίζει χρηματικές ροές της επένδυσης που προκύπτουν σε περιόδους μετά το χρόνο επανάκτησης.
2. Δεν λαμβάνει υπόψη τη διαχρονική αξία του χρήματος.
3. Πολλές φορές υπάρχει αβεβαιότητα σχετικά με το ύψος της αρχικής επένδυσης και δημιουργείται πρόβλημα εκτίμησης του κριτηρίου. (Π.χ. ποιες από τις αρχικές καλλιεργητικές επεμβάσεις σε μια πολυετή φυτεία αποτελούν κόστος επένδυσης και ποιες τακτικές ετήσιες δαπάνες;)

Επομένως, ο Χρόνος Επανάκτησης του Κεφαλαίου ενδεικτικά μόνο πρέπει να χρησιμοποιείται ή πιθανώς και για μια πρώτη διαλογή μεταξύ εναλλακτικών προτάσεων επενδύσεων, αφού είναι τόσο αβέβαιη η ορθότητα των υποδείξεών του[4].

3.4 Το κριτήριο της Καθαρής Παρούσας Αξίας, (Net Present Value)

Το κριτήριο της Καθαρής Παρούσας Αξίας, ή απλούστερα η Καθαρή Παρούσα Αξία (*ΚΠΑ* ή *NPV*), είναι το σημαντικότερο από όλα τα κριτήρια, επειδή είναι σύμφωνο με τη θεωρία της λήψης των επενδυτικών αποφάσεων και υπολογίζει το απόλυτο μέγεθος του καθαρού οφέλους από την επένδυση (Θεωρητικό υπόβαθρο στο Παράρτημα).

Η *ΚΠΑ* λαμβάνει υπόψη όλα τα μελλοντικά έσοδα και έξοδα της επένδυσης και έτσι αξιολογεί τη συνολική της επίπτωση στην επιχείρηση. Για να γίνει δυνατή η άθροιση και σύγκριση των χρηματικών ποσών που αναφέρονται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, το κριτήριο της *ΚΠΑ* προεξοφλεί όλες τις μελλοντικές χρηματικές ροές που οφείλονται ή προκύπτουν από την επένδυση, και αθροίζει αλγεβρικά τις παρούσες αξίες τους[5]. Αν η *ΚΠΑ* μιας επένδυσης είναι θετική, τότε η επένδυση κρίνεται θετικά, αλλιώς απορρίπτεται. Θετική *ΚΠΑ* σημαίνει ότι τα προεξοφλημένα οφέλη (έσοδα) είναι μεγαλύτερα από τις προεξοφλημένες δαπάνες (έξοδα) και επομένως η *ΚΠΑ* μετράει το ποσό κατά το οποίο τα μελλοντικά έσοδα υπερβαίνουν τις μελλοντικές δαπάνες.

---

[4] Πρόσφατα το κριτήριο αυτό χρησιμοποιείται με προεξοφλημένες χρηματικές ροές, έτσι ώστε να λαμβάνεται υπόψη η διαχρονική αξία του χρήματος, (Discounted Payback Period).

[5] Κατά συνήθεια, τα έσοδα θεωρούνται θετικά και τα έξοδα αρνητικά.

Ο μαθηματικός τύπος της *ΚΠΑ* η οποία συνήθως συμβολίζεται με τα γράμματα *NPV*, (Net Present Value), είναι απλός και προκύπτει από τον ορισμό της:

$$NPV = CF_0 + \frac{CF_1}{(1+d)} + \frac{CF_2}{(1+d)^2} + \frac{CF_3}{(1+d)^3} + \dots + \frac{CF_n}{(1+d)^n} = \sum_{t=0}^{n} \frac{CF_t}{(1+d)^t}$$

όπου:

CF_0 = Αρχική επένδυση (αρνητικός αριθμός). Υποτίθεται ότι καταβάλλεται στο τέλος της περιόδου μηδέν, δηλαδή αμέσως πριν αρχίσει να λειτουργεί η επένδυση[6].

CF_t = Διαφορά μεταξύ εσόδων και εξόδων της περιόδου *t*.

d = Επιτόκιο προεξόφλησης περιόδου, ενιαίο για όλες τις περιόδους, (π.χ. έτη[7]).

n = Συνολικός αριθμός περιόδων (π.χ. ετών) της αξιολόγησης. Συνήθως, αλλά όχι απαραίτητα, ο αριθμός αυτός είναι ίσος με την οικονομική ζωή της επένδυσης.

Ο ανωτέρω τύπος υποθέτει ότι το κόστος της επένδυσης εκταμιεύεται ολόκληρο κατά την περίοδο μηδέν. Αυτό σπάνια αληθεύει, διότι οι δαπάνες για επενδύσεις είναι συνήθως ιδιαίτερα υψηλές και ο διακανονισμός τους σχεδόν πάντα στην πράξη, συμπεριλαμβάνει πληρωμές σε δόσεις, τουλάχιστον κατά τη διάρκεια κατασκευής και εγκατάστασης της επένδυσης. ‘Ενας από τους τρόπους αντιμετώπισης του προβλήματος αυτού είναι το CF_0 να εξισωθεί με την ισοδύναμη αξία όλων των δόσεων της επενδυτικής δαπάνης στο χρόνο μηδέν.

Η διαφορά μεταξύ εσόδων και εξόδων κατά την περίοδο *t*, (ή το αλγεβρικό άθροισμά τους αν τα έξοδα θεωρούνται ως αρνητικοί αριθμοί), παριστάνεται με CF_t (cash-flow της περιόδου *t*), για κάθε μια περίοδο από 1 έως *n*.

Η *οικονομική* ζωή της επένδυσης τελειώνει όταν η επένδυση απαξιωθεί τεχνολογικά ή η παραγωγικότητά της ελαττωθεί σε βαθμό που να μην είναι συμφέρουσα η συνέχιση της λειτουργίας. Αυτό πολλές φορές συμβαίνει αρκετά πριν από το τέλος της *φυσικής* ζωής της.

Παράδειγμα 3.3

Μια αγροτική επιχείρηση πρόκειται να αγοράσει ένα ελκυστήρα τον οποίο θα νοικιάζει μαζί με το χειριστή του στους μικρούς παραγωγούς της περιοχής που δεν έχουν ικανό μηχανολογικό εξοπλισμό.

---

[6] Στην αξιολόγηση των συνηθίζεται να θεωρούμε ότι όλα τα έσοδα και έξοδα κάθε περιόδου γίνονται στο ‘τέλος’ της περιόδου. Έτσι η εκταμίευση της αρχικής δαπάνης (επένδυσης), θεωρείται ότι πραγματοποιείται στο τέλος της μηδενικής περιόδου, που συμπίπτει με την αρχή της πρώτης περιόδου της επένδυσης.

[7] Η Καθαρή Παρούσα Αξία μπορεί να υπολογισθεί χωρίς δυσκολία και όταν το επιτόκιο προεξόφλησης δεν είναι το ίδιο για όλες τις περιόδους. Στην περίπτωση όμως αυτή, αντί του *d,* έχουμε d_t στους παρονομαστές των κλασμάτων.

Το κόστος αγοράς του ελκυστήρα είναι 10 εκ. δρχ. και η οικονομική του ζωή, 10 χρόνια. Για κάθε μέρα λειτουργίας του μηχανήματος, η δαπάνη του χειριστή είναι 5 χιλιάδες δρχ. και του καυσίμου χίλιες δρχ., ενώ η ετήσια συντήρηση υπολογίζεται στις 100 χιλιάδες δρχ. Αν η μέση απασχόληση του ελκυστήρα και του χειριστή προβλέπεται να είναι 100 ημέρες το χρόνο και το ενοίκιό του 30 χιλιάδες δρχ. την ημέρα, να εξεταστεί αν συμφέρει η επένδυση με το κριτήριο της *ΚΠΑ*, (επιτόκιο προεξόφλησης, $d = 10\%$).

Τα δεδομένα του προβλήματος μπορούν να συνοψιστούν στον κατωτέρω πίνακα:

Ταμειακές ροές επένδυσης, (σε δρχ.)

Έτος	**Έσοδα**	**Επένδυση**	**Χειριστής**	**Καύσιμο**	**Συντήρηση**	CF_t	$CF_t / (1+d)^t$
0		10.000.000				-10.000.000	-10.000.000
1	3.000.000		500.000	100.000	100.000	2.300.000	2.090.909
2	3.000.000		500.000	100.000	100.000	2.300.000	1.900.826
3	3.000.000		500.000	100.000	100.000	2.300.000	1.728.024
4	3.000.000		500.000	100.000	100.000	2.300.000	1.570.931
5	3.000.000		500.000	100.000	100.000	2.300.000	1.428.119
6	3.000.000		500.000	100.000	100.000	2.300.000	1.298.290
7	3.000.000		500.000	100.000	100.000	2.300.000	1.180.264
8	3.000.000		500.000	100.000	100.000	2.300.000	1.072.967
9	3.000.000		500.000	100.000	100.000	2.300.000	975.425
10	3.000.000		500.000	100.000	100.000	2.300.000	886.750
Σύνολο							4.132.504
NPV							**4.132.504**

CF = Έσοδα - Έξοδα

Η Καθαρή Παρούσα Αξία (*NPV*) της επένδυσης του παραδείγματος είναι ίση με 4.132.504 δρχ. και υπολογίστηκε ως άθροισμα της τελευταίας στήλης του πίνακα. Δεδομένου όμως ότι οι καθαρές χρηματικές ροές των δέκα ετών της οικονομικής ζωής της επένδυσης είναι όλες ίσες (2.300.000 δρχ.), η *ΚΠΑ* θα μπορούσε να υπολογιστεί και με τη βοήθεια του τύπου της αρχικής αξίας ληξιπρόθεσμης ράντας δέκα όρων, μείον την αρχική επένδυση:

$$A(10,10\%) + CF_0 = \Delta \times a(10,10\%) + CF_0 = 2.300.000 \times 6.1446 - 10.000.000 = 4.132.504$$

Παράδειγμα 3.4

Ένας επιχειρηματίας σχεδιάζει την εγκατάσταση και λειτουργία ενός εκκοκκιστηρίου βαμβακιού στην κεντρική Ελλάδα. Κατά τις εκτιμήσεις του, η εγκατάσταση, συνολικού κόστους 250 εκ. δρχ., θα επεξεργάζεται κατά μέσο όρο 9 χιλ. τόννους σύσπορου βαμβακιού ετησίως, το οποίο θα αγοράζεται από τους βαμβακοπαραγωγούς προς 100 δρχ/κιλό. Η ποσότητα εκκοκισμένου βαμβακιού που θα προκύπτει από τη διαδικασία εκκόκκισης θα είναι περίπου 3 χιλ. τόννοι και θα διατίθεται στην αγορά προς 380 δρχ/κιλό. Τα υποπροϊόντα της εκκόκκισης, (πίττα, σπόρος, υπολείμματα), δεν συνυπολογίζονται στην αξιολόγηση. Η οικονομική ζωή της εγκατάστασης είναι 10-ετής και το σύνολο των ετησίων δαπανών της (αμοιβές, μεταφορικά, συντήρηση, ενέργεια, κ.λπ.), είναι κατά μέσο όρο ίσο με 200 εκ. δρχ. Να υπολογισθούν ο Χρόνος Επανάκτησης του Κεφαλαίου και η Καθαρή Παρούσα Αξία αν το επιτόκιο προεξόφλησης είναι 10%.

Εκ. Δραχμές

Περίοδος	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Ποσότητα Παραγωγής (τόννοι)		3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000
Τιμή πώλησης (δρχ./kg)		380	380	380	380	380	380	380	380	380	380
Εισροές		1.140	1.140	1.140	1.140	1.140	1.140	1.140	1.140	1.140	1.140
Αρχική επένδυση	-250										
Ποσότητα σύσπορου (τόννοι)		9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000
Τιμή αγοράς (δρχ./kg)		100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Κόστος Α, ύλης		900	900	900	900	900	900	900	900	900	900
Δαπάνες		200	200	200	200	200	200	200	200	200	200
Εκροές (-)		1.100	1.100	1.100	1.100	1.100	1.100	1.100	1.100	1.100	1.100
CF_t	-250	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
Σωρευτ. CF	-250	-210	-170	-130	-90	-50	-10	30	70	110	150

Η τελευταία γραμμή του πίνακα δείχνει ότι ο Χρόνος Επανάκτησης του Κεφαλαίου είναι μεταξύ 6 και 7 ετών και με γραμμική παρεμβολή ισούται με 6,25 έτη ή 6 έτη και τρείς μήνες.

Η Καθαρή Παρούσα Αξία βρίσκεται από τον τύπο

$$NPV_{10\%} = -250 + 40 \times \frac{1 - 1{,}10^{-10}}{0{,}10} = -4{,}2173$$

Παρατηρούμε δηλαδή ότι η αναγνώριση της διαχρονικής αξίας του χρήματος στο κριτήριο της Καθαρής Παρούσας Αξίας καθιστά την επένδυση ασύμφορη. Αντιθέτως το κριτήριο του χρόνου επανάκτησης δείχνει ότι σε 6,25 έτη έχει αποσβεστεί η αρχική επένδυση. Αυτό φυσικά δεν είναι απόλυτα σωστό, όπως έχει σχολιαστεί και νωρίτερα, διότι παραλείπει να συμπεριλάβει στους υπολογισμούς τα διαφυγόντα οφέλη από τη δέσμευση των 250 εκ. δρχ. κατά τη διάρκεια της ζωής της επένδυσης.

Το κριτήριο της Καθαρής Παρούσας Αξίας, χρησιμοποιεί συντελεστή προεξόφλησης 10%, ο οποίος αντικατοπτρίζει την εναλλακτική ευκαιρία επένδυσης του αρχικού κόστους εγκατάστασης του εκκοκκιστηρίου. Δηλαδή, ο επιχειρηματίας του παραδείγματος εξετάζει την επένδυση 250 εκ. δρχ. στο εκκοκκιστήριο, συγκρίνοντάς την με την αναμενόμενη (εναλλακτική) αποδοτικότητα του κεφαλαίου του, όπως αυτή εκφράζεται με το συντελεστή προεξόφλησης (10%).

Έτσι αντιμετωπίζει δύο σενάρια. Το πρώτο είναι να επενδύσει 250 εκ. δρχ. για την κατασκευή του εκκοκκιστηρίου που θα του αποδίδει 40 εκ. δρχ. το χρόνο επί 10 χρόνια, και θα συγκεντρώσει στο τέλος της δεκαετίας ένα συνολικό ποσό ίσο με

40 x s(10, 10%) = 40 x 15,9374 = 637,4970 εκ. δρχ.

Το δεύτερο σενάριο είναι να επενδύσει αυτό το αρχικό ποσό των 250 εκ. δρχ. επί μια δεκαετία με το επιτόκιο της κεφαλαιαγοράς (10%), ενέργεια που θα του αποδώσει στο τέλος της δεκαετίας ένα συνολικό ποσό ίσο με

$C_t = C\,(1 + i)^n = 250 \times 1{,}10^{10} = 648{,}4356$ εκ. δρχ.

Από τα ανωτέρω γίνεται φανερό ότι η επένδυση στο εκκοκκιστήριο, συγκρινόμενη με την εναλλακτική απόδοσης 10%, είναι ασύμφορη επειδή δημιουργεί τελικό διαφυγόν κέρδος ίσο με:

648,4356 – 637,4970 = 10,9386 εκ. δρχ.,

η παρούσα αξία του οποίου είναι:

$10{,}9386 \times 1{,}10^{-10} = 4{,}2173$ εκ. δρχ.,

ίση ακριβώς με την Καθαρή Παρούσα Αξία της επένδυσης.

Άρα, το κριτήριο της Καθαρής Παρούσας Αξίας συγκρίνει την καθαρή σημερινή αξία της επένδυσης με την αντίστοιχη μιας άλλης όμοιας επένδυσης με αποδοτικότητα ίση με το συντελεστή προεξόφλησης, (στο παράδειγμα 10%), και καταγράφει τη διαφορά που παρουσιάζουν οι παρούσες αξίες των δύο. Αν αυτή η διαφορά είναι θετική, τότε η προτεινόμενη επένδυση είναι αποδοτικότερη από την εναλλακτική αξιοποίηση του κεφαλαίου, και η Καθαρή Παρούσα Αξία της θετική. Αν η επένδυση έχει αποδοτικότητα μικρότερη από το συντελεστή προεξόφλησης, τότε η Καθαρή Παρούσα Αξία είναι αρνητική, όπως και στο παράδειγμα.

Η ιδέα της σύγκρισης της αποτελεσματικότητας των επενδυτικών σχεδίων με τη μορφή ποσοστών αποδοτικότητας (ή επιτοκίων), μας οδηγεί στον προσδιορισμό και τη χρήση του Εσωτερικού Συντελεστή Αποδοτικότητας.

3.5 Εσωτερικός Συντελεστής Αποδοτικότητας (Internal Rate of Return)

Ο *Εσωτερικός Συντελεστής Αποδοτικότητας* ή *Εσωτερικός Συντελεστής Απόδοσης* (Internal Rate of Return, *IRR*) μιας επένδυσης είναι εκείνο το επιτόκιο προεξόφλησης που εξισώνει την Καθαρή Παρούσα Αξία της με μηδέν. Επενδύσεις με Εσωτερικό Συντελεστή Αποδοτικότητας μεγαλύτερο από ένα *επιτόκιο-όριο*, (συνήθως το επιτόκιο της κεφαλαιαγοράς που εκφράζει το κόστος ευκαιρίας των κεφαλαίων), γίνονται αποδεκτές, ενώ εκείνες για τις οποίες ο Εσωτερικός Συντελεστής Αποδοτικότητας είναι μικρότερος, απορρίπτονται. Επίσης, όταν συγκρίνονται δύο επενδυτικά σχέδια, εκείνο με το μεγαλύτερο *IRR* είναι προτιμότερο.

Παράδειγμα 3.5

Να υπολογιστεί ο εσωτερικόςσυντελεστής αποδοτικότητας και να κριθεί η εφικτότητα της επένδυσης του πίνακα που ακολουθεί:

Χιλ. δρχ.

	Αρχική Επένδυση	**Περίοδος 1**	**Περίοδος 2**	**NPV @10%**	**NPV @12,32%**	**NPV @15%**
Εισροές		70	90			
Εκροές	-100	-20	-20			
Καθ.Εισροές	-100	50	70	3,3	0	-3,6

Αν *d* είναι το επιτόκιο προεξόφλησης, από τον τύπο της Καθαρής Παρούσας Αξίας προκύπτει

$NPV = -100 + 50\,v + 70\,v^2$

όπου $v = 1 / (1+d)$ και $d = (1/v) – 1$.

Επομένως το *v* βρίσκεται αν εξισώσουμε την Καθαρή Παρούσα Αξία με μηδέν, και λύσουμε τη δευτεροβάθμια εξίσωση που προκύπτει, οπότε:

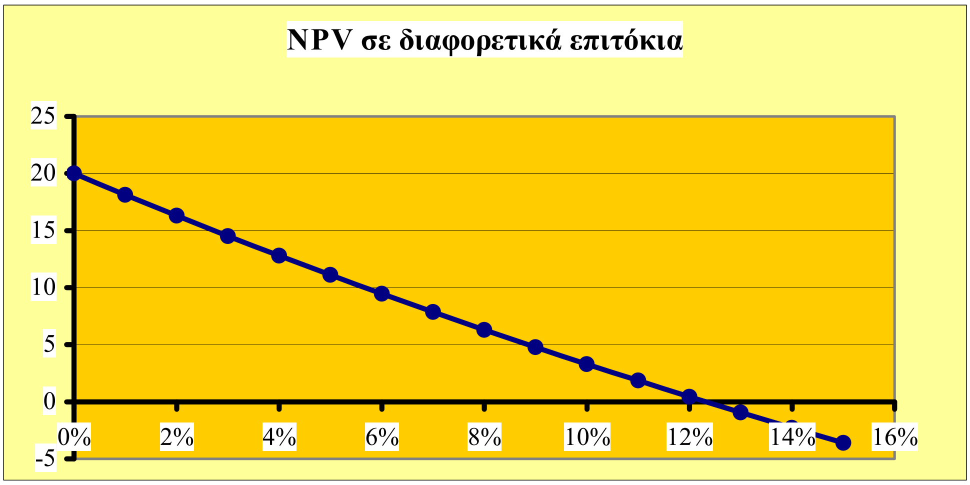
$v_1 = 0{,}89$ με αντίστοιχο $d = 12{,}32\%$ και

$v_2 = -1{,}60$ με αντίστοιχο $d = -162{,}32\%$ που απορρίπτεται.

Άρα *IRR*=12,32%.

Παρατηρούμε ότι η πλειοψηφία των επενδυτικών σχεδίων παρουσιάζει εκταμιεύσεις στις αρχικές περιόδους της επένδυσης και καθαρές εισπράξεις στη συνέχεια. Αυτό σημαίνει ότι η διαδικασία της προεξόφλησης επιδρά λιγότερο στις χρηματικές εκροές (ο συντελεστής προεξόφλησης υψώνεται σε μικρές δυνάμεις) και περισσότερο στις εισροές που απέχουν χρονικά πιο πολύ από την περίοδο μηδέν. Έτσι, στις περισσότερες περιπτώσεις, όσο υψηλότερο είναι το επιτόκιο προεξόφλησης, τόσο μικρότερη είναι η Καθαρή Παρούσα Αξία που υπολογίζεται και τόσο λιγότερο σημαντικά είναι τα πολύ μελλοντικά οφέλη.

Η γραφική παράσταση της Καθαρής Παρούσας Αξίας του παραδείγματος 6.3.5 για διάφορα επιτόκια προεξόφλησης φαίνεται στο διάγραμμα 6.3.2



Διάγραμμα 3.2: Υπολογισμός της Καθαρής Παρούσας Αξίας σε διαφορετικές τιμές του επιτοκίου προεξόφλησης.

Όπως φαίνεται στον πίνακα του παραδείγματος. και στο διάγραμμα, η Καθαρή Παρούσα Αξία μηδενίζεται όταν το επιτόκιο προεξόφλησης εξισωθεί με 12,32%. Αυτό το επιτόκιο είναι ο Εσωτερικός Συντελεστής Αποδοτικότητας της επένδυσης (*IRR*).

Με τη λογική αυτή, ο Εσωτερικός Συντελεστής Αποδοτικότητας μπορεί να ερμηνευτεί και ως το υψηλότερο δυνατό επιτόκιο προεξόφλησης που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αξιολόγηση της επένδυσης χωρίς αυτή να απορριφθεί.

Αν φανταστούμε ότι η επένδυση γίνεται με κεφάλαιο που έχουμε δανειστεί, π.χ. από την τράπεζα με επιτόκιο d=10%, τότε, όπως φαίνεται και στο διάγραμμα, οι ταμειακές ροές της επένδυσης είναι ικανές να αποπληρώσουν το δάνειο και να μείνει στο τέλος και ένα μικρό κέρδος ίσο με 4 χιλ. δρχ. Δηλαδή, χρησιμοποιώντας το ίδιο επιτόκιο, το ποσό που θα συγκεντρωθεί στο τέλος των 2 ετών από τα καθαρά οφέλη του πρώτου και του δεύτερου έτους, θα είναι ίσο με

$50\ (1+d) + 70 = 50\ (1{,}10) + 70 = 125$ χιλ. δρχ.

Από αυτό, ποσό ίσο με

$100\ (1+d)^2 = 100\ (1{,}21) = 121$ χιλ. δρχ.

θα δοθεί για την αποπληρωμή του δανείου των 100 χιλ. δρχ. και θα μείνουν και 4 χιλ. δρχ. κέρδος από την επένδυση. Η παρούσα αξία των 4 χιλ. δρχ. είναι ίση με:

$4\ (1{,}10)^{-2} = 3{,}3$ χιλ. δρχ.

ποσό ίσο με την Καθαρή Παρούσα Αξία της επένδυσης.

Αν δανειστούμε για την ίδια επένδυση με επιτόκιο μεγαλύτερο από τον *IRR*, π.χ. με 15%, τότε, στο τέλος των 2 ετών της επένδυσης, θα έχουμε συγκεντρώσει ποσό ίσο με 127,5 χιλ. δρχ., ενώ για την αποπληρωμή του δανείου κατά την ίδια εποχή απαιτούνται 132,25 χιλ. δρχ. Αν όμως το δάνειο γίνει με επιτόκιο 12.32%, ίσο με τον *IRR*, τότε το ποσό που θα συσσωρευτεί στο τέλος της διετίας από τις καθαρές εισροές της επένδυσης θα είναι

50 (12,32) + 70 = 126,16 χιλ. δρχ.

ίσο με το ποσό που χρειάζεται κατά την ίδια εποχή για την αποπληρωμή του δανείου των 100 χιλ. δρχ.

$100\ (1.1232)^2 = 126{,}16$ χιλ. δρχ.

3.6 Σύγκριση Καθαρής Παρούσας Αξίας και Εσωτερικού Συντελεστή Αποδοτικότητας

Τα κριτήρια της Καθαρής Παρούσας Αξίας (*NPV*) και του Εσωτερικού Συντελεστή Αποδοτικότητας (*ΕΣΑ* ή *IRR*), έχουν πολλές ομοιότητες αφού υπολογίζουν την οικονομικότητα των επενδυτικών σχεδίων με τον ίδιο μαθηματικό τύπο. Και τα δύο λαμβάνουν υπόψη τη διαχρονική αξία του χρήματος, αλλά το πρώτο εκφράζεται σε απόλυτες τιμές, (δραχμές), ενώ το δεύτερο σε ποσοστό "εσωτερικής" επιστροφής στο κεφάλαιο της επένδυσης.

Παρ' όλα αυτά, οι απαντήσεις που δίνονται από τα δύο κριτήρια δεν είναι πάντα οι ίδιες. Αυτό οφείλεται σε δύο κυρίως λόγους:

1. Πρώτον, ο προσδιορισμός του Εσωτερικού Συντελεστή Αποδοτικότητας γίνεται με τη λύση της εξίσωσης της Καθαρής Παρούσας Αξίας με το μηδέν. Η εξίσωση αυτή μπορεί, και συνήθως είναι υψηλού βαθμού, (ίσου με τον αριθμό των περιόδων της αξιολόγησης), γεγονός που σημαίνει ότι μπορεί να έχει περισσότερες της μιας πραγματικές λύσεις, οπότε έχουμε και περισσότερους του ενός Εσωτερικοί Συντελεστές Αποδοτικότητας. Μπορεί ακόμα σε ορισμένες περιπτώσεις να μην έχει καθόλου πραγματικές λύσεις, οπότε και δεν υπάρχει *IRR*.
2. Δεύτερον, ο Εσωτερικός Συντελεστής Αποδοτικότητας μπορεί να δείχνει υψηλή ποσοστιαία αποδοτικότητα των επενδυτικών κεφαλαίων, αλλά το απόλυτο μέγεθός τους να είναι πολύ μικρό, οπότε και να υπάρχει διάσταση μεταξύ των συμπερασμάτων των δύο κριτηρίων.

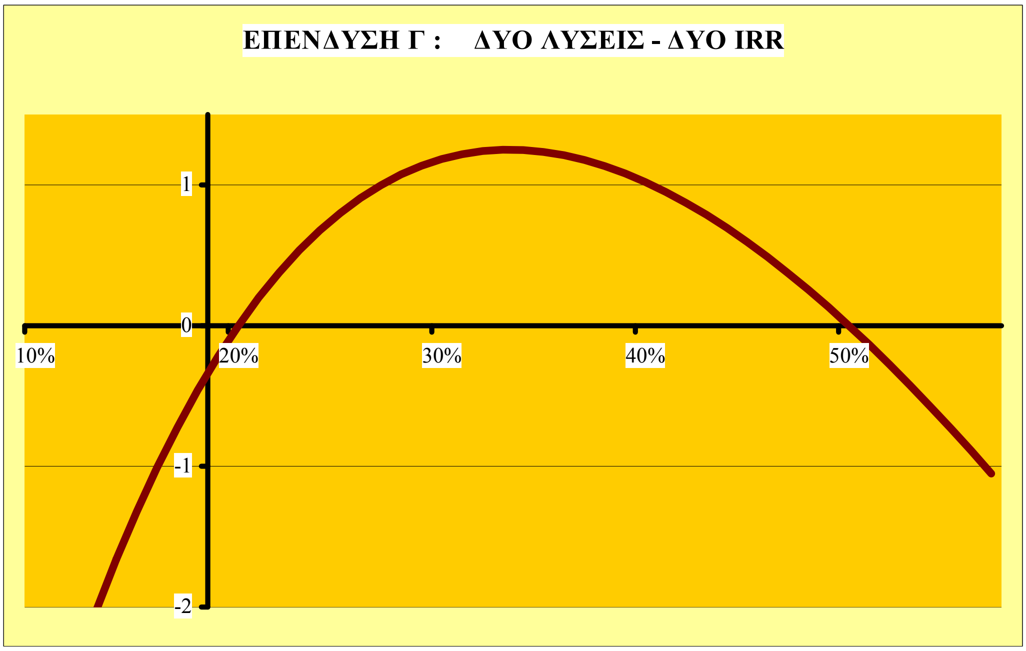
Παράδειγμα 3.6

Να αξιολογηθούν οι επενδύσεις του πίνακα που ακολουθεί αφού υπολογισθεί η Καθαρή Παρούσα Αξία και ο Εσωτερικός Συντελεστής Αποδοτικότητας, (επιτόκιο προεξόφλησης = 10%).

	Αρχική Επένδυση	Περίοδος 1	Περίοδος 2	NPV 10%	IRR
Επένδυση Α	-100	60	70	12,40	18,9%
Επένδυση Β	-10	6	8	2,07	24,3%
Επένδυση Γ	-100	270	-180	-3,31	20% και 50%

Για τις δύο πρώτες επενδύσεις τα κριτήρια *NPV* και *IRR* δίνουν αντικρουόμενες απαντήσεις. Αυτό συμβαίνει επειδή η επένδυση Β έχει μεγαλύτερη "αποδοτικότητα", (24,3%), αλλά τα απόλυτα νούμερα είναι πολύ μικρά, με αποτέλεσμα και το συνολικό όφελος της Β να είναι και αυτό μικρό (2,07), κατά πολύ μικρότερο της Καθαρής Παρούσας Αξίας της επένδυσης Α, (12,40).

Η τρίτη επένδυση (Γ), έχει αρνητική Καθαρή Παρούσα Αξία (-3,31) όταν προεξοφληθεί με επιτόκιο 10%. Έχει όμως δύο Εσωτερικούς Συντελεστές Αποδοτικότητας, 20% και 50%. Η Καθαρή Παρούσα Αξία της είναι θετική μεταξύ των δύο αυτών επιτοκίων και αρνητική εκτός.



Διάγραμμα 3.3: Παράδειγμα επένδυσης με δύο Εσωτερικούς Συντελεστές Αποδοτικότητας, 20% και 50%..

Ο τύπος υπολογισμού της Καθαρής Παρούσας Αξίας υποθέτει ότι τα καθαρά έσοδα κάθε περιόδου επενδύονται ξανά με επιτόκιο ίσο προς τη διαχρονική αξία του χρήματος, (επιτόκιο προεξόφλησης). Αντίθετα κατά τον υπολογισμό του Εσωτερικού Συντελεστή Αποδοτικότητας, γίνεται η υπόθεση ότι τα κεφάλαια επανεπενδύονται με επιτόκιο ίσο προς τον *IRR* του εξεταζόμενου επενδυτικού σχεδίου. Αυτό όμως είναι ασυμβίβαστο με την παραδοχή ότι η διαχρονική αξία του χρήματος προσδιορίζεται από την αγορά και είναι δεδομένη σε κάθε χρονική περίοδο, (δηλαδή ίση με το επιτόκιο προεξόφλησης).

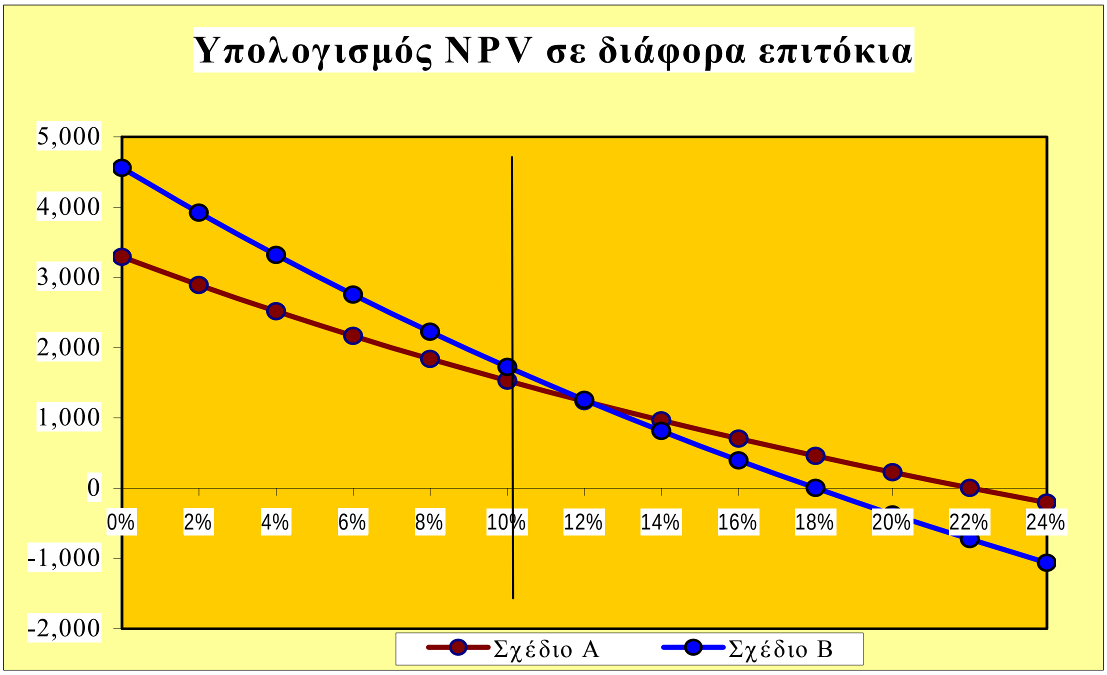
Η Καθαρή Παρούσα Αξία είναι εύκολο να υπολογισθεί και κάτω από την υπόθεση ότι η διαχρονική αξία του χρήματος είναι διαφορετική από περίοδο σε περίοδο. Αυτό όμως είναι αδύνατο για το κριτήριο του Εσωτερικού Συντελεστή Αποδοτικότητας.

Ο Εσωτερικός Συντελεστής Αποδοτικότητας παρουσιάζει μεγάλες τεχνικές δυσκολίες στον υπολογισμό του, (λύση εξισώσεων βαθμού ανάλογου του αριθμού των περιόδων, δυνατότητα ύπαρξης περισσοτέρων της μιας λύσεων ή, σε ορισμένες περιπτώσεις και καμμία).

Όταν συγκρίνονται δύο επενδυτικά σχέδια, είναι πιθανό η επιλογή του Εσωτερικού Συντελεστή Αποδοτικότητας, (που στηρίζεται στο επιτόκιο εσωτερικής επιστροφής των σχεδίων), να διαφέρει από την πρόταση του κριτηρίου της Καθαρής Παρούσας Αξίας, που είναι βασισμένη στο πραγματικό κόστος του χρήματος. Στο παράδειγμα που ακολουθεί, το επιτόκιο της κεφαλαιαγοράς, (κόστος του χρήματος), είναι 10% και χρησιμοποιείται ως συντελεστής προεξόφλησης για τον υπολογισμό της Καθαρής Παρούσας Αξίας. Το 10% επίσης χρησιμοποιείται και ως επιτόκιο-όριο σύγκρισης του Εσωτερικού Συντελεστή Αποδοτικότητας. Όπως φαίνεται και στη γραφική παράσταση που ακολουθεί, η σωστή επιλογή, δηλαδή το σχέδιο Β, δεν συμπίπτει με την προτεινόμενη από τον *IRR*, (ο οποίος επιλέγει το σχέδιο με το μεγαλύτερο Εσωτερικό Συντελεστή Αποδοτικότητας).

Πίνακας 3.1. Πίνακας ανάλυσης επενδυτικών σχεδίων. Σύγκριση *NPV* και *IRR*

Έτος	**Σχέδιο Α**	**Σχέδιο Β**	**Επιτόκιο**	**NPV(A)**	**NPV (B)**
0	-7,000	-12,000	0%	3,290	4,560
1	3,430	5,520	2%	2,892	3,919
2	3,430	5,520	4%	2,519	3,319
3	3,430	5,520	6%	2,168	2,755
			8%	1,839	2,226
			10%	1,530	1,727
			12%	1,238	1,258
			14%	963	815
			16%	703	397
			18%	458	2
			20%	225	-372
			22%	5	-727
			24%	-204	-1,063



Διάγραμμα 3.4: Υπολογισμός *NPV* σε διάφορα επιτόκια.

Αν το επιτόκιο προεξόφλησης είναι 10%, τότε το κριτήριο της Καθαρής Παρούσας Αξίας δείχνει ότι το σχέδιο Β είναι αποδοτικότερο από το σχέδιο Α επειδή NPV_A (1.530) < NPV_B (1.727). Αντίθετα, το κριτήριο του Εσωτερικού Συντελεστή Αποδοτικότητας συμπεραίνει ότι το σχέδιο Α είναι προτιμότερο του Β επειδή IRR_A (22%) > IRR_B (18%).

Η απόφαση της επένδυσης ή μη πρέπει να ληφθεί με βάση την εκτίμηση του κριτηρίου της Καθαρής Παρούσας Αξίας, αφού στο επίπεδο του κόστους των κεφαλαίων που εκφράζεται από το συντελεστή προεξόφλησης (10%), η επένδυση Β είναι προτιμότερη της Α, (προσφέρει υψηλότερη παρούσα αξία).

4 ΕΠΙΛΟΓΗ ΕΞΟΠΛΙΣΜΟΥ

4.1 Διαφορετική διάρκεια ζωής μηχανημάτων

Πολλές φορές, όταν αξιολογούμε το μηχανικό εξοπλισμό, ατιμετωπίζουμε το πρόβλημα της διαφορετικής διάρκειας ζωής των μηχανημάτων, οπότε γίνεται δύσκολη η σύγκριση της οικονομικότητάς τους. Π.χ. αν δύο αμοιβαία αποκλειόμενες λύσεις εξοπλισμού για τη θέρμανση ενός κτιρίου, (καυστήρας πετρελαίου / καυστήρας αερίου), έχουν διάρκεια ζωής 15 και 20 ετών, τότε κάνουμε την αξιολόγηση για (Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο =) 60 χρόνια, έτσι ώστε να εξαντλείται πλήρως η ζωή και των δύο μηχανημάτων στο τέλος του χρόνου αξιολόγησης. Η αξιολόγηση του ενός συστήματος για 15 και του άλλου για 20 χρόνια δεν προσφέρει άμεσα συγκρίσιμα αποτελέσματα. Επίσης η αξιολόγηση για χρονική περίοδο ίση με τη χρονική διάρκεια ζωής ενός από τα δύο μηχανήματα, είναι δύσκολη, επειδή κατά το τέλος της περιόδου αξιολόγησης, πρέπει να υπολογιστεί κατάλληλη υπολειμματική αξία για όποιο μηχάνημα έχει ακόμα υπόλοιπο παραγωγικής ζωής, πράγμα που δεν είναι πάντα εύκολο.

Σε αυτές τις περιπτώσεις εξοπλισμών διαφορετικής διάρκειας ζωής, πολλές φορές συνιστάται να υπολογίζουμε το *ετήσιο ισοδύναμο (σταθερό) κόστος*, και έτσι να ανάγουμε το κόστος ή όφελος σε ετήσια βάση. Αυτό γίνεται κατά κάποιον τρόπο και στη Λογιστική, όπου κάθε χρόνο καταλογίζεται απόσβεση των μηχανημάτων. Υπάρχουν πολλοί τρόποι απόσβεσης, ο πιο συνηθισμένος από τους οποίους είναι να διαιρούμε το κόστος δια του αριθμού των ετών ζωής του μηχανήματος, (γραμμική απόσβεση). Έτσι, αν ένα μηχάνημα κοστίζει 15 εκ. δρχ. και έχει διάρκει ζωής 5 ετών, τότε η ετήσια απόσβεσή του είναι ίση με 3 εκ. δρχ. Έτσι, το κόστος 15 εκ. δρχ. σήμερα, εξισώνεται με 5 ισοδύναμες "ετήσιες δόσεις" ίσες με 3 εκ. δρχ. η κάθε μία, (3 x 5 = 15). Ο υπολογισμός αυτός όμως υποθέτει ότι η διαχρονική αξία του χρήματος είναι μηδενική, δηλαδή παραλείπει να αναγνωρίσει τους τόκους που αντιστοιχούν στη διευθέτηση των 15 εκ. δρχ. με ετήσιες δόσεις των 3 εκ. δρχ.

Η λογική του *ετήσιου ισοδύναμου σταθερού κόστους,* θεωρεί ότι το κόστος αγοράς ενός μηχανήματος μπορεί να αντικατασταθεί με μια ισοδύναμη σειρά ομοιόμορφων ληξιπρόθεσμων πληρωμών, που έχει παρούσα (αρχική) αξία ίση με το κόστος αγοράς του μηχανήματος. Δηλαδή, το ετήσιο ισοδύναμο σταθερό κόστος είναι ίσο με τη δόση αποπληρωμής του μηχανήματος, αν η πληρωμή του γινόταν με δόσεις.

Αν δοθεί το επιτόκιο προεξόφλησης i, τότε, όπως έχουμε βρει νωρίτερα στις ράντες, θα ισχύει ότι:

$$C = P \times a(n,i) = P \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

ή

$$P = \frac{C}{a(n,i)} = C \times \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

όπου P είναι το ετήσιο ισοδύναμο σταθερό κόστος, C το κόστος αγοράς του μηχανήματος, n η διάρκεια ζωής του και i το επιτόκιο προεξόφλησης. Αν στο P προστεθεί και το *ετήσιο μεταβλητό κόστος* του μηχανήματος, τότε βρίσκουμε το *συνολικό ετήσιο ισοδύναμο κόστος*.

Παράδειγμα 4.1

Να αξιολογηθεί η επένδυση συστήματος θέρμανσης θερμοκηπίου, αν οι τρεις αμοιβαία αποκλειόμενοι εναλλακτικοί τρόποι είναι:

1. *Καυστήρας πετρελαίου diesel,*
2. *Καυστήρας αερίου και*
3. *Ηλεκτρική θερμάστρα*

Τα στοιχεία των μηχανημάτων είναι:

	Κόστος αγοράς και εγκατάστασης **C**	**Διάρκεια ζωής, (έτη)** **n**	**Επιτόκιο προεξόφλησης** **i**	**Μεταβλητό ετήσιο κόστος** **v**
Καυστήρας diesel	12 εκ. δρχ.	8	10%	1,5 εκ. δρχ.
Καυστήρας αερίου	14 εκ. δρχ.	12	10%	1,2 εκ. δρχ.
Ηλεκτρ. Θέρμανση	6 εκ. δρχ.	10	10%	3 εκ. δρχ.

Το συνολικό ετήσιο ισοδύναμο κόστος των συστημάτων θα είναι ίσο με το άθροισμα του ετήσιου ισοδύναμου σταθερού κόστους και του μεταβλητού ετήσιου κόστους, (κάυσιμο, επίβλεψη λειτουργίας, κ.λπ.). Δηλαδή,

$$TC = P + v = \frac{C}{a(n,i)} + v = C \times \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} + v$$

Ο υπολογισμός του τύπου αυτού δίνει τα εξής αποτελέσματα για τα τρία συστήματα:

	Ετήσιο ισοδύναμο σταθερό κόστος **P**	**Μεταβλητό ετήσιο κόστος** **v**	**Συνολικό ετήσιο κόστος** **TC = P + v**
Καυστήρας diesel	2,25 εκ. δρχ.	1,5 εκ. δρχ.	3,75 εκ. δρχ.
Καυστήρας αερίου	2,05 εκ. δρχ.	1,2 εκ. δρχ.	3,25 εκ. δρχ.
Ηλεκτρ. Θέρμανση	0,98 εκ. δρχ.	3 εκ. δρχ.	3,98 εκ. δρχ.

Αν υποθέσουμε ότι και οι τρεις καυστήρες προσφέρουν την ίδια υπηρεσία στο θερμοκήπιο, δηλαδή του προσφέρουν τη θερμότητα που χρειάζεται, όταν τη χρειάζεται, τότε για την αξιολόγησή τους, αρκεί να συγκρίνουμε τα συνολικά ετήσια ισοδύναμα κόστη και να επιλέξουμε τον οικονομικότερο. Στην περίπτωση του παραδείγματος, παρ' ό,τι η ηλεκτρική θερμάστρα έχει πολύ μικρότερο κόστος αγοράς και εγκατάστασης, καθώς επίσης και μικρότερο *ετήσιο ισοδύναμο σταθερό κόστος*, το μεταβλητό της κόστος, (κατά κύριο λόγο το κόστος της ηλεκτρικής ενέργειας), είναι κατά πολύ μεγαλύτερο των δύο άλλων λύσεων. Έτσι το συνολικό ετήσιο ισοδύναμο κόστος ελαχιστοποιείται αν επιλεγεί η λύση της εγκατάστασης καυστήρα αερίου (3,25 εκ. δρχ.).

4.2 Επιλογή εξοπλισμού

Ο μηχανικός εξοπλισμός μιας αγροτικής επιχείρησης αποτελείται από μια ποικιλία μηχανημάτων που υποστηρίζουν τις διάφορες εργασίες και επεμβάσεις που είναι απαραίτητες για την αγροτική παραγωγή. Οι κατηγορίες των αγροτικών μηχανημάτων είναι πολλές και συνήθως ταξινομούνται ανάλογα με το είδος του έργου που προσφέρουν ή την ανάγκη που καλύπτουν. Παραδείγματα των κατηγοριών αυτών είναι οι ελκυστήρες (τρακτέρ), τα συστήματα άρδευσης, οι συλλεκτικές μηχανές, τα ξηραντήρια, οι μηχανές θέρμανσης ή ψύξης χώρων, κ. ά.

Επειδή μηχανήματα που καλύπτουν την ίδια ανάγκη προσφέρονται σε διάφορα μεγέθη ή παραλλαγές, με διαφορετικά τεχνικά και οικονομικά χαρακτηριστικά, προκύπτει ένα πρόβλημα επιλογής για τη βελτιστοποίηση της οικονομικής αποδοτικότητας από την προμήθεια και χρήση των μηχανημάτων αυτών. Το πρόβλημα της βελτιστοποίησης αυτής περιπλέκεται ακόμα περισσότερο από το γεγονός ότι αγροτικές εργασίες καθώς και η προσφορά και ζήτηση αγροτικών προϊόντων παρουσιάζουν συνήθως έντονη εποχικότητα, με αποτέλεσμα να προστίθεται ακόμα μια παράμετρος, (η διάρκεια χρήσης του μηχανήματος εντός του έτους), στα δεδομένα του προβλήματος. Εν γένει, τα ακριβά, μεγάλα μηχανήματα που έχουν χαμηλό λειτουργικό (μεταβλητό) κόστος, αποδεικνύονται πιο οικονομικά ανά κιλό προϊόντος, ανά στρέμμα, κ.λπ., όταν οι ώρες λειτουργίας τους κατ' έτος είναι πολλές. Τα φθηνά και μικρά μηχανήματα, έχουν συνήθως υψηλότερο λειτουργικό κόστος και λειτουργούν οικονομικότερα σε χρήσεις μικρού αριθμού ωρών κατ' έτος.

Κατά την επιλογή του μηχανολογικού εξοπλισμού μιας αγροτικής επιχείρησης, δεδομένου ότι πολλές εργασίες πρέπει να ολοκληρωθούν σε στενά χρονικά όρια, (λόγω καιρικών συνθηκών, αποσύνθεσης του προϊόντος, κ.λπ.), δεν είναι εκ των προτέρων βέβαιο ποιός τύπος ή ποιο μέγεθος μηχανήματος είναι το πιο οικονομικό για κάθε περίπτωση. Αυτό μπορεί να καθοριστεί μόνο κατά περίπτωση, όταν ληφθεί υπόψη ο αναμενόμενος χρόνος απασχόλησης του μηχανήματος.

Όταν υπολογίζουμε την οικονομικότητα δύο μηχανημάτων, μια ενδιαφέρουσα πτυχή του προβλήματος είναι ο καθορισμός του μεγίστου αριθμού ωρών ετήσιας λειτουργίας, πάνω από τον οποίο συμφερότερο είναι το ένα μηχάνημα, (π.χ. το μεγάλο και ακριβό) και κάτω από τον οποίο οικονομικότερο είναι το άλλο.

Παράδειγμα 4.2

Υπάρχουν στην αγορά δύο τύποι βαμβακοσυλλεκτικής μηχανής. Η "μεγάλη", με κόστος 24.578.270 δρχ., δυναμικότητα συλλογής 5 στρεμμάτων την ώρα και μεταβλητό κόστος ίσο με 1.250 δρχ./ώρα και η "μικρή", με κόστος 12.903.590 δρχ., δυναμικότητα 3 στρεμμάτων την ώρα και μεταβλητό κόστος 1.300 δρχ./ώρα. Αν υποτεθεί ότι η διάρκεια ζωής των δύο μηχανών είναι η ίδια, (10 χρόνια) και ότι δεν υπάρχουν άλλοι λόγοι που να επιβάλουν την επιλογή μιας από τις δύο μηχανές, ποιος τύπος μηχανήματος πρέπει να προτιμηθεί (α) όταν ο συνολικός αριθμός ωρών λειτουργίας είναι 500 ώρες (για να συλλεγεί το βαμβάκι γρήγορα και να μη βραχεί από τις πρώτες φθινοπωρινές βροχές) και (β) 1.000 ώρες, (όταν επεκτείνεται ο χρόνος συγκομιδής, με κίνδυνο να βραχεί το βαμβάκι και να υποβαθμιστεί η ποιότητά του);

Τα δεδομένα του προβλήματος συνοψίζονται στον επόμενο πίνακα:

Πίνακας δεδομένων του προβλήματος

	Δυναμικότητα	**Κόστος αγοράς**	**Επιτόκιο προεξόφλησης**	**Διάρκεια ζωής**	**Μεταβλητό κόστος**
	(στρ./ώρα)	(δρχ.)	(%)	(έτη)	(δρχ./ώρα)
	K	C	i	n	V
ΜΕΓΑΛΗ	5	24.578.270	10%	10	1.250
ΜΙΚΡΗ	3	12.903.590	10%	10	1.300

Αν υποθέσουμε ότι ο αριθμός ωρών λειτουργίας των μηχανημάτων αναμένεται να είναι h=500, τότε υπολογίζεται από τα δεδομένα ο πίνακας που ακολουθεί.

Πίνακας υπολογισμού συνολικού ετήσιου κόστους μηχανημάτων, (h=500 ώρες)

	Ετήσιο ισοδύναμο σταθερό κόστος	**Έκταση ετήσιας συγκομιδής**	**Ετήσιο ισοδύναμο σταθερό κόστος**	**Μεταβλητό κόστος**	**Συνολικό ετήσιο κόστος**
	(δρχ./έτος)	(στρ./έτος)	(δρχ./στρ.)	(δρχ./στρ.)	(δρχ./στρ.)
	P = C/a(n,i)	A = h*K	p = P/A	v = V/K	TC = p+v
ΜΕΓΑΛΗ	4.000.000	2.500	1.600	250	1.850
ΜΙΚΡΗ	2.100.000	1.500	1.400	433	1.833

Παρατηρούμε ότι το συνολικό ετήσιο κόστος του μικρού μηχανήματος, (1.833 δρχ./στρέμμα) είναι μικρότερο από το αντίστοιχο κόστος του μεγάλου, (1.850 δρχ./στρέμμα).

Αν υποθέσουμε όμως ότι ο αριθμός ωρών βαμβακοσυλλογής αυξάνεται σε 1.000, τότε ο πίνακας υπολογισμού αλλάζει και η μεγάλη βαμβακοσυλλεκτική μηχανή γίνεται οικονομικότερη:

Πίνακας υπολογισμού συνολικού ετήσιου κόστους μηχανημάτων, (h=1.000 ώρες)

	Ετήσιο ισοδύναμο σταθερό κόστος	**Έκταση ετήσιας συγκομιδής**	**Ετήσιο ισοδύναμο σταθερό κόστος**	**Μεταβλητό κόστος**	**Συνολικό ετήσιο κόστος**
	(δρχ./έτος)	(στρ./έτος)	(δρχ./στρ.)	(δρχ./στρ.)	(δρχ./στρ.)
	P = C/a(n,i)	A = h*K	p = P/A	v = V/K	TC = p+v
ΜΕΓΑΛΗ	4.000.000	5.000	800	250	1.050
ΜΙΚΡΗ	2.100.000	3.000	700	433	1.133

4.3 Κρίσιμος αριθμός ωρών λειτουργίας, (Break even)

Αν χρησιμοποιήσουμε τους συμβολισμούς του προηγούμενου παραδείγματος 6.4.2, και προσθέσουμε το δείκτη B για τις μεταβλητές που αφορούν το μεγάλο μηχάνημα και το δείκτη S για τις μεταβλητές που αφορούν το μικρό μηχάνημα, τότε ο *κρίσιμος αριθμός ωρών λειτουργίας* προσδιορίζεται από την εξίσωση του συνολικού ετήσιου κόστους των δύο μηχανημάτων:

$$\frac{P_B}{A_B}+\frac{V_B}{K_B}=\frac{P_S}{A_S}+\frac{V_S}{K_S}$$

$$\frac{P_B}{K_B}\frac{1}{h}+\frac{V_B}{K_B}=\frac{P_S}{K_S}\frac{1}{h}+\frac{V_S}{K_S}$$

και λύνοντας ως προς *h,* βρίσκουμε ότι ο κρίσιμος αριθμός ωρών λειτουργίας είναι:

$$\boxed{h=-\frac{P_BK_S-P_SK_B}{V_BK_S-V_SK_B}}$$

Το μεγάλο και ακριβό μηχάνημα είναι οικονομικότερο αν λειτουργεί για περισσότερες από *h* ώρες το χρόνο, ενώ το μικρό και φθηνό, είναι οικονομικά ελκυστικότερο αν λειτουργεί για λιγότερο από *h* ώρες το χρόνο.

Αν εφαρμόσουμε τον τύπο στα δεδομένα του παραδείγματος 6.4.2, βρίσκουμε ότι

$$h=-\frac{4.000.000\times 3-2.100.000\times 5}{1.250\times 3-1.300\times 5}=545\textit{ώρες}$$

οι οποίες διαμορφώνουν το συνολικό κόστος ανά στρέμμα σε 1.718 δρχ. και για τα δύο μηχανήματα. (Να επιβεβαιωθεί αριθμητικά αυτό το συνολικό κόστος και για τις δύο περιπτώσεις).

5 ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΕΞΟΠΛΙΣΜΟΥ

Η αντικατάσταση του μηχανικού εξοπλισμού μετά ή και πριν το τέλος της φυσικής ζωής του, αποτελεί ένα από τα βασικά προβλήματα της αξιολόγησης των επενδύσεων. Το πρόβλημα μπορεί να εμφανισθεί με πολλές διαφορετικές μορφές που παρουσιάζουν διαφορετικό βαθμό δυσκολίας κατά την επίλυσή του. Στο κεφάλαιο αυτό θα αναλύσουμε την περίπτωση αντικατάστασης ενός παλιού μηχανήματος με νέο, ίδιο με το παλιό, δηλαδή με τα ίδια χαρακτηριστικά, κόστους, αποδοτικότητας, διάρκειας ζωής, κ.λπ.

Παράδειγμα 5.1

Μια γεωργική επιχείρηση χρησιμοποιεί ένα μηχάνημα κόστους 10 εκ. δρχ. που έχει διάρκεια ζωής 4 χρόνια και δημιουργεί καθαρές χρηματικές ροές αξίας 4 εκ. δρχ. / έτος. Η αξία μεταπώλησης του μηχανήματος, (η οποία επηρεάζεται από το κόστος λειτουργίας του), κατά το τέλος του έτους *t* είναι:

Αξία μεταπώλησης μηχανήματος

Έτος	**Κόστος αγοράς μηχανήματος στο τέλος του έτους (εκ. δρχ.)**	**Αξία εκποίησης στο τέλος του έτους (εκ. δρχ.)**
0	-10	
1		7
2		6
3		3
4		1

Αν υποτεθεί ότι η παραγωγικότητα του μηχανήματος παραμένει η ίδια κατά τη διάρκεια της ζωής του, η επιχείρηση θέλει να προσδιορίσει το βέλτιστο χρόνο αντικατάστασης του μηχανήματος με νέο. (Επιτόκιο προεξόφλησης *d*=10%).

Για το σκοπό αυτό υπολογίζεται η Καθαρή Παρούσα Αξία (*NPV*) από τη χρήση του μηχανήματος για 1, 2, 3 ή 4 χρόνια. Π.χ. αν το μηχάνημα αντικατασταθεί μετά από 2 χρόνια χρήσης , η Καθαρή Παρούσα Αξία θα είναι:

$NPV_2 =$ - (Κόστος αγοράς)

+ (παρούσα αξία καθαρών εσόδων 2 περιόδων)

+ (παρούσα αξία εκποίησης)

ή

$$NPV_2 = -10 + \frac{4}{(1+0.10)} + \frac{4}{(1+0.10)^2} + \frac{6}{(1+0.10)^2} = 1{,}90\ \varepsilon\kappa.\delta\rho\chi.$$

Με όμοιο τρόπο μπορούμε να προσδιορίσουμε την Καθαρή Παρούσα Αξία για οποιαδήποτε περίοδο, όπως φαίνεται στον επόμενο πίνακα:

NPV ενός, δύο, τριών και τεσσάρων ετών *Εκ. δρχ.*

Έτος t	**Αγορά μηχανήματος**	**Καθαρά έσοδα**	**Αξία εκποίησης (υπολ. αξία)**	**NPV_t**
0	-10			
1		4	7	0
2		4	6	1,90
3		4	3	2,20
4		4	1	3,36

Παρατηρούμε ότι η Καθαρή Παρούσα Αξία αυξάνεται όσο αυξάνεται ο χρόνος χρήσης του μηχανήματος. Αυτό οφείλεται στο ότι κατά τον υπολογισμό, όσο μεγαλύτερο είναι το *t*, τόσο περισσότεροι είναι οι θετικοί προσθετέοι του τύπου και δεν μας οδηγεί αναγκαστικά στο συμπέρασμα ότι το μηχάνημα πρέπει να αντικατασταθεί μετά το τέλος της ζωής του.

Οι συγκρίσεις όμως για την επιλογή της βέλτιστης λύσης, πρέπει να βασίζονται στην Καθαρή Παρούσα Αξία ίσων χρονικών διαστημάτων.

Π.χ. αν θελήσουμε να συγκρίνουμε τί είναι προτιμότερο, (α) αντικατάσταση του μηχανήματος κάθε 2 χρόνια ή (β) αντικατάσταση κάθε 4 χρόνια, πρέπει να εξετάσουμε τις χρηματικές ροές μιας τετραετίας και για τις δύο περιπτώσεις. Παρατηρούμε ότι η Καθαρή Παρούσα Αξία του πρώτου σεναρίου (αντικατάσταση κάθε 2 χρόνια) είναι:

Αντικατάσταση μηχανήματος κάθε 2 χρόνια *Εκ. δρχ.*

Έτος t	**Αγορά μηχανήματος**	**Καθαρά έσοδα**	**Αξία μεταπώλησης**
0	-10		
1		4	
2	-10	4	6
3		4	
4		4	6

$$NPV_{2(4)} = -10 + \frac{4}{(1+0.10)} + \frac{4}{(1+0.10)^2} + \frac{6}{(1+0.10)^2} +$$

$$+ \frac{-10}{(1+0.10)^2} + \frac{4}{(1+0.10)^3} + \frac{4}{(1+0.10)^4} + \frac{6}{(1+0.10)^4} = 3{,}47 \; \varepsilon\kappa.\delta\rho\chi.$$

Η Καθαρή Παρούσα Αξία του δεύτερου σεναρίου είναι ήδη γνωστή από τον πρώτο πίνακα, ίση με 3,36 εκ. δρχ. Επομένως η πολιτική της αντικατάστασης του μηχανήματος κάθε 2 χρόνια είναι προτιμότερη από την πολιτική αντικατάστασής του στο τέλος της ζωής του (κάθε 4 χρόνια).

Οι συγκρίσεις διαφόρων σεναρίων αντικατάστασης του μηχανικού εξοπλισμού πρέπει πάντα να γίνονται για ίσα χρονικά διαστήματα, επειδή αλλιώς η συγκρίσεις θα μεροληπτούν υπέρ της στρατηγικής μακροχρονιότερων αντικαταστάσεων.

Αν προσπαθήσουμε να συγκρίνουμε το σενάριο αντικατάστασης κάθε 2 χρόνια με το σενάριο αντικατάστασης κάθε 3 χρόνια, το χρονικό διάστημα που θα πρέπει να εξετασθεί θα είναι 6 χρόνια, (που είναι το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο του 2 και του 3).

Γενικότερα, για να μπορούν να γίνουν όλες οι δυνατές συγκρίσεις και να επιλεγεί ο βέλτιστος χρόνος αντικατάστασης του μηχανήματος, ο συνολικός υπό εξέταση χρόνος θα πρέπει να είναι κοινό πολλαπλάσιο των διαστημάτων αντικατάστασης. Στο παράδειγμα, οι πιθανοί χρόνοι αντικατάστασης είναι κάθε 1, 2, 3 ή 4 έτη, με ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο το 12.

Εναλλακτικά, μπορούμε να συγκρίνουμε τα σενάρια αντικατάστασης υποθέτοντας ότι θα επαναλαμβάνονται επ' άπειρον, δηλαδή αντί να γίνονται οι υπολογισμοί για το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των χρόνων αντικατάστασης, να θεωρείται ότι ο τρόπος αντικατάστασης θα συνεχίζεται για άπειρες περιόδους.

Έτσι η Καθαρή Παρούσα Αξία του σεναρίου απείρων αντικαταστάσεων του μηχανήματος κάθε 1 έτος είναι:

Άπειρες αντικαταστάσεις κάθε 1 έτος *Εκ. δρχ.*

Έτος t	**Αγορά μηχανήματος**	**Καθαρά έσοδα**	**Αξία εκποίησης**
0	-10		
1	-10	4	7
2	-10	4	7
3	…	4	7
…	…	…	…

$$NPV_1^{\infty} = NPV_1 + \frac{NPV_1}{(1+d)} + \frac{NPV_1}{(1+d)^2} + \dots = NPV_1 \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+d)^t} =$$

$$= \frac{NPV_1}{1 - \dfrac{1}{1+d}} = 0$$

αφού $NPV_1 = 0$

Ομοίως, η Καθαρή Παρούσα Αξία του σεναρίου απείρων αντικαταστάσεων του μηχανήματος κάθε 2 έτη είναι:

Άπειρες αντικαταστάσεις κάθε 2 έτη *Εκ. δρχ.*

Έτος t	**Αγορά μηχανήματος**	**Καθαρά έσοδα**	**Αξία μεταπώλησης**
0	-10		
1		4	
2	-10	4	6
3		4	
4	-10	4	6
…	…	…	…

$$NPV_2^{\infty} = NPV_2 + \frac{NPV_2}{(1+d)^2} + \frac{NPV_2}{(1+d)^4} + \ldots = NPV_2 \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+d)^{2t}} =$$

$$= \frac{NPV_2}{1 - \frac{1}{(1+d)^2}} = 10{,}95 \, εκ.δρχ.$$

αφού NPV_2= 1,90 εκ. δρχ.

Γενικά, η Καθαρή Παρούσα Αξία του σεναρίου απείρων αντικαταστάσεων κάθε n περιόδους είναι:

$$\boxed{NPV_n^{\infty} = \frac{NPV_n}{1 - \frac{1}{(1+d)^n}}}$$

Χρησιμοποιώντας αυτόν τον τύπο, μπορούμε να υπολογίσουμε την Καθαρή Παρούσα Αξία και των τεσσάρων σεναρίων αντικατάστασης του προβλήματος, οι οποίες είναι συγκρίσιμες μεταξύ τους, αφού όλες αντιστοιχούν στον ίδιο αριθμό περιόδων (∞).

Υπολογισμός Καθαρής Παρούσας Αξίας απείρων περιόδων

Σενάριο αντικατάστασης μηχανήματος		**Καθαρή Παρούσα αξία σεναρίου (εκ. δρχ.)**
Κάθε 1 χρόνο	NPV_1^{∞}	0
Κάθε 2 χρόνια	NPV_2^{∞}	10,95
Κάθε 3 χρόνια	NPV_3^{∞}	8,85
Κάθε 4 χρόνια	NPV_4^{∞}	10,61

Επομένως, με τα δεδομένα του προβλήματος, η βέλτιστη λύση είναι η εκποίηση και αντικατάσταση του μηχανήματος με νέο κάθε 2 χρόνια.

5.1 Ερωτήσεις

Μέθοδοι αξιολόγησης επενδύσεων

1. Ποιο είναι το κριτήριο της Καθαρής Παρούσας Αξίας;
2. Ποιο είναι το κριτήριο του Εσωτερικού Συντελεστή Αποδοτικότητας;
3. Ποιο είναι το κριτήριο του χρόνου αποπληρωμής του κεφαλαίου;
4. Ποια είναι τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των κριτηρίων αυτών;
5. Για ποιούς λόγους υπερτερεί το κριτήριο της Καθαρής Παρούσας Αξίας;
6. Πώς υπολογίζεται ο Εσωτερικός Συντελεστής Αποδοτικότητας;

5.2 Ασκήσεις

Μέθοδοι αξιολόγησης επενδύσεων

1. Να υπολογιστεί το κριτήριο του χρόνου επανάκτησης του κεφαλαίου και να σχολιάσετε τα ευρήματά σας για τις επενδύσεις του πίνακα που ακολουθεί:

Καθαρές ταμειακές ροές, (σε εκ. δρχ.).

Επένδυση	Έτος 0	Έτος 1	Έτος 2	Έτος 3	Έτος 4	Έτος 5	Έτος 6
Α	-100	30	40	30	60	80	100
Β	-100	30	40	30			
Γ	-100	50	50				
Δ	-100	80	10	40	-40	40	50
Ε	-100	100					

(Απ. (Α) 3 έτη, (Β) 3 έτη, (Γ) 2 έτη, (Δ) 2,25 έτη, (Ε) 1 έτος δρχ.).

2. Να σχολιάσετε τα μειονεκτήματα του κριτηρίου του χρόνου επανάκτησης του κεφαλαίου και να δείξετε με παραδείγματα επενδύσεων ορισμένα από τα μειονεκτήματα αυτά.

3. Μια γεωργική επιχείρηση προκειμένου να προμηθευτεί ένα ελκυστήρα θέλει να αποφασίσει μεταξύ ενός καινούργιου (Κ) που κοστίζει 10 εκ. δρχ. και ενός μεταχειρισμένου (Μ) που κοστίζει 5 εκ. δρχ. Το καινούργιο μηχάνημα έχει λειτουργικό κόστος 200 χιλ. δρχ. το χρόνο και διάρκεια οικονομικής ζωής 10 χρόνια. Το μεταχειρισμένο, έχει λειτουργικό κόστος 300 χιλ. δρχ. το χρόνο και διάρκεια ζωής 5 χρόνια. (α) Να σχεδιαστεί ο πίνακας των ταμειακών εκροών των δύο εναλλακτικών επιλογών, Κ και Μ. Να υπολογισθεί η Καθαρή Παρούσα Αξία (δεκαετίας) του κόστους των δύο επενδύσεων με επιτόκιο ίσο με 10%. Ποια από τις δύο λύσεις είναι προτιμότερη;

(Απ. (Κ) 11.229 χιλ. δρχ., (Μ) 9.948 χιλ. δρχ.).

4. Να υπολογίσετε τον Εσωτερικό Συντελεστή Αποδοτικότητας και να υποδείξετε ποιες από τις επενδύσεις του πίνακα που ακολουθεί πρέπει να απορριφθούν, (το επιτόκιο δανεισμού είναι ίσο με 10%).

εκ.δρχ.

Επένδυση	Έτος 0	Έτος 1	Έτος 2
Α	-100	110	
Β	-100	105	105
Γ	-100		110
Δ	-100		121
Ε	-100	121	
Ζ	-100	100	21
Η	-100	21	100
Θ	-100	10	110

(Απ. (Α) 10%, (Β) 67,6%, (Γ) 4,9%, (Δ) 10%, (Ε) 21%, (Ζ) 17,8%, (Η) 11,1%, (Θ) 10%).

5. Μια εταιρία πρόκειται να αναλάβει μια επένδυση η οποία θα πραγματοποιηθεί αυτή (Α) ή την επόμενη (Ε) χρονιά. Οι σχετικές χρηματορροές φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί. Να επιλέξετε την προτιμότερη λύση, αφού υπολογίσετε την Καθαρή Παρούσα Αξία και τον Εσωτερικό Συντελεστή Αποδοτικότητας, αν η διαχρονική αξία του χρήματος είναι 10%.

εκ.δρχ.

	Έτος 0	Έτος 1	Έτος 2
Α	-100	120	
Ε		-100	120

(Απ. (Α) NPV=9,03 δρχ., IRR=20%, (Β) NPV=8,26 δρχ., IRR=20%).

6. Να υπολογιστεί ο Εσωτερικός Συντελεστής Αποδοτικότητας των επενδύσεων που έχουν τις ακόλουθες καθαρές ταμειακές ροές (*CF*):

εκ.δρχ.

Επένδυση	Έτος 0	Έτος 1	Έτος 2
Α	-5	3	4
Β	-10	8	10

(Απ. (Α) 24,3%, (Β) 47,7%).

7. Μια επιχείρηση πρόκειται να προμηθευτεί και να εγκαταστήσει ένα σύστημα άρδευσης, κόστους 12 εκ. δρχ. Αν το επιτόκιο είναι 10%, τί είναι συμφερότερο: Να πληρώσει μετρητοίς ή να πληρώσει με δέκα ισόποσες ληξιπρόθεσμες δόσεις των 2 εκ. δρχ.

(Απ. δόσεις : ΠΑ=12,29).

8. Να υπολογισθεί η *ΚΠΑ* της επένδυσης που έχει τις πιο κάτω καθαρές ταμειακές ροές με ετήσιο επιτόκιο 10%.

εκ.δρχ.

	Έτος 0	Έτος 1	Έτος 2	Έτος 3	Έτος 4	Έτος 5	Έτος 6	Έτος 7	Έτος 8	Έτος 9	Έτος 10
CF	-100	10	20	10	20	10	20	10	20	10	20

(Απ. –9,29).

9. Μια επιχείρηση αναλαμβάνει τη διαχείριση μιας γεωργικής έκτασης για 10 χρόνια και αντιμετωπίζει δύο ενδεχόμενα. Να καλλιεργήσει βαμβάκι (Β) ή καλαμπόκι (Κ). Το επιτόκιο προεξόφλησης που χρησιμοποιεί η επιχείρηση είναι 10%, αλλά για την περίπτωση του βαμβακιού, επειδή υπάρχει μεγάλη αβεβαιότητα για το μέλλον των επιδοτήσεων που απολαμβάνει, αποφασίζει να χρησιμοποιήσει αυστηρότερο επιτόκιο, ίσο με 15%. Αν οι αναμενόμενες καθαρές χρηματικές ροές των δύο επενδύσεων είναι όπως φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί, τί πρέπει να αποφασίσει η επιχείρηση;

εκ.δρχ.

	Έτος 0	Έτος 1	Έτος 2	Έτος 3	Έτος 4	Έτος 5	Έτος 6	Έτος 7	Έτος 8	Έτος 9	Έτος 10
B	-80	20	20	20	20	20	10	10	5	5	5
K	-70	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12

(Απ. (B)NPV= –0,58 εκ. δρχ., (K) NPV=3.73 εκ. δρχ.).

6 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ:

6.1 ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΜΙΑΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ [8]

Η βασική αδυναμία των κριτηρίων ‘περιόδου επανάκτησης κεφαλαίου’ και ‘συντελεστή επιστροφής στο κεφάλαιο’, που χρησιμοποιούνται εύρυτατα στην αξιολόγηση επενδύσεων, είναι ότι δεν λαμβάνουν υπόψη την διαχρονική αξία του χρήματος. Η εισαγωγή της έννοιας αυτής στην ανάλυση οδήγησε τους οικονομολόγους στη διατύπωση θεωρίας για τις επενδυτικές αποφάσεις[9] και την επινόηση πρόσθετων κριτηρίων, συγκεκριμένα του κριτηρίου της καθαρής παρούσας αξίας (ΚΠΑ) και εκείνου του εσωτερικού συντελεστή απόδοσης (ΕΣΑ). Για να παρουσιάσουμε εισαγωγικά τη θεωρία θα χρησιμοποιήσουμε ένα απλοποιημένο υπόδειγμα που μπορεί να αναπαρασταθεί σε γράφημα δύο διαστάσεων και βασίζεται στις παρακάτω έξι υποθέσεις:

<u>Ορίζοντας ενός έτους:</u> Ο επενδυτής ενδιαφέρεται να εξετάσει επενδύσεις με ορίζοντα ένα έτος. Κατά συνέπεια οι διαθέσιμες επενδυτικές ευκαιρίες έχουν κοινό χαρακτηριστικό να απαιτούν χρηματική εκροή σήμερα, ανταποδίδοντας χρηματική εισροή σε διάστημα ενός έτους από σήμερα.

<u>Βεβαιότητα:</u> Το μέγεθος και η χρονική στιγμή που λαμβάνουν χώρα οι χρηματικές εκροές – εισροές είναι γνωστά με βεβαιότητα, άρα κανενός είδους κίνδυνος δεν είναι συνυφασμένος με κάποια συγκεκριμένη επένδυση.

<u>Μη ύπαρξη κεφαλαιαγοράς:</u> Υπάρχει δυνατότητα μόνο για επενδύσεις που αφορούν χρήση συντελεστών παραγωγής για να δημιουργήσουν μελλοντικές αποδόσεις. Αυτές ονομάζονται φυσικές επενδύσεις και δεν υφίσταται αγορά κεφαλαίων όπου χρήματα δανείζονται για να αποδώσουν τόκο.

<u>Διαιρετότητα:</u> Υπάρχει άπειρη διαιρετότητα σε όλα τα διαθέσιμα επενδυτικά σχέδια. Κατα συνέπεια κάθε επενδυτικό σχέδιο μπορεί να διαιρεθεί σε οποιοδήποτε κλάσμα. Ισχύει η ιδιότητα των φθινουσών αποδόσεων κλίμακας.

---

[8] Απόδοση του κεφαλαίου 3 του βιβλίου Lumby S, 1988, *Investment Appraisal of Financial Decisions,* Third Edition, Van Nostrand Reinhold (VNR Series in Accounting and Finance).

[9] Οι αρχές τέθηκαν από τις περίφημες εργασίες του Fisher σχετικά με τον τόκο (Irving Fisher, *The Rate of Interest*, New York: Macmillan Co. 1907, *The Theory of interest*, New York: Macmillan Co. 1930), και επαναδιατυπώθηκαν από τον J. Hirshleifer σε όρους χρηματο-οικονομικής θεωρίας αποφάσεων στο ‘On the theory of optimal investment decisions’, Journal of Political Economy, 1958.

Ανεξαρτησία: Η απόδοση κάθε επένδυσης είναι συγκεκριμένη καί το ύψος της δεν επηρεάζεται από οποιοδήποτε άλλο διαθέσιμο επενδυτικό σχέδιο.

Ορθολογική συμπεριφορά: Ο επίδοξος επενδυτής επιθυμεί να μεγιστοποιήση την απόδοση (σε όρους καθαρής χρηματικής ροής).

Οι παραπάνω υποθέσεις φαίνονται μη ρεαλιστικές δεδομένου ότι στην πραγματικότητα οι επενδύσεις αποδίδουν για περισσότερα του ενός έτη, ενέχουν αβεβαιότητα ως προς το ύψος και το χρόνο των χρηματικών εισροών και εκροών, και είναι συνήθως αδιαίρετες με την έννοια ότι κάποιος αναλαμβάνει να επενδύσει ή όχι. Επίσης υπάρχει πάντα η δυνατότητα σε μη φυσικές επενδύσεις, όπως το να καταθέσει κανείς τα χρήματα του στην τράπεζα.

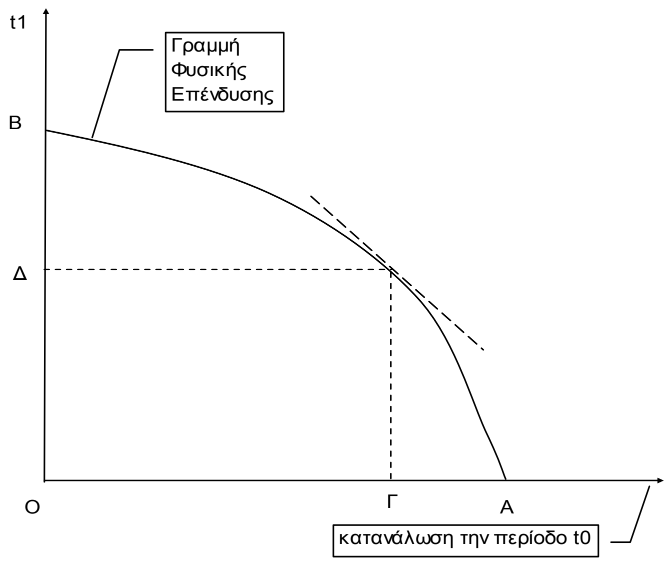
Το υπόδειγμα που θα στηριχτεί στις παραπάνω υποθέσεις είναι βάση για αρχική ανάλυση. Στη συνέχεια κάποιες από τις υποθέσεις μπορούν να αναιρεθούν για να δοθεί μια περιγραφή της κατάστασης πιο κοντά στην πραγματικότητα.

Η διαχρονική αξία του χρήματος

Κάθε εταιρεία διανέμει μέρος των καθαρών ταμειακών ροών σε μερίσματα στους μετόχους, επενδύει δε τα αδιανέμητα κέρδη με σκοπό να δημιουργήσουν αυξημένες ταμειακές ροές στο μέλλον από τις οποίες θα προκύψουν μελλοντικά μερίσματα. Με αυτή την έννοια η επένδυση δε θεωρείται αυτοσκοπός αλλά μια διαδικασία για την κατανομή της κατανάλωσης μέσα στο χρόνο. Ετσι, η απόφαση επένδυσης συνεπάγεται την μη αποδοχή κατανάλωσης στο παρόν με αντάλλαγμα αυξημένη κατανάλωση στο μέλλον. Στην απλούστερη περίπτωση εταιρείας ενός μετόχου, ο ιδιοκτήτης έχει ανάγκη από κάποιο κριτήριο για να διαπιστώσει αν μια επένδυση αποφέρει ικανοποιητική ανταπόδοση έναντι της μείωσης της κατανάλωσης που δέχεται για την τρέχουσα περίοδο. Αν για παράδειγμα, ο μέτοχος απαιτεί 1,20€ σε διάστημα ενός έτους για κάθε ευρώ που επενδύει σήμερα, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η διαχρονική αξία του χρήματος (Δ.Α.Χ.) για αυτόν το μέτοχο είναι 20%. Με άλλα λόγια, ο συγκεκριμένος μέτοχος θα αναλάβει επενδύσεις με απόδοση 20% και πάνω. Μπορούμε επίσης να υποθέσουμε ότι, η διαχρονική αξία του χρήματος για το συγκεκριμένο άτομο θα αυξάνεται, καθώς για να παραιτηθεί από μεγαλύτερα ποσά που θα κατανάλωνε την παρούσα περίοδο και να προχωρήσει σε αντίστοιχες επενδύσεις θα απαιτήσει υψηλότερες αποδόσεις. Αυτό εξηγείται από την έννοια της φθίνουσας οριακής χρησιμότητας.

Γραφική ανάλυση του υποδείγματος επένδυσης κατανάλωσης

Το διάγραμμα 1 που ακολουθεί περιγράφει το υπόδειγμα μιας περιόδου, το οποίο χαρακτηρίζεται από τις παραπάνω 6 υποθέσεις. Ο οριζόντιος άξονας K_0 αντιπροσωπεύει το ύψος εισοδήματος διαθέσιμο την παρούσα χρονική περίοδο προς κατανάλωση, ο δε κάθετος άξονας την κατανάλωση K_1 της επόμενης χρονικής περιόδου 1. Το πρόβλημα απόφασης του επενδυτή είναι να επιλέξει, ανάμεσα στις εφικτές ευκαιρίες, το άριστο σημείο, δηλαδή το άριστο σχέδιο κατανομής της κατανάλωσης μέσα στο χρόνο. Μπορεί να τοποθετηθεί σε οποιοδήποτε σημείο της καμπύλης ΑΒ που σχηματίζεται από όλες τις διαθέσιμες φυσικές επενδυτικές ευκαιρίες σε τάξη φθίνουσας απόδοσης, όπου δηλαδή η επιχείρηση αναλαμβάνει πρώτα την πλέον αποδοτική επένδυση, συνεχίζει με την αμέσως επόμενη, κ.ο.κ. Τα σημεία της καμπύλης αντιπροσωπεύουν τους συνδυασμούς μέγιστης δυνατής κατανάλωσης που προκύπτουν για μεταβλητούς συνδυασμούς των υφιστάμενων πόρων της επιχείρησης για την πραγματοποίηση φυσικών επενδυτικών ευκαιριών. Η καμπύλη αυτή καλείται Γραμμή Φυσικής Επένδυσης (ΓΦΕ)[10] και είναι αντίστοιχη της καμπύλης παραγωγικών δυνατοτήτων της ανάλυσης ισορροπίας της παραγωγής, όπου κάθε σημείο που βρίσκεται μεταξύ εκείνης και της αρχής των αξόνων είναι εφικτός συνδυασμός ενώ κάθε ένα πάνω και δεξιά της αντιπροσωπεύει ανέφικτους συνδυασμούς κατανάλωσης.



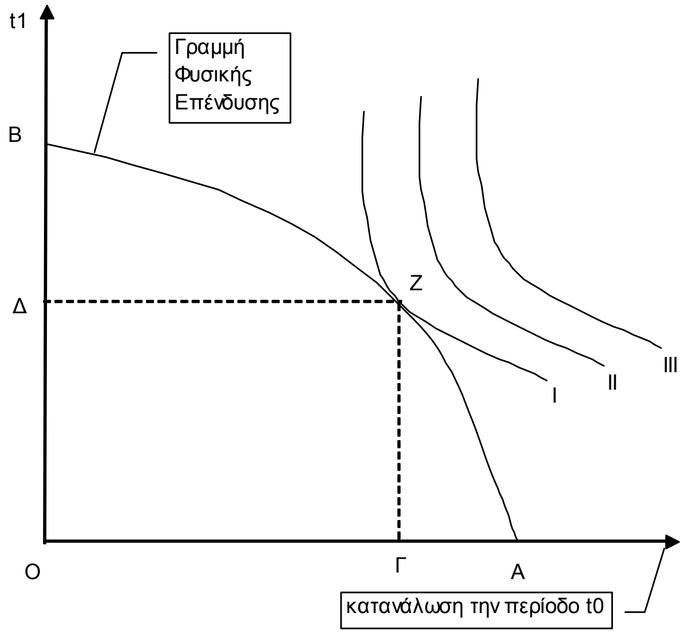
Διάγραμμα 1. Καμπύλη Φυσικής Επένδυσης

Το τμήμα ΟΑ ισούται με τον συνολικό πλούτο του ιδιοκτήτη της επιχείρησης σήμερα. Αν καταναλωθεί το σύνολο την παρούσα χρονική στιγμή, δηλαδή δεν επενδυθεί τίποτε, τότε η κατανάλωση για το έτος +1 θα είναι μηδενική. Αν μόνο κάποιο μέρος ΟΓ του ΟΑ καταναλωθεί, τότε το υπόλοιπο ΓΑ θα είναι διαθέσιμο για επένδυση, και η επιχείρηση θα τοποθετηθεί στο σημείο Ζ της καμπύλης που σημαίνει ότι θα διαθέτει για κατανάλωση το επόμενο έτος ποσό ίσο με ΟΔ. Η απόδοση της οριακής χρηματικής μονάδας της επένδυσης ΓΑ δίνεται από την κλίση της Γραμμής Φυσικής Επένδυσης στο σημείο Ζ. Αν ο επενδυτής αποφασίσει να σταματήσει στο Γ και να μην επενδύσει άλλο, σημαίνει ότι δεν βρίσκει επένδυση που θα έχει την απόδοση που επιθυμεί για

[10] Physical Investment Line (PIL)

να θυσιάσει ακόμη μια μονάδα παρούσας κατανάλωσης (διαχρονική αξία του χρήματος). Η οριακή απόδοση της επένδυσης στο Ζ ισούται με την διαχρονική αξία του χρήματος για τον επενδυτή. Κάθε κίνηση παραπέρα θα μειώσει την οριακή απόδοση της επένδυσης η οποία θα γίνει μικρότερη από τη ΔΑΧ, συνεπώς κάθε πρόσθετη επένδυση καθίσταται ασύμφορη.

Η έννοια της καμπύλης αδιαφορίας



Διάγραμμα 2. Καμπύλη Φυσικής Επένδυσης και Καμπύλες Αδιαφορίας

Οταν στο διάγραμμα κατανάλωσης επένδυσης εμφανίσουμε τον χάρτη των καμπυλών αδιαφορίας[11] του επενδυτή, τότε θα υπάρχει μία από αυτές που εφάπτεται σε κάποιο σημείο της ΓΦΕ. Αυτό το σημείο είναι εκείνο που δείχνει που θα πρέπει να σταματήσει να επενδύει η επιχείρηση. Είναι το εφικτό σημείο που βρίσκεται στο υψηλότερο επίπεδο χρησιμότητας και ο συνδυασμός κατανάλωσης που υποδεικνύει που μεγιστοποιείται η ευημερία του επενδυτή. Στο σημείο Ζ η εφαπτομένη της ΓΦΕ (οριακή απόδοση επένδυσης) ισούται με την εφαπτομένη της καμπύλης αδιαφορίας (οριακή διαχρονική αξία του χρήματος) επομένως είναι το σημείο στο οποίο η διαχρονική αξία του χρήματος για τον επενδυτή ισούται με την οριακή απόδοση της επένδυσης. Για σημεία δεξιά του Ζ, η οριακή διαχρονική αξία του χρήματος είναι μικρή για τον επενδυτή ενώ η απόδοση της επένδυσης μεγάλη. Καθώς κινούμαστε προς το Ζ η διαχρονική αξία του χρήματος αυξάνεται ενώ η οριακή απόδοση της επένδυσης μειώνεται. Αριστερά του Ζ δεν υπάρχει κανένα ενδιαφέρον για τον

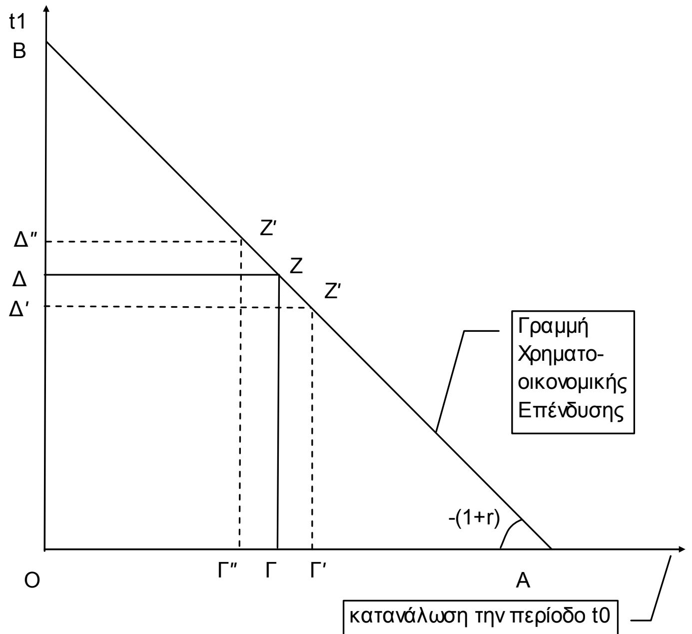
[11] Υπενθυμίζεται ότι η καμπύλη αδιαφορίας αποτελεί κεντρική έννοια της οικονομικής θεωρίας απαραίτητη για την παραγωγή των καμπυλών ζήτησης. Οι καμπύλες αδιαφορίας είναι κοίλες προς την αρχή των αξόνων υποδεικνύοντας φθίνουσα οριακή απόδοση. Κάθε καμπύλη αδιαφορίας προς τα δεξιά και επάνω δίνει μεγαλύτερο επίπεδο χρησιμότητας από την προηγούμενη (τακτική χρησιμότητα).

επενδυτή καθώς η διαχρονική αξία του χρήματος μεγαλώνει για κάθε ευρώ που αποσπά από κατανάλωση ενω την ίδια στιγμή η οριακή απόδοση των επενδυτικών ευκαιριών μειώνεται. Πρόκειται λοιπόν για σημείο ισορροπίας.

Εισαγωγή της κεφαλαιαγοράς στο υπόδειγμα

Η διαχρονική αξία του χρήματος προκύπτει, όπως εξηγήθηκε, από το γεγονός ότι ο ιδιοκτήτης μιας επιχείρησης μπορεί να επενδύσει μέρος των χρημάτων που προορίζονται για κατανάλωση, αποκομίζοντας μεγαλύτερο ποσό μετά την πάροδο ενός έτους. Αν υποθέσουμε τώρα, σε μιά προσπάθεια προσέγγισης της πραγματικότητας, ότι εκτός από τη φυσική επένδυση, υπάρχει και η κεφαλαιαγορά, στην οποία μπορεί κάποιος να δανειστεί και να δανείσει με συγκεκριμένο επιτόκιο, τότε εισάγεται και ένας επιπλέον λόγος που δίνει στο χρήμα διαχρονική αξία.

Η αναίρεση της τρίτης από τις αρχικές υποθέσεις του υποδείγματος και η ύπαρξη τέλειας κεφαλαιαγοράς[12] με ένα και μοναδικό επιτόκιο (το ίδιο στην περίπτωση καταθέσεων και δανεισμού) δίνει τη δυνατότητα στην επιχείρηση να παίρνει αποφάσεις κατανάλωσης-επένδυσης και να τις υλοποιεί μέσω καταθέσεων ή δανεισμού, όπως φαίνεται στο διάγραμμα μιάς περιόδου.



Διάγραμμα 3. Γραμμή Χρηματο-οικονομικής Επένδυσης

Αν υποτεθεί ότι ένας επενδυτής βρίσκεται στο σημείο Ζ, δηλαδή διαθέτει για κατανάλωση ποσό ΟΓ και για επένδυση (κατανάλωση την επόμενη χρονιά)

[12] Η αγορά στην οποία κάθενας μπορεί να δανειστεί ή να δανείσει όσα χρήματα επιθυμεί (αρκεί να έχει τη δυνατότητα να τα επιστρέψει) στο ίδιο επιτόκιο. Δεν υφίστανται κόστη συναλλαγών, κανείς επενδυτής ή όμιλος επενδυτών δεν ελέγχει την αγορά, ενώ η πληροφορία είναι ελεύθερα διαθέσιμη.

ποσό ΟΔ. Η κεφαλαιαγορά μπορεί να αναπαρασταθεί με μια ευθεία γραμμή, ΑΒ, που περνά από το σημείο Ζ και έχει κλίση –(1+*r*) όπου *r* είναι το επιτόκιο της τέλειας κεφαλαιαγοράς. Η γραμμή αυτή ονομάζεται γραμμή χρηματο-οικονομικής επένδυσης (ΓΧΕ) [13]. Ο επενδυτής μπορεί να κινηθεί προς τα κάτω και δεξιά στη ΓΧΕ στο σημείο Ζ΄, να δανειστεί δηλαδή από την κεφαλαιαγορά ποσό ΓΓ΄ και να πληρώσει μετά από ένα έτος μαζί με τον τόκο το ποσό ΔΔ΄, δηλαδή να μειώσει την προβλεπόμενη στο σημείο Ζ κατανάλωση τους έτους 1 από ΟΔ σε ΟΔ΄. *(Ποιό είναι το μέγιστο ποσό που μπορεί να δανειστεί σήμερα ο επενδυτής;)* Η κίνηση προς τα πάνω και αριστερά στη ΓΧΕ υποδεικνύει ότι η επιχείρηση διατίθεται να καταναλώσει λιγότερο από τη δυνατότητα της στην παρούσα περίοδο, και δανείζει την τράπεζα (καταθέτει) με σκοπό να έχει διαθέσιμο το ποσό με τους τόκους για κατανάλωση μετά ένα χρόνο.

Το θεώρημα διαχωρισμού.

Αν παρουσιάσουμε και τις δύο γραμμές, ΓΦΕ και ΓΧΕ, στο ίδιο διάγραμμα (διάγραμμα 4), θα μπορέσουμε να εξετάσουμε πως η απόφαση για φυσική επένδυση συνδυάζεται με αποφάσεις σχετικά με καταθέσεις ή με δανεισμό από το χρηματοπιστωτικό σύστημα έτσι ώστε ο επενδυτής να καταφέρει να βρεθεί στην υψηλότερη δυνατή καμπύλη αδιαφορίας, βελτιστοποιώντας την κατανάλωση του για την περίοδο ενός έτους και μεγιστοποιώντας τη χρησιμότητα του.

Ο κανόνας για τον προσδιορισμό του ύψους της επένδυσης διαμορφώνεται ως εξής : *Η επιχείρηση αναλαμβάνει φυσικές επενδύσεις έως ότου η απόδοση από την οριακή (φυσική) επένδυση εξισωθεί με το επιτόκιο της τέλειας κεφαλαιαγοράς*. Η απόφαση αυτή συνεπάγεται μια συγκεκριμένη κατανομή μερισμάτων στους μετόχους. Στη συνέχεια οι μέτοχοι θα αποφασίσουν αν θέλουν να χρησιμοποιήσουν το εισόδημα από μερίσματα για κατανάλωση ή για επένδυση, ο καθένας εξ αυτών ανάλογα με τις προτιμήσεις του (μορφή των καμπυλών αδιαφορίας του). Συγκεκριμένα οι μέτοχοι θα χρησιμοποιήσουν την κεφαλαιαγορά για να καταθέσουν (τα χρήματα που δε θέλουν να καταναλώσουν) ή να δανειστούν (για να καταναλώσουν περισσότερο από αυτό που τους επιτρέπει το εισόδημα τους στην παρούσα περίοδο) μέχρι οι ατομικές οριακές διαχρονικές αξίες του χρήματος θα εξισωθούν με το ισχύον τραπεζικό επιτόκιο.

Πρέπει να σημειωθεί ότι η εισαγωγή της κεφαλαιαγοράς στην ανάλυση επιτρέπει να διαχωριστεί η απόφαση για το επίπεδο των φυσικών επενδύσεων από τις προτιμήσεις των μετόχων. Πλέον το άριστο σημείο βρίσκεται από την επαφή της ΓΦΕ και της ΓΧΕ, ενώ πριν το προσδιορίζαμε ως σημείο επαφής της ΓΦΕ και της υψηλότερης καμπύλης αδιαφορίας. Αυτή η παρατήρηση είναι γνωστή ως το *θεώρημα διαχωρισμού του Hirshleifer*[14], καθώς η απόφαση για

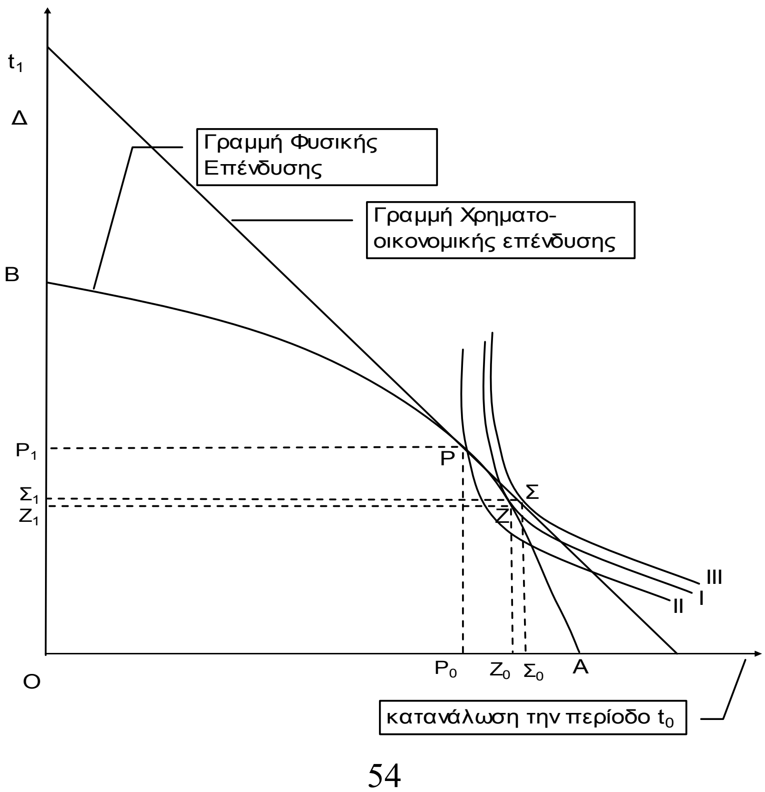
[13] Στην αγγλική βιβλιογραφία Financial Investment Line (FIL)

[14] J.Hirshleifer, ibid.

επένδυση διαχωρίζεται από τις ατομικές προτιμήσεις των μετόχων. Ετσι, οι μάνατζερς διασφαλίζουν την πλέον αποτελεσματική χρήση των πόρων και, στη συνέχεια, ο κάθε μέτοχος συνδυάζει τις καμπύλες αδιαφορίας του με την κεφαλαιαγορά για να προσδιορίσει το επίπεδο κατανάλωσης του την παρούσα περίοδο.

Γραφική επαγωγή του κανόνα απόφασης

Στην περίπτωση επιχείρησης με ένα μέτοχο, όταν η αξία των μερισμάτων το έτος 0 είναι ΟΑ, ξέρουμε ότι, απουσία κεφαλαιαγοράς, η επιχείρηση θα επενδύσει AZ_0 αναλαμβάνοντας φυσικές επενδύσεις έως το σημείο Ζ της γραμμής φυσικής επένδυσης, όπου η ΓΦΕ εφάπτεται με την καμπύλη αδιαφορίας του μετόχου. Ετσι ο μέτοχος θα λάβει μέρισμα OZ_0 για την τρέχουσα και OZ_1 για την επόμενη περίοδο. Αυτή η κατανομή της κατανάλωσης μεταξύ τρέχουσας και επόμενης περιόδου τον τοποθετεί στο υψηλότερο δυνατό επίπεδο χρησιμότητας (καμπύλη αδιαφορίας Ι).
Με την εισαγωγή στην ανάλυση της Γραμμής Χρηματο-οικονομικής Επένδυσης, η επιχείρηση αναλαμβάνει τώρα επενδύσεις μέχρι το σημείο Ρ τοποθετώντας τον μέτοχο στην υψηλότερη δυνατή ΓΧΕ. Συγκεκριμένα, συνεχίζει να αναλαμβάνει επενδύσεις πέραν του Ζ έως ότου η οριακή απόδοση φυσικής επένδυσης μειωθεί τόσο ώστε να φτάσει στο επίπεδο του τραπεζικού επιτοκίου (κλίση της ΓΧΕ). Αυτό συμβαίνει στο σημείο Ρ όπου η ΓΧΕ εφάπτεται στη ΓΦΕ και η συνολική επένδυση είναι AP_1. Τώρα τα μερίσματα του μετόχου κατανέμονται διαφορετικά και λαμβάνει OP_0 φέτος και OP_1 σε ένα έτος. Κατά συνέπεια σε ότι αφορά την παρούσα περίοδο η επιχείρηση δίνει λιγότερα μερίσματα (OP_0 έναντι OZ_0) ενώ επενδύει περισσότερο (AP_1 έναντι AZ_1) και αναμένει υψηλότερες αποδόσεις (OP_1 έναντι OZ_1).



Διάγραμμα 4. Χρήση της κεφαλαιαγοράς από τους μετόχους.

Αντίθετα με την περίπτωση μη ύπαρξης κεφαλαιαγοράς, τώρα ο μέτοχος δεν είναι υποχρεωμένος να αποδεχτεί την κατανομή που αποφασίστηκε από την επιχείρηση (μάνατζερς). Εχει τη δυνατότητα να καταθέσει ή να δανειστεί από τις τράπεζες για να κατανείμει διαχρονικά την κατανάλωση σύμφωνα με τις προτιμήσεις του. Εχει δε σοβαρό λόγο να μην αποδεχτεί την κατανομή που του προτείνει το μάνατζμεντ διότι το σημείο Ρ βρίσκεται σε χαμηλότερο επίπεδο χρησιμότητας (καμπύλη αδιαφορίας ΙΙ) από εκείνο στο οποίο βρισκόταν προηγουμένως (σημείο Ζ στην καμπύλη αδιαφορίας Ι).

Ο μέτοχος λοιπόν χρησιμοποιεί την κεφαλαιαγορά για να καταθέσει ή να δανειστεί από τις τράπεζες (ανάλογα με τις προτιμήσεις του για λιγότερη ή περισσότερη κατανάλωση αντίστοιχα στην παρούσα περίοδο) μέχρις ότου η οριακή διαχρονική αξία του χρήματος (που ισούται με την εφαπτομένη της καμπύλης αδιαφορίας του) εξισωθεί με το επιτόκιο της κεφαλαιαγοράς. Στην προκειμένη περίπτωση δανείζεται ως το σημείο όπου η ΓΧΕ εφάπτεται σε κάποια καμπύλη αδιαφορίας του μετόχου. Στο διάγραμμα 4, ο μέτοχος μετακινείται από το σημείο Ρ στο σημείο Σ που ανήκει στην καμπύλη αδιαφορίας ΙΙΙ, η οποία υποδεικνύει υψηλότερο επίπεδο χρησιμότητας από τις δύο προηγούμενες. Τώρα, η συνολική κατανάλωση του μετόχου κατανέμεται στην παρούσα περίοδο με ποσό $ΟΣ_0$ και για την επόμενη σε $ΟΣ_1$. Πράγματι, και σε απόλυτες τιμές, ο μέτοχος έχει μεγαλύτερο ποσό διαθέσιμο για κατανάλωση, τόσο την παρούσα περίοδο ($ΟΣ_0$ έναντι $ΟΖ_0$) όσο και την επόμενη ($ΟΣ_1$ έναντι $ΟΖ_1$).

Αυτό που συνέβη στην πράξη είναι ότι ο μάνατζερ βλέποντας το σημείο προτίμησης του μετόχου (Ζ) του πρότεινε να μη διανεμηθούν μερίσματα ίσα με $Ζ_0Ρ_0$ ποσό το οποίο η επιχείρηση θα επενδύσει, γνωρίζοντας ότι η επένδυση θα αποδώσει ποσό ίσο με $Ρ_1Ζ_1$ την επόμενη χρονιά. Ο μέτοχος, γνωρίζοντας με τη σειρά του το τραπεζικό επιτόκιο, υπολογίζει ότι μπορεί να πάρει δάνειο από την τράπεζα ίσο με $Σ_0Ρ_0$ (για κατανάλωση την παρούσα περίοδο) αν επιστρέψει σε ένα χρόνο ποσό ίσο με (1+r) επί $Σ_0Ρ_0$. Από το διάγραμμα 4 παρατηρούμε ότι, το ποσό που πρέπει να πληρώσει στην τράπεζα την περίοδο 1 είναι ίσο με $Σ_1Ρ_1$ που είναι μικρότερο από $Ζ_1Ρ_1$ που θα εισπράξει ως μέρισμα λόγω της απόδοσης της επένδυσης.

Οταν το σημείο επαφής της γραμμής χρηματο-οικονομικής επένδυσης με την καμπύλη αδιαφορίας του μετόχου συμπίπτει με το σημείο επαφής της γραμμής φυσικής επένδυσης με την ίδια καμπύλη αδιαφορίας τότε η απόφαση του μετόχου σχετικά με την κατανομή κατανάλωσης στο χρόνο ταυτίζεται με εκείνη της επιχείρησης, και έτσι ο μέτοχος δεν καταφεύγει στην κεφαλαιαγορά. Αν το σημείο επαφής της γραμμής χρηματο-οικονομικής επένδυσης με την καμπύλη αδιαφορίας του μετόχου βρίσκεται στο διάστημα

ΡΔ αυτό σημαίνει ότι ο μέτοχος σκοπεύει να καταναλώσει λιγότερο από αυτό που του επιτρέπουν τα μερίσματα της τρέχουσας περιόδου, επομένως δανείζει την τράπεζα (καταθέσεις).

Συμπεράσματα

Η παρουσίαση του παραπάνω υποδείγματος είναι σημαντική όχι μόνο για να τονιστεί η διαχρονική αξία του χρήματος, αλλά και ως εισαγωγή στη χρηματο-οικονομική διαχείριση γενικότερα. Είχαμε αναφέρει ότι ο αντικειμενικός στόχος της επιχείρησης είναι να μεγιστοποιήσει τον πλούτο των μετόχων, το οποίο επιτυγχάνεται με τη μεγιστοποίηση των μερισμάτων στο χρόνο. Το θεώρημα του διαχωρισμού εξηγεί ότι αυτό δεν είναι παρά το πρώτο στάδιο σε μια διαδικασία δύο σταδίων, διότι στη συνέχεια ο μέτοχος χρησιμοποιεί την κεφαλαιαγορά για να προσαρμόσει τη χρονική ροή των μερισμάτων στο επιθυμητό γι αυτόν σχέδιο κατανάλωσης.

Η προσεκτική ανάγνωση του υποδείγματος μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι απαιτείται μια τεχνική (κριτήριο) αξιολόγησης επενδύσεων που να εξασφαλίζει ότι η επιχείρηση θα αναλάβει φυσικές επενδύσεις μέχρι η απόδοση από την οριακή επένδυση να εξισωθεί με το επιτόκιο της τέλειας κεφαλαιαγοράς, κατά συνέπεια και η απόδοση κάθε μιας από τις επενδύσεις που είναι διαθετειμένη να αναλάβει η επιχείρηση δεν είναι μικρότερη από το τραπεζικό επιτόκιο.

Ερωτήσεις

1. Γιατί η διαχρονική αξία του χρήματος αυξάνεται καθώς το άτομο αναλαμβάνει περισσότερες επενδύσεις ;
2. Τι αντιπροσωπεύει η γραμμή φυσικής επένδυσης ;
3. Τι προσδιορίζει την κλίση της γραμμής φυσικής επένδυσης ;
4. Τι είναι καμπύλη αδιαφορίας ;
5. Σε μια επιχείρηση ενός και μοναδικού μετόχου πως αποφασίζεται το επίπεδο επένδυσης κεφαλαίων ;
6. Αν κάποιος μέτοχος θέλει να δανείσει χρήματα την τρέχουσα περίοδο, προς ποιά κατεύθυνση κινείται στη γραμμή χρηματο-οικονομικής επένδυσης ;
7. Αναφέρετε τον κανόνα δύο βημάτων που προκύπτει από το θεώρημα διαχωρισμού του Hirshleifer.
8. Ποιές είναι οι τέσσερεις κύριες υποθέσεις του υποδείγματος Επένδυσης Κατανάλωσης μιας περιόδου ;

9. Αν η προσωπική σας οριακή διαχρονική αξία του χρήματος ήταν μικρότερη από το τρέχον επιτόκιο, θα δανείζατε ή θα δανειζόσασταν ;

6.2 Διαφάνειες Μαθήματος

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΣΥΝΑΛΛΑΓΩΝ

MATHEMATICS OF FINANCE

MATHEMATIQUES FINANCIERES

- **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΙΣΤΕΩΣ**
- **ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΙΣΤΕΩΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗ	1. Απλή Κεφαλαιοποίηση
ΚΑΙ	2. Σύνθετη Κεφαλαιοποίηση
ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΣΗ	3. Συνεχής Κεφαλαιοποίηση
ΧΡΗΜΑΤΙΚΕΣ ΡΟΕΣ	4. Ράντες
ΔΑΝΕΙΑ	4. Αποσβέσεις ενιαίων δάνειων

ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗ & ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΣΗ

ΟΡΟΛΟΓΙΑ

Κεφάλαιο

Είναι κάθε αγαθό που εκφράζεται σε νομισματικές μονάδες και έχει παραγωγική ικανότητα.

Χρόνος

Είναι η χρονική διάρκεια κατά την οποία το κεφάλαιο είναι παραγωγικό.

Τόκος

Η αύξηση του κεφαλαίου που οφείλεται στην παραγωγική του ικανότητα.

Η ενσωμάτωση του τόκου στο κεφάλαιο, λέγεται *κεφαλαιοποίηση των τόκων*.

Επιτόκιο

Είναι ο τόκος μιας νομισματικής μονάδας(π.ρεωλιας δραχμής) στη μονάδα του χρόνου.

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗΣ

Απλή κεφαλαιοποίηση (Simple Interest):
Όταν ο τόκος υπολογίζεται στο τέλος ολόκληρου του χρόνου κατά τον οποίο το κεφάλαιο είναι παραγωγικό.

Σύνθετη κεφαλαιοποίηση ή ανατοκισμός (Compound Interest):
Όταν ο τόκος υπολογίζεται και προστίθεται στο κεφάλαιο (κεφαλαιοποιείται) στο τέλος κάθε χρονικής περιόδου, π.χ. κάθε έτους, κάθε εξαμήνου, κ.λπ.

Συνεχής κεφαλαιοποίηση (Continuous Compounding):
Όπως η σύνθετη, αλλά στη συνεχή ο τόκος ενσωματώνεται στο κεφάλαιο με απειροελάχιστη περίοδο ανατοκισμού, δηλ. συνεχώς.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΚΟΥ ΚΑΙ ΥΨΟΥΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

$$I = C\,i\,t$$

$$C_t = C + C\,i\,t = C\,(1 + i\,t)$$

όπου
- I = ο τόκος (interest)
- PV, C = το κεφάλαιο (Principal / Present Value)
- t = ο χρόνος κεφαλαιοποίησης (time)
- i = το επιτόκιο (interest rate)
- FV, C_t = το ύψος του κεφαλαίου στο τέλος του χρόνου της κεφαλαιοποίησης (Future Value / Amount)

<u>ΠΡΟΣΟΧΗ</u>! Ο χρόνος και το επιτόκιο πρέπει να εκφράζονται <u>ΠΑΝΤΑ</u> στην ίδια χρονική μονάδα για να λειτουργήσουν οι τύποι. Πχ ετήσιο επιτόκιο και χρόνος μετρούμενος σε έτη, τριμηνιαίο επιτόκιο και χρόνος μετρούμενος σε τρίμηνα, κλπ.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΠΛΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗΣ

Μια τράπεζα πληρώνει 8% στους λογαριασμούς ταμιευτηρίου και κεφαλαιοποιεί τους τόκους κάθε τέλος ημερολογιακού τριμήνου. Πόσος τόκος θα προστεθεί στις 30 Ιουνίου στο κεφάλαιο κάποιου που κατέθεσε 100 EUR την 1η Ιανουαρίου;

$$I = 100\,(1 + 0{,}08 \cdot \tfrac{1}{4}) \times 0{,}08 \cdot \tfrac{1}{4} = 2{,}04 \text{ EUR}$$

Για την αγορά ενός σπιτιού συνάπτεται δάνειο 50 χιλ EUR με επιτόκιο 12%. Το δάνειο αποπληρώνεται σε 30 χρόνια με μηνιαίες δόσεις των 514,310 EUR. Πόσος είναι ο τόκος του πρώτου μήνα και πόσο το χρεωλύσιο;

Σημ.: Ο τόκος της κάθε δόσης υπολογίζεται επί του υπολοίπου ανεξόφλητου χρέους και το χρεωλύσιο X = (δόση – τόκος).

$$I = 50.000 \times 0{,}12 \times 1/12 = 500 \text{ EUR}$$

$$X = 514{,}310 - 500 = 14{,}310 \text{ EUR}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΠΛΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗΣ

Το ετήσιο επιτόκιο μιας Κτηματικής Τράπεζας είναι 5½ %. Κάποιος τοποθετεί στην τράπεζα την 1η Ιανουαρίου 400 EUR, την 1η Μαρτίου 300 EUR και την 1η Ιουνίου 240 EUR Ποιο ποσό θα συσσωρευθεί στις 30 Ιουνίου;

$$400 \times 1/2 \times 0{,}055 = 11 \text{ EUR}$$

$$300 \times 1/3 \times 0{,}055 = 5{,}5 \text{ EUR}$$

$$240 \times 1/12 \times 0{,}055 = 1{,}1 \text{ EUR}$$

Άρα το ποσό που θα συσσωρευθεί θα είναι

$$400 + 300 + 240 + 11 + 5{,}5 + 1{,}1 = 957{,}6 \text{ EUR}$$

ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ (Present Value)

$$\boxed{PV = FV / (1 + i\,t)}$$

Για να συγκριθούν δύο ή περισσότερα ποσά που πληρώνονται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές πρέπει να "αναχθούν" σε ισοδύναμες αξίες στο ίδιο χρονικό σημείο, επειδή τότε μόνο είναι συγκρίσιμα και κατ' επέκταση μπορούν να προστεθούν ή να αφαιρεθούν μεταξύ τους.

Συνηθίζεται να χρησιμοποιείται το ***παρόν*** σαν κοινό σημείο αναφοράς (οπότε μιλάμε για την παρούσα αξία των ποσών).

Π.χ. Μια επένδυση 300 EUR αποφέρει 10 EUR σε 6 μήνες. Να εξετασθεί η ανάληψή της αν το επιτόκιο είναι (α) 5%, (β) 10%.

Απ. (α) $PV = 310 / (1 + ½\ 0{,}05) = 302{,}4 > 300$

(β) $PV = 310 / (1 + ½\ 0{,}10) = 295{,}2 < 300$

ΜΕΣΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ

Αν τα κεφάλαια	$C_1, C_2, C_3, \ldots, C_n$
τοκίζονται για χρόνους	$t_1, t_2, t_3, \ldots, t_n$
με αντίστοιχα επιτόκια	$i_1, i_2, i_3, \ldots, i_n$
και άθροισμα τελικών αξιών =	$\Sigma C_j (1 + t_j i_j)$,

... μέσο επιτόκιο i είναι εκείνο το επιτόκιο που τοκίζει τα κεφάλαια C_j κατά τους ίδιους χρόνους t_j και δίνει ίδιο άθροισμα τελικών αξιών:

$$\Sigma C_j (1 + t_j i_j) = \Sigma C_j (1 + t_j i)$$

Αν οι χρόνοι είναι όλοι ίδιοι μεταξύ τους,

$$\Sigma C_j (1 + t\, i_j) = \Sigma C_j (1 + t\, i)$$
$$i = \Sigma i_j C_j / \Sigma C_j$$

δηλαδή, το μέσο επιτόκιο είναι ίσο με τον μέσο σταθμικό των i_j

Αν τα κεφάλαια είναι όλα ίσα, το μέσο επιτόκιο ισούται με τον απλό μέσο των επιτοκίων i_j

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Κατά το τελευταίο εξάμηνο, μια εταιρία είχε δανειστεί από την τράπεζα Πίστεως 200 EUR, από την Ιονική 600 EUR και από την Barclays 400 EUR. Αν τα αντίστοιχα ετήσια επιτόκια ήταν 8%, 6% και 10%, ποιο ήταν το μέσο επιτόκιο δανεισμού της εταιρίας;

Επειδή οι χρόνοι δανεισμού είναι ίσοι μεταξύ τους, χρησιμοποιείται ό τύπος

$$i = \Sigma\, i_j C_j / \Sigma\, C_j$$

Ο οποίος δίνει…

$$i = (200 \text{ x } 0{,}08 + 600 \text{ x } 0{,}06 + 400 \text{ x } 0{,}10\,) / 1.200 = 7{,}67\%$$

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ (Equation of value) - 1

Πολλές φορές δημιουργείται η ανάγκη αντικατάστασης τίτλων με άλλους, οπότε εμφανίζεται το πρόβλημα της ισοδυναμίας των παλαιών με τους νέους τίτλους *(εξίσωση ισοδυναμίας)*. Επειδή οι ημερομηνίες λήξης των διαφόρων τίτλων είναι γενικά διαφορετικές, η ισοδυναμία υπολογίζεται σε ένα χρονικό σημείο το οποίο λέγεται *εποχή ισοδυναμίας (focal date)*. Αυτό μπορεί να είναι η ημερομηνία κατά την οποία γίνεται η αντικατάσταση των τίτλων ή κάποια άλλη ημερομηνία.

Κατά τον προσδιορισμό της εξίσωσης ισοδυναμίας χρησιμοποιούνται οι τύποι της *κεφαλαιοποίησης* για όσους τίτλους έχουν λήξη πρίν από την εποχή ισοδυναμίας και οι τύποι της *προεξόφλησης* για τους τίτλους που λήγουν μετά την εποχή ισοδυναμίας.

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ (Equation of value) - 2

Η εξίσωση ισοδυναμίας εκφράζει την αρχή ότι το άθροισμα των αξιών των νέων τίτλων κατά την εποχή ισοδυναμίας πρέπει να είναι ίσο με το άθροισμα των αξιών των παλαιών κατά την ίδια ημερομηνία.

Αν θεωρήσουμε ότι οι χρόνοι μετά την εποχή ισοδυναμίας είναι θετικοί και οι χρόνοι πριν από αυτήν είναι αρνητικοί, τότε η εξίσωση ισοδυναμίας των τίτλων παίρνει την απλή μορφή:

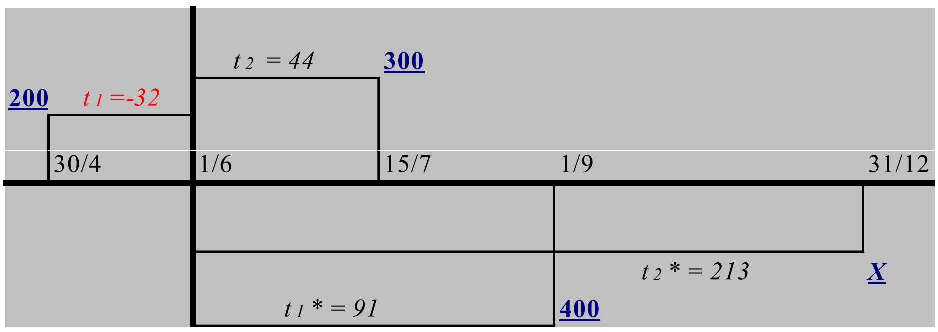
$$\boxed{\sum_j FV_j(1-d\,t_j)=\sum_k FV_k^*(1-d\,t_k^*)}$$

όπου ο αστερίσκος (*) σημειώνει τους νέους τίτλους και χρόνους.

Ας σημειωθεί ότι οι χρόνοι t είναι <u>*χρονικές διάρκειες*</u>, θετικές ή αρνητικές, ανάλογα αν η αντίστοιχη λήξη βρίσκεται μετά ή πριν από την εποχή ισοδυναμίας.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑΣ

Σήμερα 1/6 (πρώτη Ιουνίου) αντικαθίστανται δύο τίτλοι (200 EUR, λήξης 30/4 και 300 EUR, λήξης 15/7) με δύο νέους (400 EUR, λήξης 1/9 και ένα δεύτερο λήξης 31/12). Να βρεθεί η ονομαστική αξία του δεύτερου νέου τίτλου αν το επιτόκιο είναι ίσο με 12%.



Εφαρμόζοντας την εξίσωση ισοδυναμίας, <u>με εποχή ισοδυναμίας την 1/6...</u>

200(1 - 0,12 x (-32)/360)+ 300(1-0,12 x 44 /360) =

*400 (1-0,12 x 91/360) + **X** (1-0,12 x 213 /360)*

Από την οποία ... <u>***X** = 118,26 EUR*</u>

ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΜΕ ΕΝΑ ΜΟΝΟ ΤΙΤΛΟ

Όταν η αντικατάσταση των παλαιών τίτλων γίνεται με ένα μόνο τίτλο, τότε η εξίσωση ισοδυναμίας απλοποιείται:

$$\boxed{\sum_j FV_j(1-d\,t_j) = FV^*(1-d\,t^*)}$$

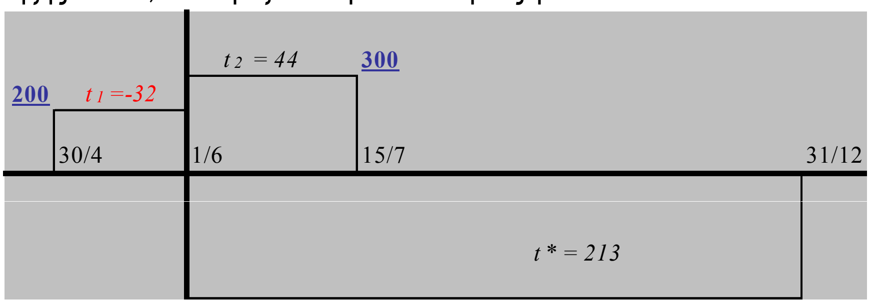
Ο τίτλος *C** ονομάζεται *<u>ενιαίος τίτλος</u>* και η αξία του *<u>ενιαίο κεφάλαιο</u>*.
Επίσης, η ημερομηνία λήξης του ενιαίου τίτλου ονομάζεται *<u>κοινή λήξη</u>*.

Αν ως εποχή ισοδυναμίας θεωρηθεί η κοινή λήξη, τότε η εξίσωση γίνεται:

$$\boxed{\sum_j FV_j(1-d\,(t_j-t^*)) = FV^*}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΜΕ ΕΝΑ ΤΙΤΛΟ

Στο προηγούμενο παράδειγμα, αν οι παλαιοί τίτλοι αντικαθίστανται με ένα μόνο τίτλο λήξης 31/12, τότε η εξίσωση ισοδυναμίας γίνεται



$$200(1 - 0{,}12 \times (-32)/360) + 300(1-0{,}12 \times 44/360) = (FV^*)(1-0{,}12 \times 213/360)$$

από την οποία ... <u>FV^* = 536 EUR</u>

Αν ως εποχή ισοδυναμίας ληφθεί η κοινή λήξη, τότε:

$$200(1 - 0{,}12/360 \times (-245)) + 300(1-0{,}12/360 \times (-169)) = FV^*$$

από την οποία ... <u>FV^* = 533 EUR</u>

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΠΛΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗΣ

Η Τράπεζα **Ε** προεξοφλεί μια επιταγή 5 εκ. EUR, 90 ημέρες πριν από τη λήξη της. Αν το επιτόκιο προεξόφλησης d=7%, ποιο ποσό πλήρωσε στον κομιστή;

Απ.: D = 5.000.000 x 0,07 x 90/360 = 87.500,

Ποσό = 5.000.000 – 87.500 = **4.912.500** EUR

57 ημέρες πρίν από τη λήξη της επιταγής, η **Ε** την προεξοφλεί με τη σειρά της, με επιτόκιο d=6,95%. Ποιο ποσό θα εισπράξει;

Απ.: D = 5.000.000 x 0,0695 x 57/360 = 55.020,83,

Ποσό = 5.000.000 – 55.020,83 = **4.944.979,17** EUR

Τι αποδοτικότητα είχε η επιταγή όσο ήταν στα χέρια της **Ε**;

Απ.: I = 4.944.979,17 - 4.912.500 = 32.479,17

32.479,17 = 4.912.500 x i x 33/360 => **i = 7,21%**

Θα συνέφερε τη **Ε** να κρατήσει την επιταγή μέχρι τη λήξη της;

Απ.: Η αποδοτικότητα της επιταγής στα χέρια της **Ε** για 90 ημέρες θα ήταν:

87.500 = 4.912.500 x i x 90/360 => **i = 7,12%**

Το i αυτό μπορεί να συγκριθεί με την αναμενόμενη αποδοτικότητα από τις εναλλακτικές τοποθετήσεις της.

ΜΕΣΗ ΛΗΞΗ ΤΙΤΛΩΝ

Αν στην αντικατάσταση με ένα μόνο τίτλο, η ονομαστική αξία του νέου τίτλου είναι ίση με το άθροισμα των ονομαστικών αξιών των παλαιών τίτλων, τότε ο χρόνος λήξης του νέου τίτλου λέγεται *μέση λήξη* των τίτλων και βρίσκεται από τον τύπο:

$$t^* = \frac{\sum_j FV_j t_j}{\sum_j FV_j}$$

Δηλαδή η λήξη του νέου τίτλου τοποθετείται σε χρόνο ίσο με τον μέσο σταθμικό των χρόνων t_j

Η μέση λήξη δύο γραμματίων ον. αξίας 100 και 200 EUR που λήγουν σε 90 και 120 μέρες αντίστοιχα είναι:

t = (100 x 90 + 200 x 120) / 300 = 110 ημέρες από σήμερα*

Και η αξία του ενιαίου τίτλου είναι το άθροισμα των δύο αξιών, δηλ. 300 EUR

Σημ. Όταν οι παλαιοί τίτλοι είναι τα εισπρακτέα (πληρωτέα) γραμμάτια μιας εταιρίας, τότε η μέση λήξη τους είναι ίση και με τις ***Μέσες Ημέρες Είσπραξης (Πληρωμής)***.

ΣΥΝΘΕΤΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗ

ΣΥΝΘΕΤΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗ ή ΑΝΑΤΟΚΙΣΜΟΣ (Compound Interest)

Στο σύστημα της σύνθετης κεφαλαιοποίησης οι τόκοι ενσωματώνονται στο κεφάλαιο σε τακτά χρονικά διαστήματα και όχι αναγκαστικά στο τέλος του χρόνου τοκισμού, όπως γίνεται στην απλή κεφαλαιοποίηση.

Έτσι ένα αρχικό κεφάλαιο C, με ετήσιο ανατοκισμό γίνεται

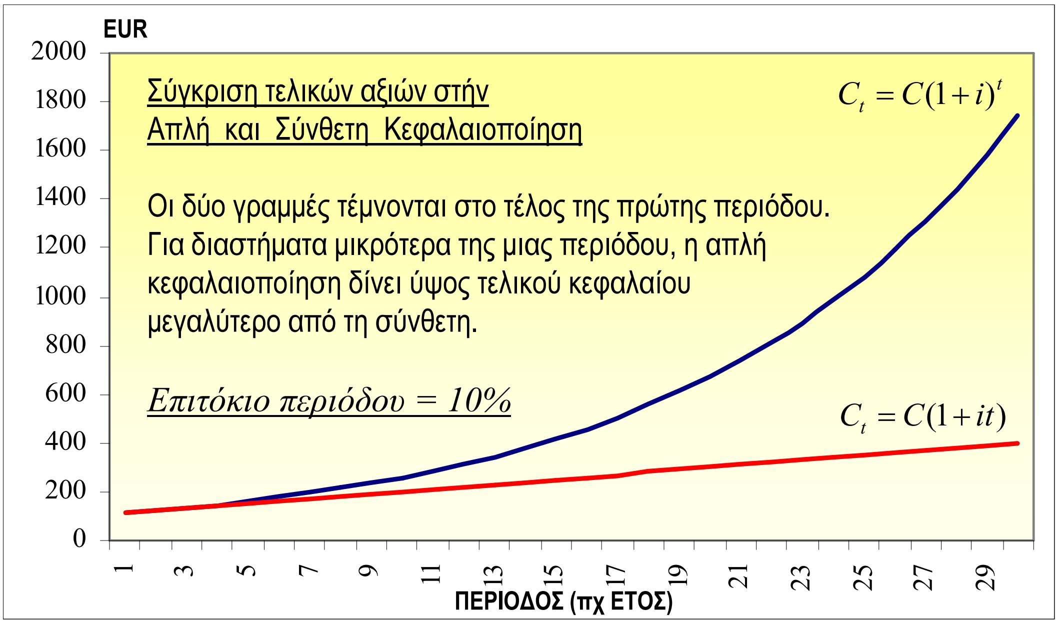
$$C_1 = C\,(1 + i)$$
$$C_2 = C_1\,(1 + i) = C\,(1 + i)^2$$
$$\ldots\ldots$$
$$C_t = C_{t-1}\,(1 + i) = C\,(1 + i)^t$$

και γενικά,

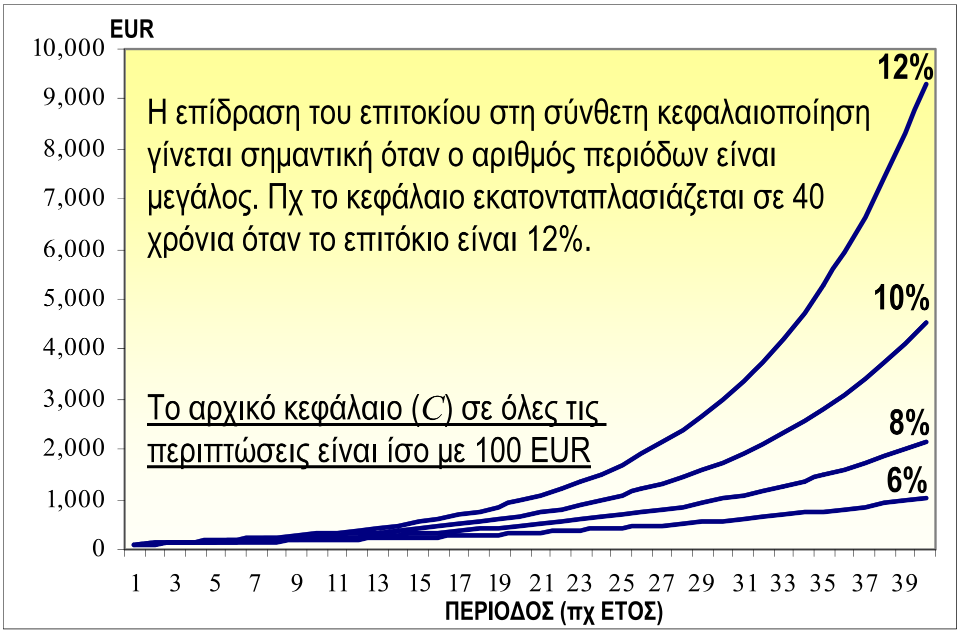
$$\boxed{C_t = C\,(1+\iota)^t}$$

Ο συντελεστής $(1 + i)^t$ λέγεται <u>συντελεστής της σύνθετης κεφαλαιοποίησης</u>. Πολλαπλασιάζει το αρχικό ποσό για να βρεθεί το ύψος του τελικού κεφαλαίου S.

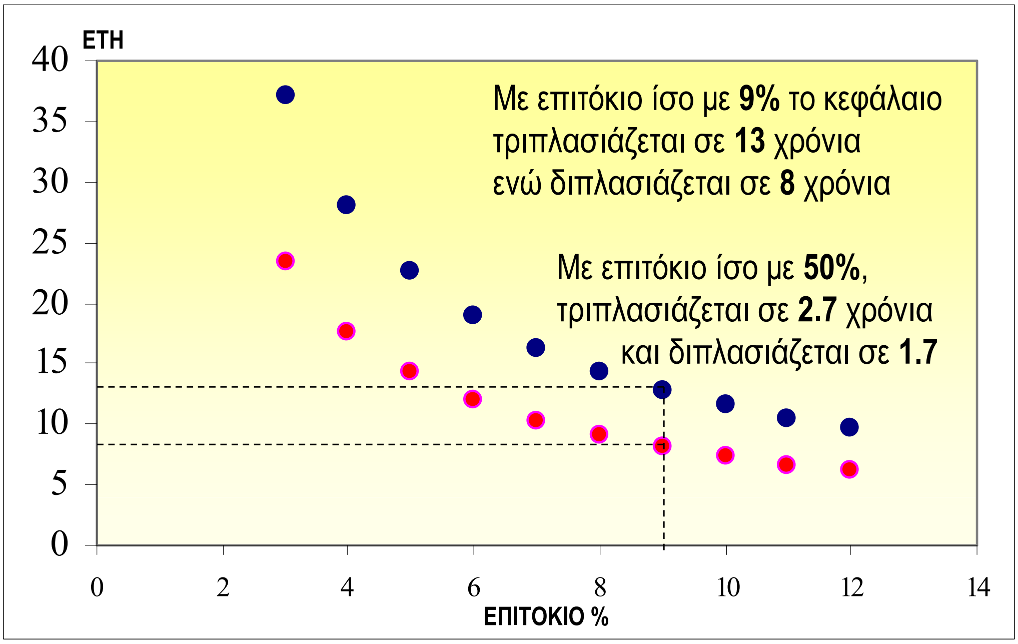
ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΑΠΛΗΣ & ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗΣ



Η ΣΥΝΘΕΤΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΕΠΙΤΟΚΙΑ



ΧΡΟΝΟΙ ΔΙΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΤΡΙΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ ΤΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ



ΣΥΝΘΕΤΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗ

Η χρήση της έννοιας του σύνθετου τόκου έχει κατά πολύ ξεπεράσει τα όρια της εφαρμογής στον υπολογισμό του τελικού κεφαλαίου των καταθέσεων στην τράπεζα. Η εκθετική αυτή καμπύλη εξέλιξης χρησιμοποιείται σήμερα από όλες τις επιχειρήσεις ανά τον κόσμο, κατά

- *την αξιολόγηση εναλλακτικών επενδυτικών σχεδίων,*
- *την κοστολόγηση της παραγωγής των αγαθών και υπηρεσιών,*
- *τον τακτικό & στρατηγικό προγραμματισμό των νέων δραστηριοτήτων,*
- *τη διαμόρφωση οικονομικών στόχων των επιχειρήσεων,*
- *τον υπολογισμό ύψους και αριθμού των δόσεων στους διακανονισμούς,*
- *την απόσβεση των δανείων,*
- *την αναγωγή διαχρονικών στοιχείων σε κοινή βάση σύγκρισης,*
- *κλπ*

ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΣΗ ΣΤΗ ΣΥΝΘΕΤΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗ

Η προεξόφληση στη σύνθετη κεφαλαιοποίηση είναι απλή. Η παρούσα αξία των κεφαλαίων βρίσκεται αν λυθεί ο τύπος της κεφαλαιοποίησης ως προς την παρούσα αξία PV.

$$\boxed{PV = FV(1+i)^{-t}}$$

Ο συντελεστής $(1 + i)^{-t}$ λέγεται <u>*συντελεστής προεξόφλησης*</u> της σύνθετης κεφαλαιοποίησης. Πολλαπλασιάζει το τελικό ύψος για να βρεθεί το αρχικό ποσό *PV*.

<u>*Παράδειγμα*</u>: Αν το επιτόκιο είναι 17%, ποιο ποσό έχει δημιουργήσει τελική αξία ίση με 900 EUR μετά από 14 χρόνια;

<u>*Απ.*</u>: $P = 900\ (1+ 0{,}17)^{-14} = 100$ *EUR*

Το προεξόφλημα στη σύνθετη κεφαλαιοποίηση βρίσκεται από τον τύπο:

$$\boxed{D = FV - PV = FV - FV(1+i)^{-t} = FV(1-(1+i)^{-t})}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Αν το επιτόκιο είναι 26%, σε πόσα χρόνια 10πλασιάζεται ένα ποσό;

<u>*Απ.*</u>: $t = \log 10 / \log(1+ 0{,}26) = 10$ *χρόνια*

Ποιο επιτόκιο 10πλασιάζει ένα ποσό σε 30 χρόνια;

<u>*Απ.*</u>: $i = (10)^{1/30} - 1 = 8\%$

Πόσες φορές μεγαλώνει ένα ποσό που τοκίζεται για 30 χρόνια με 30%;

<u>*Απ.*</u>: $FV/PV = (1+0{,}30)^{30} = 2.620$ *φορές*

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ ΕΠΙΤΟΚΙΩΝ

ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΟ (*nominal*) και ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ (*effective*) ΕΠΙΤΟΚΙΟ

Όταν ο ανατοκισμός γίνεται με συχνότητα διαφορετική από το χρόνο στον οποίο αναφέρεται το επιτόκιο (πχ m φορές το χρόνο) τότε το ετήσιο επιτόκιο σημειώνεται με το γράμμα j_m και λέγεται ονομαστικό. Το ισοδύναμο επιτόκιο υποπεριόδου είναι:

$$\boxed{i_m = j_m / m \quad \text{και} \quad j_m = m\, i_m}$$

όπου j_m είναι το ονομαστικό ετήσιο επιτόκιο και i_m το επιτόκιο της υποπεριόδου.

Πχ. άν το (ονομαστικό) ετήσιο επιτόκιο είναι j_4 =12%, που δηλώνει ότι η κεφαλαιοποίηση των τόκων γίνεται κάθε τρίμηνο, τότε για την εφαρμογή του τύπου της κεφαλαιοποίησης χρησιμοποιούμε j_4 / 4 = 3% και ως χρον. περίοδο το 3μηνο.

<u>*Πραγματικό ετήσιο επιτόκιο (i)*</u> λέγεται εκείνο το επιτόκιο που με ετήσιο ανατοκισμό, δημιουργεί τελική αξία του αρχικού κεφαλαίου ίση με αυτήν που δημιουργεί το ονομαστικό ανατοκιζόμενο m φορές το χρόνο.

Δηλαδή..

$$PV\,(1+i)^t = PV\,(1+i_m)^{mt} \quad \text{και} \quad (1+i) = (1+i_m)^m$$
$$i = (\,1+i_m)^m - 1$$
$$i_m = (\,1+i\,)^{1/m} - 1$$

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ ΕΠΙΤΟΚΙΩΝ

Η σχέση μεταξύ πραγματικού ετήσιου επιτοκίου και ονομαστικού συχνότητας m είναι:

$$\boxed{i = (\,1+j_m / m)^m - 1 \quad \text{και} \quad j_m = m\,[\,(\,1+i\,)^{1/m} - 1]}$$

Το πραγματικό επιτόκιο i είναι μεγαλύτερο του αντίστοιχου ονομαστικού. Γιατί;

$$\boxed{i > m\, i_m = j_m}$$

Όταν το επιτόκιο είναι j_m, το τελικό ύψος κεφαλαίου μετά από t έτη είναι:

$$\boxed{FV = PV\,(\,1+j_m/m\,)^{mt} = PV\,(\,1+i_m)^{mt}}$$

ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΑΝΑΤΟΚΙΣΜΟΥ

Ονομαστικό επιτόκιο:	10%	Ετήσιος τόκος κεφαλαίου(EUR)	Ισοδύναμο πραγματικό ετήσιο επιτόκιο
ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗ	m	1000	i
Ετήσια	1	100,00	10,00%
Εξαμηνιαία	2	102,50	10,25%
Τριμηνιαία	4	103,81	10,38%
Μηνιαία	12	104,71	10,47%
Εβδομαδιαία	52	105,06	10,51%
Ημερήσια	365	105,16	10,52%
Ωριαία	8.760	105,17	10,52%

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ-1

Κάποιος χρωστάει 200EUR πληρωτέα σε ένα χρόνο και 300EUR πληρωτέα σε δύο χρόνια και θέλει να εξοφλήσει πληρώνοντας μετρητοίς σήμερα. Αν θεωρηθεί εξαμηνιαία κεφαλαιοποίηση με επιτόκιο $j_2 = 10\%$, ποιο ποσό θα πληρώσει;

Απ.: επειδή $i_2 = j_2 / 2 = 5\%$

$$200\,(1{,}05)^{-2} + 300\,(1{,}05)^{-4} = 428{,}22$$

Αντίστροφα, αν ο οφειλέτης είχε δανειστεί 428,22EUR με $j_2 = 10\%$, στο τέλος του πρώτου έτους, το ποσό αυτό θα είχε γίνει

$$428{,}22\,(1{,}05)^2 = 472{,}11\text{EUR},$$

οπότε πιθανώς να είχε πληρώσει τα 200EUR (έναντι), με υπόλοιπο 272,11EUR

Αυτό το ποσό τοκιζόμενο για ακόμα ένα έτος, θα έδινε

$$272{,}11\,(1{,}05)^2 = 300\text{EUR ακριβώς}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ-2

Κάποιος χρωστάει σήμερα 500EUR και συμφωνεί να εξοφλήσει με δύο ίσες πληρωμές, μία μετά ένα χρόνο και μία μετά από δύο. Ποιο είναι το ύψος (R) των πληρωμών αν το επιτόκιο είναι 9%;

Απ.: Αν θεωρηθεί ότι η εποχή ισοδυναμίας είναι σήμερα,

$$500 = R(1{,}09)^{-1} + R\,(1{,}09)^{-2}$$

$$R = 284{,}23$$

Αν η εποχή ισοδυναμίας τοποθετηθεί δύο χρόνια μετά από σήμερα, τότε οι πράξεις απλοποιούνται λίγο

$$R + R(1{,}09)^{1} = 500\,(1{,}09)^{2}$$

$$R = 284{,}23$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ-3

Κάποιος χρωστάει 5.000 EUR και συμφωνεί να εξοφλήσει πληρώνοντας, 2.000 μετρητοίς, 1.000 EUR μετά ένα χρόνο, 1.000 EUR μετά δύο χρόνια και X EUR μετά από τρία. Ποιο είναι το ύψος (X) της τελευταίας πληρωμής αν το επιτόκιο είναι 8%;

Απ.: $X = (5.000\text{-}2.000)\,(1{,}08)^{3} - 1.000\,(1{,}08)^{2} - 1.000\,(1{,}08)$

$$X = \underline{1.532{,}74}$$

Αν εφαρμόσουμε τον κανόνα των ΗΠΑ, βρίσκουμε το ίδιο ποσό,

Αρχική οφειλή		3.000
+ Τόκος 1ου έτους		+240
- Πρώτη πληρωμή		-1.000
	=	2.240
+ Τόκος 2ου έτους		+179,2
- Δεύτερη πληρωμή		-1.000
	=	1.419,2
+ Τόκος 3ου έτους		+113,54
Τελευταία πληρωμή	=	1.532,74

ΟΤΑΝ Ο ΧΡΟΝΟΣ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΚΕΡΑΙΟΣ...

Ο τύπος του ανατοκισμού ισχύει και για δεκαδικές τιμές του χρόνου ακριβώς όπως και για τις ακέραιες (εκθετική συνθήκη), όμως σε ορισμένες εμπορικές πράξεις συνηθίζεται να χρησιμοποιείται σύνθετη κεφαλαιοποίηση για τις ακέραιες περιόδους και απλή για το δεκαδικό μέρος (γραμμική συνθήκη).

Παράδειγμα: Αν το ετήσιο επιτόκιο είναι 8% με εξαμηνιαία κεφαλαιοποίηση, ποιο θα είναι το ύψος κεφαλαίου 100 EUR μετά από 2 χρόνια και 3 μήνες;

Απ.: Κατά την **εκθετική συνθήκη**, το ύψος θα διαμορφωθεί σε

$$FV = 100\,(1 + 0{,}08/2)^{2 \times 2\frac{1}{4}} = \mathbf{119{,}30\ EUR}$$

Κατά τη **γραμμική συνθήκη**, μετά από τα 2 πρώτα χρόνια το κεφάλαιο θα είναι:

$$100\,(1 + 0{,}08/2)^{2\times 2} = 116{,}99\ EUR \ldots$$

και με απλή κεφαλαιοποίηση για τους επόμενους 3 μήνες το ύψος θα είναι:

$$\ldots FV = 116{,}99 \times (1 + 0{,}08 \times \tfrac{1}{4}) = \mathbf{119{,}33\ EUR}$$

δηλαδή λίγο μεγαλύτερο από αυτό που βρίσκεται με την εκθετική συνθήκη.

Σημ.: Για τον υπολογισμό του γραμμικού μέρους χρησιμοποιείται το ετήσιο ονομαστικό επιτόκιο πολλαπλασιασμένο με το κλάσμα του έτους (0,08 x ¼).

ΣΥΝΕΧΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗ

Ένα φυτό διπλασιάζεται κάθε χρόνο (αναπτύσσεται με ρυθμό j=100% ετησίως). Επειδή η ανάπτυξη του φυτού δεν συμβαίνει κάθε τέλος του χρόνου αλλά συνεχώς, μπορούμε να την προσεγγίσουμε παρακολουθώντας το φαινόμενο π.χ. κάθε μέρα ή κάθε ώρα, κλπ. Η ετήσια ανάπτυξή του δίνεται από τον τύπο (βλ. ισοδυν. επιτοκίων):

$$\boxed{FV = PV\left(1 + \frac{100\%}{m}\right)^m}$$

η τιμή του συντελεστή κεφαλαιοποίησης $(1+1/m)^m$ μεγαλώνει όσο μεγαλώνει η συχνότητα κεφαλαιοποίησης, δηλ. όσο μεγαλώνει το m. Έτσι με βάση την ημέρα, την ώρα ή το δευτερόλεπτο, ο συντελεστής γίνεται:

m	1 έτος	365 ημέρες	7,860 ώρες	28,296,000 δευτερόλεπτα
$(1 + 1/m)^m$	2	2.71457	2.71811	2.71828

Το όριο του συντελεστή είναι ο αριθμός e. Η προσέγγιση της ανάπτυξης (ή φθοράς) με συνεχή τρόπο είναι σημαντική επειδή σχεδόν όλα τα φυσικά και οικονομικά μεγέθη εξελίσσονται και αυτά με συνεχή τρόπο, πχ ζώντες οργανισμοί, φυτά, θερμοκρασία, πληθωρισμός, ισοτιμίες, κλπ.

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗΣ

Δεδομένου του ονομαστικού επιτοκίου j_m, το ισοδύναμο πραγματικό i, καθώς και το τελικό ύψος του κεφαλαίου γίνονται όλο και μεγαλύτερα, όσο πιο συχνή είναι η κεφαλαιοποίηση, δηλαδή όσο μεγαλύτερο είναι το m.

Το τελικό ύψος κεφαλαίου στη σύνθετη κεφαλαιοποίηση υπολογίζεται από τον τύπο:

$$FV_t = PV\,(1+j_m/m)^{mt} \quad \text{όπου} \quad j_m = m\, i_m$$

Το όριο του συντελεστού $(1+j_m/m)^m$ όταν το m τείνει στο άπειρο είναι:

$$\boxed{\lim_{m\to\infty}(1+j/m)^m = \lim_{m\to\infty}(1+j/m)^{\frac{m}{j}j} = \lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{1}{m/j}\right)^{\frac{m}{j}j} = e^j}$$

όπου j είναι το j_∞, δηλαδή το ονομαστικό επιτόκιο συχνότητας απείρου, και επομένως ο τύπος της συνεχούς κεφαλαιοποίησης είναι:

$$\boxed{FV = PV\, e^{jt}}$$

το ισοδύναμο πραγματικό ετήσιο επιτόκιο που αντιστοιχεί στο j είναι <u>$\mathbf{i = e^j - 1}$</u> όπως προκύπτει από την εξίσωση $FV = PV\,(1+i)^t = PV\,(e^j)^t$

* $e = 2.7182818\ldots$

ΡΑΝΤΕΣ

-ΣΕΙΡΕΣ ΠΛΗΡΩΜΩΝ-

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

ΡΑΝΤΑ

Ράντα (annuity) είναι μια σειρά πληρωμών που καταβάλλονται σε τακτά χρονικά διαστήματα.

ΔΟΣΗ

Το ποσό της πληρωμής λέγεται *όρος ή δόση* της ράντας (periodic rent)

ΠΕΡΙΟΔΟΣ

Το σταθερό διάστημα μεταξύ δύο πληρωμών λέγεται *περίοδος* (rent period)

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ

Συνολική διάρκεια είναι ο χρόνος από την αρχή της πρώτης περιόδου μέχρι το τέλος της τελευταίας (term)

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Οι ράντες διακρίνονται σε

ΒΕΒΑΙΕΣ (certain), όταν η αρχή και το τέλος τους είναι προκαθορισμένα	**ΤΥΧΑΙΕΣ** (contingent), όταν η αρχή ή/και το τέλος τους εξαρτώνται από διάφορα γεγονότα, πχ συνταξιοδότηση, θάνατος, κλπ
ΠΡΟΣΚΑΙΡΕΣ, όταν η αρχή και το τέλος τους είναι προκαθορισμένα	**ΔΙΗΝΕΚΕΙΣ** (perpetuities), όταν ο αριθμός των δόσεων είναι άπειρος
ΛΗΞΙΠΡΟΘΕΣΜΕΣ (ordinary), όταν πληρώνονται στο τέλος κάθε περιόδου	**ΠΡΟΚΑΤΑΒΛΗΤΕΕΣ** (due), όταν πληρώνονται στην αρχή κάθε περιόδου
ΑΚΕΡΑΙΕΣ, όταν η περίοδος της ράντας συμπίπτει με την περίοδο του επιτοκίου	**ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΕΣ**, όταν η περίοδος της ράντας είναι μικρότερη από την περίοδο του επιτοκίου
ΣΤΑΘΕΡΕΣ, όταν όλες οι δόσεις είναι ίσες μεταξύ τους	**ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ**, όταν οι δόσεις δεν είναι όλες ίσες μεταξύ τους
ΑΜΕΣΕΣ, όταν οι δόσεις αρχίζουν να πληρώνονται από την πρώτη περίοδο	**ΜΕΛΛΟΥΣΕΣ**(deferred), όταν οι δόσεις αρχίζουν μετά από κάποιο αριθμό περιόδων

Παρούσα αξία σταθερής ράντας την 1/1/01
το άθροισμα των όρων της τελευταίας στήλης του πίνακα
(γεωμετρική πρόοδος με πρώτο όρο $R(1+i)^{-n}$, λόγο $(1+i)$. περιόδων n)

Ημερομηνία πληρωμής	Περίοδοι κεφαλαιοποίησης	Παρούσες αξίες
31/12/01	1	$R(1+i)^{-1}$
31/12/02	2	$R(1+i)^{-2}$
...	...	...
31/12/n-1	n-1	$R(1+i)^{-(n-1)}$
31/12/n	n	$R(1+i)^{-n}$

$$A_n = R(1+i)^{-n}\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)-1} = R(1+i)^{-n}\frac{(1+i)^n - 1}{i} = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

ΑΡΧΙΚΗ (ΠΑΡΟΥΣΑ) ΑΞΙΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΡΑΝΤΑΣ

Η αρχική αξία σταθερής ληξιπρόθεσμης ράντας βρίσκεται αν αθροιστούν τα προεξοφλημένα ποσά όλων των δόσεων στην αρχή της πρώτης περιόδου της ράντας. Αν η δόση είναι ίση με μία νομισματική μονάδα (πχ μία δραχμή), τότε η αρχική της αξία a_n ή $a_{n,i}$ είναι:

$$a_n = (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \ldots + (1+i)^{-n} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

όπου n είναι ο αριθμός των δόσεων και i το επιτόκιο της ράντας.

Αν η δόση είναι ίση με R, τότε ο τύπος της παρούσας αξίας μετατρέπεται εύκολα σε:

$$A_n = Ra_n = R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

αφού το R είναι σταθερό για όλες τις δόσεις (κοινός παράγοντας στο άθροισμα).
Αν η ράντα είναι προκαταβλητέα, τότε οι αξίες πολλαπλασιάζονται επί $(1+i)$. <u>Γιατί;</u>

$$a_n^* = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i), \qquad A_n^* = A_n(1+i)$$

Τελική αξία σταθερής ράντας την 1/1/01
το άθροισμα των όρων της τελευταίας στήλης του πίνακα
(γεωμετρική πρόοδος με πρώτο όρο R, λόγο *(1+i). περιόδων n)*

Ημερομηνία πληρωμής	Περίοδοι κεφαλαιοποίησης	Παρούσες αξίες
31/12/01	n-1	$R(1+i)^{n-1}$
31/12/02	n-2	$R(1+i)^{n-2}$
...	...	...
31/12/n-1	1	$R(1+i)^{1}$
31/12/n	0	$R(1+i)^{0}$

$$S_n = R\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)-1} = R\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

ΤΕΛΙΚΗ ΑΞΙΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΡΑΝΤΑΣ

Η τελική αξία σταθερής ληξιπρόθεσμης ράντας βρίσκεται αν αθροιστούν οι τελικές αξίες όλων των δόσεων στο τέλος της τελευταίας περιόδου της ράντας. Αν η δόση είναι ίση με μία νομισματική μονάδα (πχ μία δραχμή), τότε η τελική της αξία s_n ή $s_{n,i}$ είναι:

$$s_n = (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \ldots + (1+i) + 1 = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

όπου n είναι ο αριθμός των δόσεων και i το επιτόκιο της ράντας.

Αν η δόση είναι ίση με R, τότε ο τύπος της τελικής αξίας μετατρέπεται εύκολα σε:

$$S_n = Rs_n = R\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

αφού το R είναι σταθερό για όλες τις δόσεις (κοινός παράγοντας στο άθροισμα).
Αν η ράντα είναι προκαταβλητέα, τότε όλα τα ποσά πολλαπλασιάζονται επί *(1+i)*

$$s_n^* = \frac{(1+i)^n - 1}{i}(1+i), \qquad S_n^* = S_n(1+i)$$

ΜΕΛΛΟΥΣΕΣ ΡΑΝΤΕΣ (deferred annuities)

Όταν μια ράντα περιλαμβάνει μια (έντοκη, ή όταν σαφώς ορίζεται, άτοκη) “υστέρηση” ή “περίοδο χάριτος” πριν αρχίσουν οι τακτικές πληρωμές, λέγεται *<u>μέλλουσα</u>*.

Η αρχική αξία της μέλλουσας ράντας είναι ίση με την αρχική αξία μιας αντίστοιχης άμεσης, πολλαπλασιασμένη με το συντελεστή $(1+i)^{-m}$, όπου m είναι ο αριθμός των περιόδων που αντιστοιχεί στην *περίοδο χάριτος* της ράντας.

Αν η δόση της μέλλουσας ράντας είναι ίση με R, τότε ο τύπος της αρχικής της αξίας είναι:

$$m|A_n = Ra_n(1+i)^{-m} = R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i)^{-m}$$

Αν η ράντα είναι προκαταβλητέα, τότε ο τύπος τροποποιείται ως εξής:

$$m|A_n^* = Ra_n^*(1+i)^{-m} = R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i)^{1-m}$$

Η τελική αξία της μέλλουσας ράντας δεν διαφέρει από την τελική αξία της άμεσης. **<u>Γιατί;</u>**

ΔΙΗΝΕΚΕΙΣ ΡΑΝΤΕΣ (perpetuities)

Όταν ο αριθμός των όρων (δόσεων) μιας ράντας είναι άπειρος, η ράντα λέγεται *<u>διηνεκής</u>*.
Η αρχική αξία της διηνεκούς ράντας προκύπτει από την αρχική αξία μιας αντίστοιχης ληξιπρόθεσμης ή προκαταβλητέας αν θεωρήσουμε ότι ο αριθμός των περιόδων n είναι άπειρος.

$$a_\infty = \frac{1}{i} \quad \kappa\alpha\iota \quad A_\infty = \frac{R}{i}$$

Αν η ράντα είναι προκαταβλητέα, τότε ο τύπος τροποποιείται ως εξής:

$$a_\infty^* = \frac{1}{i}(1+i) \quad \kappa\alpha\iota \quad A_\infty^* = \frac{R}{i}(1+i)$$

Η τελική αξία της διηνεκούς ράντας δεν υπολογίζεται. **<u>Γιατί;</u>**

ΑΞΙΑ ΡΑΝΤΑΣ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΑ ΧΡΟΝΙΚΑ ΣΗΜΕΙΑ

Η αξία ράντας μπορεί να υπολογισθεί σε οποιοδήποτε χρονικό σημείο αν γνωρίζουμε την αρχική πχ αξία της ή εν γένει την αξία της σε κάποιο χρονικό σημείο.

Για να βρούμε την αξία της ράντας t περιόδους μετά από την αρχή της, απλώς πολλαπλασιάζουμε την αρχική αξία της επί $(1 + i)^t$.
Για να βρούμε την αξία της ράντας t περιόδους πριν από την αρχή της, απλώς πολλαπλασιάζουμε την αρχική αξία της επί $(1 + i)^{-t}$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Κατατίθεται ποσό 30.000 EUR στο τέλος κάθε μήνα επί 10 χρόνια με επιτόκιο 18%. Ποιο είναι το ποσό που θα συσσωρευθεί μετά το τέλος της δεκαετίας και ποια είναι η ισοδύναμη παρούσα αξία της ράντας;
Χρησιμοποιώντας κλασματικές ράντες:

$$S_{n,q} = S_n \frac{i}{J_q} = P\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}\,\frac{i}{J_q}$$

$$\textit{και αφού } i_{12} = (1{,}18)^{1/12} - 1 = 1{,}39\%$$

$$S_{n,q} = 30.000 \times 12\,\frac{(1+0{,}18)^n - 1}{0{,}18}\,\frac{0{,}18}{12 \times 0{,}0139} = 8.815.218$$

$$\textit{με παρούσα αξία} \quad 8.815.218 \times (1{,}18)^{-10} = 1.684.275$$

ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΕΝΙΑΙΩΝ ΔΑΝΕΙΩΝ

Τα δάνεια χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

(α) **ΕΝΙΑΙΑ**
Όταν ο δανειστής είναι ένας και οι οφειλέτες πολλοί.

(β) **ΟΜΟΛΟΓΙΑΚΑ**
Όταν ο οφειλέτης είναι ένας και οι δανειστές πολλοί

Σύστημα ενιαίου ποσού

Ο οφειλέτης καταβάλλει στο τέλος κάθε περιόδου μόνο τον τόκο ολοκλήρου του δανείου, $I = C * i$

Στο τέλος της περιόδου n καταβάλλει και ολόκληρο το κεφάλαιο του δανεισμού (C)

ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΝΙΑΙΟΥ ΠΟΣΟΥ

Loans Amortisation

ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΝΙΑΙΟΥ ΠΟΣΟΥ

$C =$ **1,000,000**
$i =$ **10.00%**
$n =$ **5**

(t) Περίοδος Period	(I) Τόκος Pmt on Interest	(X) Χρεωλύσιο Pmt on Principal	(P) Δόση Periodic Pmt	(E) Εξοφληθέν Paid out	(Y) Υπόλοιπο Balance
1	100,000		100,000		1,000,000
2	100,000		100,000		1,000,000
3	100,000		100,000		1,000,000
4	100,000		100,000		1,000,000
5	100,000	1,000,000	1,100,000	1,000,000	
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
SUM	500,000	1,000,000	1,500,000		
PV			1,000,000		

Σύστημα Σταθ. Τόκου και Χρεολυσίου

- Η πληρωμή του τόκου είναι σταθερή, $I = C * i$
- Τα χρεωλύσια είναι επίσης ίσα μεταξύ τους και έχουν τελική αξία ίση με το ποσό του δανείου, C
- Έτσι οι δόσεις είναι ίσες μεταξύ τους, αφού $P = X + I$ και έχουν αρχική αξία ίση με το ποσό του δανείου, C
- Το εξοφληθέν ποσό είναι ίσο με: $E_t = E_{t-1} + X\,(1+i)^{t-1}$
- Το υπόλοιπο ανεξόφλητο χρέος ισούται με: $Y_t = C - E_t$

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΑΘΕΡΟΥ ΤΟΚΟΥ ΚΑΙ ΧΡΕΩΛΥΣΙΟΥ

Loans Amortisation

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΑΘ. ΤΟΚΟΥ ΚΑΙ ΧΡΕΩΛΥΣΙΟΥ

$C =$ 1,000,000
$i =$ 10.00%
$n =$ 5

(t) Περίοδος Period	(I) Τόκος Pmt on Interest	(X) Χρεωλύσιο Pmt on Principal	(P) Δόση Periodic Pmt	(E) Εξοφληθέν Paid out	(Y) Υπόλοιπο Balance
1	100,000	163,797	263,797	163,797	836,203
2	100,000	163,797	263,797	343,975	656,025
3	100,000	163,797	263,797	542,170	457,830
4	100,000	163,797	263,797	760,184	239,816
5	100,000	163,797	263,797	1,000,000	0
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
SUM	500,000	818,987	1,318,987		
PV			1,000,000		

Προοδευτικό ή Γαλλικό Σύστημα

- Όλες οι δόσεις είναι ίσες μεταξύ τους, $P = C / a_{n,i}$
- Οι τόκοι είναι τόκοι του Υπόλοιπου Ανεξόφλητου Χρέους, δηλ. $I_t = i * Y_{t-1}$ άρα, $I_1 = C * i$
- Το πρώτο χρεωλύσιο είναι, $X_1 = P - I_1 = P * (1+i)^{-n}$
  ενώ τα επόμενα είναι, $X_{t+1} = (1+i) * X_t$
- Το εξοφληθέν ποσό είναι, $E_t = X_1 + X_2 + \ldots + X_t$
- Το Υπόλοιπο Ανεξόφλητο Χρέος είναι, $Y_t = C - E_t$

ΠΡΟΟΔΕΥΤΙΚΟ Η ΓΑΛΛΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

Loans Amortisation

ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΡΟΟΔΕΥΤΙΚΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ

$C =$ 1,000,000
$i =$ 10.00%
$n =$ 5

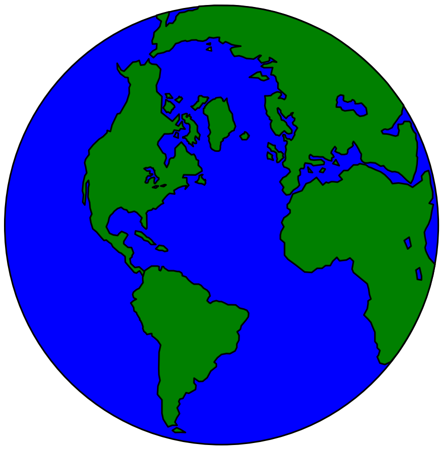
(t) Περίοδος Period	(I) Τόκος Pmt on Interest	(X) Χρεωλύσιο Pmt on Principal	(P) Δόση Periodic Pmt	(E) Εξοφληθέν Paid out	(Y) Υπόλοιπο Balance
1	100,000	163,797	263,797	163,797	836,203
2	83,620	180,177	263,797	343,975	656,025
3	65,603	198,195	263,797	542,170	457,830
4	45,783	218,014	263,797	760,184	239,816
5	23,982	239,816	263,797	1,000,000	
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
SUM	318,987	1,000,000	1,318,987		
PV			1,000,000		

Στόχοι επιχειρήσεων-1

Αν δε γνωρίζεις πού θέλεις να πας, ...

όλοι οι δρόμοι είναι

εξ ίσου καλοί.



Στόχοι επιχειρήσεων-2

"Παρακαλώ μου λέτε, προς ποια κατεύθυνση πρέπει να συνεχίσω;", είπε η Αλίκη.

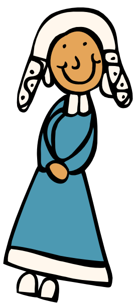
"Αυτό εξαρτάται από το πού θέλεις να φθάσεις", είπε ο Γάτος.

"Μμμ..., αυτό δεν με απασχολεί ", απάντησε η Αλίκη.

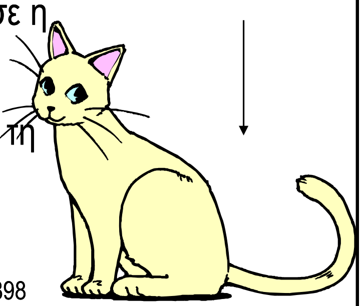
"Τότε δεν έχει σημασία προς τα πού πας", τη συμβούλεψε ο Γάτος.

Lewis Carroll

Charles Ludwig Dogson 1842-1898



Alice Wonderland



Γάτος

Στόχοι επιχειρήσεων-3

Είναι σημαντική η διάκριση μεταξύ ΣΤΟΧΩΝ και ΜΕΣΩΝ για την επιδίωξη των στόχων, παρ' ό,τι μερικές φορές τα μέσα μπορεί να γινουν στόχοι.

Μεγιστοποίηση κερδών, Αύξηση μεριδίου αγοράς, Ποιότητα προϊόντος, Ικανοποίηση πελατών, είναι παραδείγματα στρατηγικών στόχων.

Για να επιτευχθούν οι στρατηγικοί στόχοι, άλλοι στόχοι (υποστήριξης) μικρότερης σημασίας, τίθενται στα διάφορα επίπεδα της ιεραρχίας μιας εταιρείας. Π.χ. Αύξηση αριθμού καταστημάτων, διπλασιασμός της παραγωγής της γραμμής Α, μείωση του στόλου των αυτοκινήτων κατά 20%, αλλαγή από δύο σε τρεις βάρδιες, κ.λπ.

Οικονομικός Στόχος

Ο πλέον δημοφιλής στόχος των εταιρειών σήμερα είναι η *μεγιστοποίηση της αγοραστικής δύναμης των μετόχων*, δηλ. η *μεγιστοποίηση της διαχρονικής ροής μερισμάτων*

Κέρδη ή Χρηματικές Ροές (Cash flows);

Η οικονομική μονάδα μέτρησης είναι τα ΜΕΤΡΗΤΑ, διότι μόνο αυτά δίνουν τη δυνατότητα ουσιαστικής διαχείρισης των διαθεσίμων πόρων

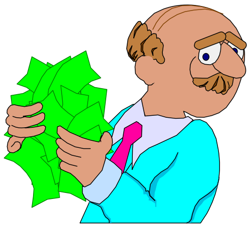
Το ΚΕΡΔΟΣ είναι ένας λογιστικός όρος, η διαφορά μεταξύ τιμής και κόστους. Συνήθως το κέρδος δεν εισπράττεται κατά την περίοδο που δημιουργείται.

Μακροχρόνια, καλές χρηματικές ροές θα φέρουν και καλά κέρδη.

Η διαχρονική αξία του χρήματος και η αβεβαιότητα του μέλλοντος

Κάλιο πέντε και στο χέρι……..

παρά δέκα και καρτέρι.



Η σημαντικότητα του χρόνου

Τα κέρδη που απορρέουν από την ιδιοκτησία των εταιρειών αποτελούνται από:

- **<u>Μερίσματα</u>** που λαμβάνονται κατά το χρονικό διάστημα κατοχής των μετοχών
- **<u>Την αξία των μετοχών κατά τη στιγμή της πώλησής τους</u>**, η οποία επίσης εξαρτάται από τα περαιτέρω αναμενόμενα μερίσματα και την αξία των μετοχών όταν θα ξαναπουληθούν, κ.ο.κ.

Έτσι <u>η αξία μιας εταιρείας μετριέται από τη δυνατότητά της να δημιουργεί υψηλά μελλοντικά μερίσματα</u>.

Παραδείγματα Εφαρμογών της Αξιολόγησης Επενδύσεων

Αντικατάσταση: Τρία μηχανήματα που κοστίζουν 10,000 το καθένα έχουν αποσβεστεί κατά 70%. Είναι σκόπιμο να αντικατασταθούν με ένα που κοστίζει 200,000 και θα περισώσει 40,000 ετησίως σε εργατικά και συντήρηση για μια περίοδο 5 ετών;

Μέγεθος εργοστασίου: Επιλογή μεταξύ (a) ενός μικρού που κοστίζει 10 εκ. και αποδίδει 20% και (b) ενός μεγάλου που κοστίζει 25 εκ. και αποδίδει 17%.

Αγορά ή Χρηματοδοτική Μίσθωση: Ο εξοπλισμός έχει οικ. ζωή 5 ετών και κοστίζει 300,000. Το ενοίκιο είναι 10,000 το μήνα. Ποια επιλογή είναι πιο συμφέρουσα;

Αγορά ή κατασκευή: Μια εταιρεία μπορεί να αγοράσει κάποιο εξάρτημα με 50 το κομάτι. Τη συμφέρει να αγοράσει τον εξοπλισμό για την κατασκευή του, ο οποίος κοστίζει 30 εκ., αν το μεταβλητό κόστος παραγωγής είναι 20 και η εταιρεία χρειάζεται 1 εκ. εξαρτήματα ετησίως;

Επένδυση σε κτίρια: Το κόστος είναι 100 εκ. και μπορεί να πληρωθεί με τραπ. δάνειο. Η επένδυση θα δημιουργήσει οφέλη από μείωση ενοικίων και φόρων. Στο τέλος τα κτίρια θα πουληθούν και το δάνειο θα αποπληρωθεί. Να αναληφθεί η επένδυση;

Αρδευτικό έργο: Να αναληφθεί από την τοπική αυτοδιοίκηση έργο 500 εκ. Το οποίο μετά την 5ετή περίοδο προσαρμογής θα αυξήσει τα εισοδήματα της περιοχής κατά 20%, θα μειώσει την ανεργία κατά 50% και θα φέρει έμμεσα οφέλη στη βιομηχανική δραστηριότητα της περιοχής;

ΕΠΕΝΔΥΣΕΙΣ - 1

Επένδυση είναι:

η δέσμευση οικονομικών πόρων με σκοπό την πραγματοποίηση μελλοντικών ωφελειών που δικαιολογούν τη δέσμευση αυτή………..

Η επίτευξη των στόχων των επιχειρήσεων εξαρτάται σημαντικά από τον επιτυχή προγραμματισμό των επενδύσεων που αναλαμβάνει.

Ταξινόμηση

ΕΠΕΝΔΥΣΕΙΣ

ΤΑΚΤΙΚΕΣ **ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ**

ΧΡΗΜΑΤΙΚΕΣ ΡΟΕΣ

ΣΥΜΒΑΤΙΚΕΣ	ΜΗ ΣΥΜΒΑΤΙΚΕΣ	ΤΥΠΟΥ ΔΑΝΕΙΟΥ
- - - - - + + + +	- - + - + + - - - + +	+ + + - - - - - - - -

Κανόνες Αξιολόγησης

- Η αξιολόγηση συγκρίνει δύο καταστάσεις (α) **ΜΕ** και (β) **ΧΩΡΙΣ** το σχέδιο επένδυσης. Εξαιρούνται όλες οι χρηματικές ροές που θα προέκυπταν ανεξάρτητα από την ανάληψη ή μη της επένδυσης (Διαφορικές χρηματικές ροές)

- Αγνοούνται όλα τα κόστη που έχουν γίνει ως τη στιγμή της επένδυσης. Αγνοούνται οι ***αποσβέσεις***.

- Η χρήση των υπαρχόντων αποθεμάτων πρέπει να εκτιμάται είτε σε *τιμές* ***αντικατάστασης ή σε αξίες επαναπώλησης***, ανάλογα με το ποια μέθοδος προσφέρεται καλύτερα.

- Η χρήση σπανίων πόρων πρέπει να εκτιμάται σε ***κόστος ευκαιρίας***.

ΕΠΕΝΔΥΣΕΙΣ - 2

ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ ΕΠΕΝΔΥΣΕΙΣ

- Οι χρηματικές ροές της Α δεν επηρεάζονται από την αποδοχή ή μή της Β.
- Η Β μπορεί να πραγματοποιηθεί ανεξάρτητα από το αν έγινε η Α ή όχι.

ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΕΠΕΝΔΥΣΕΙΣ

*Συμπληρωματικές (Complementary):** Αποδοχή της Β αυξάνει τα οφέλη από την Α ή μειώνει το κόστος της Α.

Υποκατάστατες (Substitute): Αποδοχή της Β μειώνει τα οφέλη από την Α η αυξάνει το κόστος της Α.

Αμοιβαία αποκλειόμενες (Mutually Exclusive): Αποδοχή της Β μηδενίζει τα οφέλη από την Α και αντιστρόφως ή είναι τεχνικά αδύνατη η αποδοχή της Β όταν γίνει αποδεκτή η Α.

** Η Β λέγεται **προαπαιτούμενη** της Α, αν η Α είναι αδύνατη χωρίς την ύπαρξη της Β.*

Υπόδειγμα Επένδυσης - Κατανάλωσης μιας περιόδου.

Αρχικές υποθέσεις του υποδείγματος

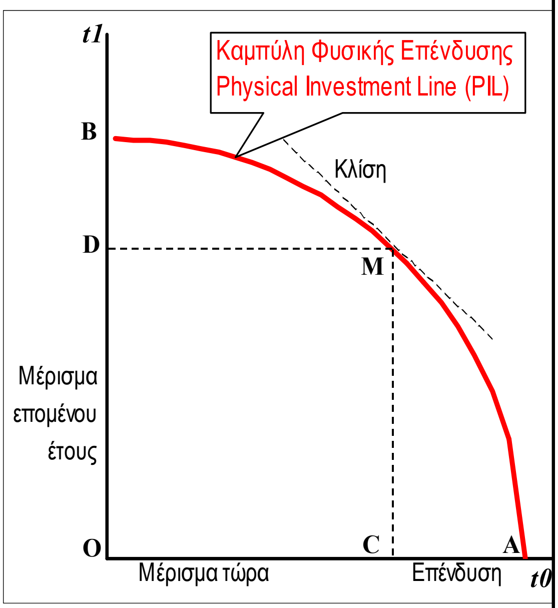
- Χρονικός ορίζοντας ενός έτους (μιας περιόδου).
- Απουσία κινδύνου
- Απουσία αγοράς κεφαλαίων (δανεισμός και καταθέσεις)
- Διαιρετότητα των επενδυτικών προτάσεων
- Ανεξαρτησία των επενδυτικών σχεδίων
- Οικονομική λογική

Εταιρεία ενός ιδιοκτήτη

Οι επενδυτικές ευκαιρίες κατατάσσονται κατά φθίνουσα απόδοση, με τις πιο αποδοτικές κοντά στο A. Όσο πιο πολύ επενδύουμε στο έτος *t0*, (AC), τόσο μεγαλύτερα ποσά είναι διαθέσιμα για κατανάλωση στο έτος *t1*, (OD) λόγω της επένδυσης.

Η **Οριακή Επιστροφή** των εξεταζομένων προτάσεων είναι φθίνουσα όπως φαίνεται από την κλίση της **Καμπύλης Φυσικής Επένδυσης.**.

Η εταιρεία τοποθετείται στο M γιατί αντιλαμβάνεται ότι περαιτέρω επένδυση θα αποδώσει λιγότερα από τη **διαχρονική αξία του χρήματος** δηλ. αναλαμβάνονται επενδύσεις κατά μήκος της **Καμπύλης Φυσικής Επένδυσης** μέχρι το σημείο που η κλίση της ισούται με τη **διαχρονική αξία του χρήματος** .

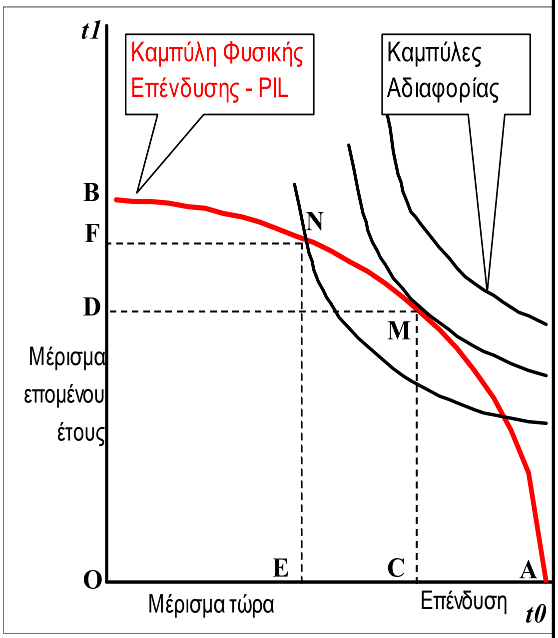


Καμπύλες Αδιαφορίας Μετόχων

Οι καμπύλες αδιαφορίας αντιπροσωπεύουν επίπεδα ίσης ικανοποίησης από καταναλώσεις στις περιόδους *t0* και *t1*.

Το **Μ** είναι το σημείο επαφής της Καμπύλης Φυσικής Επένδυσης και της μεγαλύτερης δυνατής καμπύλης αδιαφορίας,δηλ. το σημείο που μεγιστοποιεί την ικανοποίηση των μετόχων της εταιρείας. Είναι εν γένει διάφορο του Μ του προηγουμένου σχήματος.

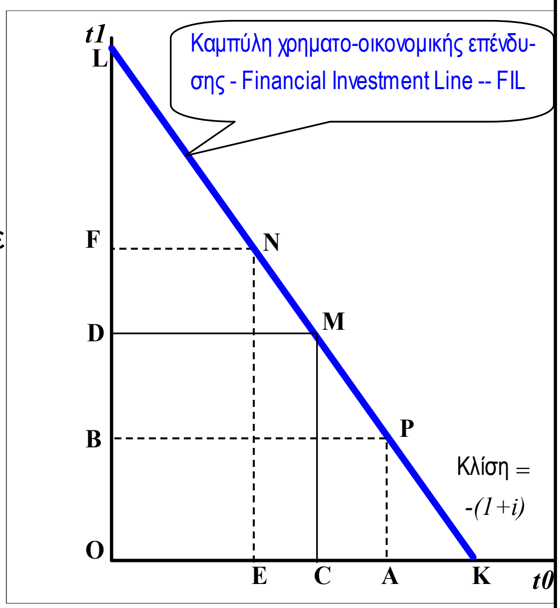
Στο **Μ** η κλίση της Καμπύλης Φυσικής Επένδυσης και της δεύτερης καμπύλης αδιαφορίας είναι ίσες. Επειδή η κλίση της Καμπύλης Φυσικής Επένδυσης δείχνει τον βαθμό αποδοτικότητας της οριακής επένδυσης και η κλίση της καμπύλης αδιαφορίας τη διαχρονική αξία του χρήματος για τους μετόχους, ο κανόνας είναι: ***η εταιρεία επενδύει μέχρι το σημείο όπου η επιστροφή στην οριακή επένδυση ισούται με τη διαχρονική αξία του χρήματος για τον μέτοχο.***



Η αγορά κεφαλαίων

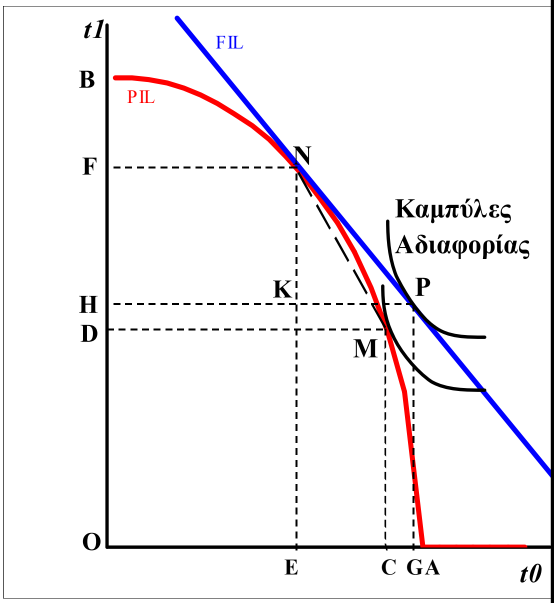
Η ύπαρξη αγοράς κεφαλαίων επιτρέπει επί πλέον στην εταιρεία (ή το μέτοχο) να δανείσει ή να δανειστεί.

- Θεωρώντας μια τέλεια αγορά κεφαλαίων με ένα μοναδικό επιτόκιο δανεισμού-καταθέσεων *i*, η τρέχουσα κατανάλωση (OC) μπορεί να αυξηθεί σε OA <u>μεσω δανεισμού CA</u>.
- Αυτό όμως σημαίνει ότι το επόμενο έτος, *t1*, η κατανάλωση δε θα είναι OD, αλλά μόνο OB, επειδή BD απαιτείται για την αποπληρωμή του δανείου CA.
- Ομοίως, αν η εταιρεία <u>δανείσει την κεφαλαιαγορά</u> με το ποσό EC, το επόμενο έτος, θα έχει διαθέσιμο για κατανάλωση όχι μόνο OD αλλά OF. (FD είναι η αποπληρωμή του EC).



Το θεώρημα διαχωρισμού του Hirshleifer

- Η εταιρεία επενδύει ποσό AC μέχρι να εξισωθεί η επιστροφή της οριακής επένδυσης με τη διαχρονική αξία του χρήματος για το μέτοχο, (σημείο **M**).
- Με την ύπαρξη αγοράς κεφαλαίων η εταιρεία αυξάνει την επένδυση σε AE (σημείο **N**), όπου η επιστροφή της οριακής επένδυσης ισούται με το επιτόκιο της κεφαλαιαγοράς, (όπου η Καμπύλη Χρηματοοικονομικής Επένδυσης (FIL) εφάπτεται της Καμπύλης Φυσικής Επένδυσης (PIL). Τώρα ο μέτοχος λαμβάνει μικρότερο μέρισμα (OE).
- Ο μέτοχος μπορεί να κινηθεί κατά μήκος της Καμπύλης Χρηματοοικονομικής Επένδυσης δανειζόμενος ποσό EG για να αυξήσει την κατανάλωσή του σε OG (σημείο **P**). Αυτό θα του στοιχίσει FH το επόμενο έτος, αλλά θα τον μετατοπίσει από το **N** στο **P** όπου η ικανοποίησή του είναι μεγαλύτερη όπως φαίνεται από την καμπύλη αδιαφορίας στην οποία τοποθετείται.



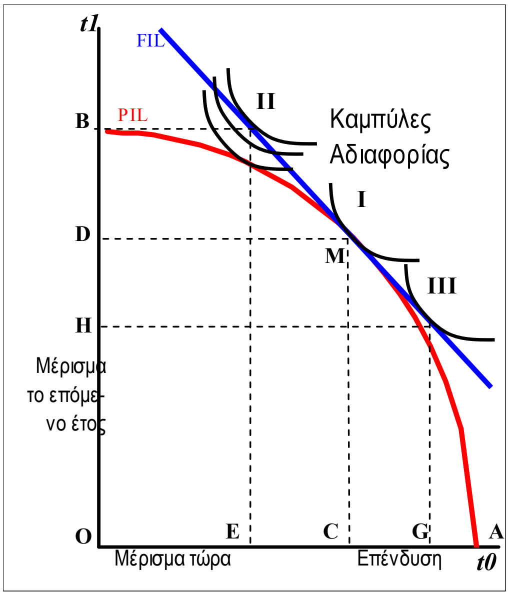
Συμπεριφορά των μετόχων

Η εταιρεία επενδύει στο σημείο M όπου η κλίση της καμπύλης φυσικής επένδυσης ισούται με την κλίση της καμπύλης χρηματο-οικονομικής επένδυσης, (= 1+i).

I. Ο μέτοχος καταναλίσκει το τρέχον μέρισμα και δεν κάνει χρήση της κεφαλαιαγοράς

II. Ο μέτοχος μειώνει το μέρισμά του ΤΩΡΑ δανείζοντας την κεφαλαιαγορά

III. Ο μέτοχος αυξάνει την τρέχουσα κατανάλωσή του δανειζόμενος από την κεφαλαιαγορά



Εταιρεία με πολλούς μετόχους

- Όταν ο μέτοχος είναι ένας, δεν έχει σημασία αν *αυτός* χρησιμοποιεί την κεφαλαιαγορά ή η εταιρεία για λογαριασμό του, δεδομένου ότι η διοίκηση της εταιρείας γνωρίζει τη διαχρονική αξία του χρήματος για το μέτοχο.
- Όταν οι μέτοχοι είναι περισσότεροι, με διαφορετικές διαχρονικές αξίες του χρήματος, η εταιρεία αναλαμβάνει φυσικές επενδύσεις αλλά όχι χρηματο-οικονομικές. Η χρήση του θεωρήματος διαχωρισμού βοηθάει για την αποφυγή του προβλήματος αυτού.
- Η εταιρεία συνεχίζει να κάνει φυσικές επενδύσεις μέχρι η *οριακή επιστροφή στην επένδυση* να εξισωθεί με το *επιτόκιο της αγοράς* και πληρώνει τα μερίσματα στους μετόχους. Έτσι η εταιρεία εξασφαλίζει ότι κάθε μέτοχος τοποθετείται στην υψηλότερη δυνατή καμπύλη χρηματο-οικονομικής επένδυσης.

Συμπεράσματα

- Η *διοίκηση* της εταιρείας μεγιστοποιεί τη ροή μερισμάτων στους μετόχους. Μετά *οι μέτοχοι χρησιμοποιούν την κεφαλαιαγορά* για να τροποποιήσουν τη χρονική ροή των μερισμάτων έτσι που να εξυπηρετεί τις ανάγκες κατανάλωσης που έχουν.
- Χρειαζόμαστε μια μεθοδολογία αξιολόγησης επενδύσεων που να εξασφαλίζει ότι οι εταιρείες αναλαμβάνουν φυσικές επενδύσεις μέχρι η *επιστροφή* από την *οριακή επένδυση* να ισούται με *το επιτόκιο της κεφαλαιαγοράς*. Δηλαδή, οι εταιρείες αναλαμβάνουν επενδυτικά σχέδια μέχρι η επιστροφή καθε ενός από αυτά να *μην είναι μικρότερη* του *επιτοκίου της αγοράς*.

Ο χρόνος αποπληρωμής της επένδυσης (Payback) - 1

ή ***Περίοδος Επανάκτησης του Κεφαλαίου***.

Μετράει την ταχύτητα με την οποία τα καθαρά έσοδα από μια επένδυση αποπληρώνουν το αρχικά επενδεδυμένο κεφάλαιο.

Πλεονεκτήματα της μεθόδου

- Είναι απλή, κατανοείται και υπολογίζεται εύκολα.
- Αυτομάτως επιλέγεται το σχέδιο με κατά τεκμήριο μικρότερο κίνδυνο
- Απαιτεί μικρότερο κόπο και λιγότερες προβλέψεις

Μειονεκτήματα της μεθόδου

- Περιλαμβάνει κάποιες ασάφειες, (πχ Ποια ακριβώς είναι η επένδυση;)
- Αγνοεί μελλοντικές χρηματικές ροές πέρα από το έτος αποπληρωμής
- Δε λαμβάνει υπ' όψη τη διαχρονική αξία του χρήματος (αγνοεί διαφορές στο χρόνο πραγματοποίησης των εισροών-διαθέσιμα για επανεπένδυση)

Ο χρόνος αποπληρωμής της επένδυσης (Payback) - 2

Είναι ο αριθμός των περιόδων που απαιτούνται για να γίνει το άθροισμα των Καθ. Χρηματικών ροών της επένδυσης ίσο με το ποσό της επένδυσης.

Παραδείγματα:

Έτος	0	1	2	3	4	5	Pay-back
Έσοδα	0	2,000	2,000	2,500	3,000	3,000	
Έξοδα	3,500	1,000	1,000	500	500	500	
Καθ. Χρημ. ροές	-3,500	1,000	1,000	2,000	2,500	2,500	**2.75**

Η μέθοδος pay-back μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ιεράρχηση αμοιβαίως αποκλειομένων επενδυτικών σχεδίων

Καθ. Χρημ. ροές	0	1	2	3	4	5	Pay-back
Σχέδιο Α	-10,000	3,000	4,000	5,000	6,000	6,000	**2.60**
Σχέδιο Β	-12,500	5,000	7,500	1,000	1,000	1,000	**2.00**

Ο χρόνος αποπληρωμής της επένδυσης (Payback) - 3

Παραδείγματα:

<u>Στο κριτήριο Payback (μόνο), το Κεφ. Κίν. εξαιρείται από τους υπολ/μούς</u>

Αγορά μηχανήματος κόστους 12,000. Διάρκεια επένδυσης: 5 έτη. Κεφ. Κίνησης=8,000

Έτος	0	1	2	3	4	5	Pay-back
Έσοδα	0	10,000	10,000	10,000	8,000	7,000	
Έξοδα	12,000	4,000	4,000	4,000	4,000	4,000	
Κεφ. Κίνησης	8,000					8,000	
Καθ. Χρημ. ροές	-20,000	6,000	6,000	6,000	4,000	3,000	3.50

Ο σωστός υπολογισμός εξαιρεί το Κεφ. Κίνησης από τους υπολογισμούς:

Έτος	0	1	2	3	4	5	Pay-back
Έσοδα	0	10,000	10,000	10,000	8,000	7,000	
Έξοδα	12,000	4,000	4,000	4,000	4,000	4,000	
Καθ. Χρημ. ροές	-12,000	6,000	6,000	6,000	4,000	3,000	2.00

Ο χρόνος αποπληρωμής της επένδυσης (Payback) - 4

Παραδείγματα:

<u>Μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως φίλτρο διαχωρισμού των "προφανώς" αποδοτικών και μή επενδυτικών σχεδίων</u>

Έτος	0	1	2	3	4	5	Pay-back
Επένδυση 1	-100	50	50	50			2.00
Επένδυση 2	-300	100	100	100	80	50	3.00
Επένδυση 3	-100	20	80	50	30		2.00
Επένδυση 4	-200	50	50	100	50		3.00
Επένδυση 5	-250	50	100	80	80		3.25

Με κριτήριο αποπληρωμής τα 3 έτη, προκρίνονται οι 4 πρώτες επενδύσεις.
Αν το κριτήριο ελαττωθεί σε 2 έτη, τότε προκρίνονται οι 1 και 3.

Ο χρόνος αποπληρωμής της επένδυσης με προεξόφληση -- (Discounted payback period)

Η διαχρονική αξία του χρήματος μπορεί να ληφθεί υπ' όψη αν προεξοφληθούν όλες οι χρηματικές ροές με το επιτόκιο κεφαλαιαγοράς.

@ 10%							
Έτος	0	1	2	3	4	5	Pay-back
Χωρίς προεξόφληση							
Επένδυση 2	-3,500	500	3,000	500	500	4,000	2.00
Επένδυση 3	-3,500	3,000	500	500	500	500	2.00
Με προεξόφληση							
Επένδυση 4	-3,500	455	2,479	376	342	2,484	3.56
Επένδυση 5	-3,500	2,727	413	376	342	310	2.96

Επιστροφή στο Επενδεδυμένο Κεφάλαιο - ROCE - 1

(Return on Capital Employed)

Είναι ο λόγος του μέσου ετησίου Κέρδους προ φόρων διά του αρχικού (ή μέσου) επενδυμένου κεφαλαίου

Πλεονεκτήματα της μεθόδου

- Μετράει την ***κερδοφορία*** με την οποία οι επιχειρήσεις είναι εξοικειωμένες
- Η αποδοτικότητα των εταιρειών εκτιμάται βάσει δεικτών ***επιστροφής***

Επιστροφή στο Επενδυμένο Κεφάλαιο - ROCE - 2

Ένα σχέδιο απαιτεί επένδυση 10,000 και 3,000 κεφάλαιο κίνησης. Η ζωή της επένδυσης είναι 4 έτη μετά τα οποία ανακτάται το Κεφ. Κίνησης και απομένει υπολλειματική αξία 2,000. Χρησιμοποιείται γραμμική απόσβεση 20% ετησίως. Η πρόβλεψη των κερδών είναι:

Έτος	0	1	2	3	4	TOTAL
Καθαρές χρηματορροές		4 000	6 000	3 500	1 500	
Απόσβεση		2 000	2 000	2 000	2 000	
Επενδεδυμένο κεφάλαιο	13 000	11 000	9 000	7 000	5 000	
Κέρδη προ φόρων		2 000	4 000	1 500	-500	7 000

Μέσο ετήσιο κέρδος προ φόρων	***1 750***	
Αρχική συνολική επένδυση	***13 000***	: Αρχική επένδυση + Κεφάλαιο κίνησης
Μέσο επενδεδυμένο κεφάλαιο	***9 000***	

Επιστροφή στην αρχική επένδυση	**13.5%**
Επιστροφή στο μέσο επενδεδυμένο κεφά	**19.4%**

Επιστροφή στο Επενδεδυμένο Κεφάλαιο - ROCE - 3

(Return on Capital Employed)

Μειονεκτήματα της μεθόδου

- Ασάφεια σχετικά με τον όρο ***Επενδυμένο Κεφάλαιο***
- Αγνοεί το απόλυτο ***μέγεθος*** της επένδυσης
- Βασίζεται στο ***κέρδος*** και όχι στις χρηματικές ροές
- εξαρτάται από τη χρησιμοποιούμενη ***μέθοδο απόσβεσης***
- Δε λαμβάνει υπ’ όψη τη ***διαχρονική αξία του χρήματος***

Καθαρή Παρούσα Αξία - Net Present Value, (NPV) - 1

Εκφράζει τις χρηματορροές σε παρούσες αξίες και τις προσθέτει. Τα ποσά προεξοφλούνται διαιρούμενα με το συντελεστή $(1+i)^t$ όπου i είναι το επιτόκιο προεξόφλησης και t η περίοδος. Θετικές παρούσες αξίες δηλώνουν τη σκοπιμότητα ανάληψης της επένδυσης. Όσο μεγαλύτερη είναι η Καθ. Παρ. Αξία τόσο πιο ελκυστική είναι η επένδυση.

Πλεονεκτήματα της μεθόδου

- Λαμβάνεται υπ' όψη η *διαχρονική αξία του χρήματος*
- Λειτουργεί και σε *αμοιβαία αποκλειόμενες ή αλληλοεξαρτώμενες* επενδύσεις
- Βελτιστοποιεί το *χρηματο-οικονομικό στόχο* των επιχειρήσεων
- Ιεραρχεί σωστά τις επενδυτικές προτάσεις
- Λειτουργεί και με *μεταβλητό συντελεστή προεξόφλησης*

Μειονεκτήματα της μεθόδου

- Απαιτεί προσδιορισμό *κατάλληλου συντελεστή προεξόφλησης*

Καθαρή Παρούσα Αξία (NPV) - 2

$$NPV = \Sigma \{ CF_t \times (1+i)^{-t} \}$$

Έτος	Project A Χρηματορροές	Project B Χρηματορροές	Project C Χρηματορροές	Project D Χρηματορροές
0	-10,000	-12,500	-10,000	-12,500
1	3,000	9,000	3,000	6,394
2	4,000	12,000	4,000	6,057
3	5,000	-3,000	2,000	-1,076
4	8,000	3,000	1,500	764
5	7,000	2,000	1,620	361
Καθ Παρ Αξία	**9,600**	**6,636**	**-434**	**-1,744**

Επιτ Προεξόφλ= 10%

Ερμηνείες της Καθαρής Παρούσας Αξίας (NPV) - 3

ΚΑΝΟΝΑΣ: Μια επένδυση είναι συμφέρουσα αν τα (προεξοφλημένα) έσοδα είναι *τουλάχιστον* ίσα με τις (προεξοφλημένες) εκροές της επένδυσης.

Επένδυση *100* σε ένα έργο, μπορεί να συγκριθεί με την εναλλακτική δυνατότητα να δανείσουμε το ίδιο ποσό στην κεφαλαιαγορά με επιτόκιο π.χ. *i = 10%*. Η Παρούσα Αξία (PV) εκάστης περίπτωσης "μετριέται" στο 10% και εξαρτάται από το μέγεθος *και* τη χρονική κατανομή των πληρωμών σε κάθε περίπτωση:

Έτος	*0*	*1*	*2*	NPV
Επένδυση	**-100**	**80**	**40**	6
Κεφαλαιαγορά	**-100**	**10**	**110**	0

Εναλλακτικά, μπορούμε *να δανειστούμε από την κεφαλαιαγορά* το αναγκαίο ποσό (100) και μετά να συγκρίνουμε την PV των εισροών της επένδυσης (106) με την PV του κόστους του δανείου (100). Το κριτήριο NPV εκτελεί αυτή τη σύγκριση προεξοφλώντας με το τρέχον επιτόκιο αγοράς (10%) για να δώσει NPV = 6, δηλ. το καθαρό συνολικό όφελος από την επένδυση, ***μετά*** την αποπληρωμή του δανείου.

Ερμηνείες της Καθαρής Παρούσας Αξίας (NPV) - 4

Συνοψίζοντας:

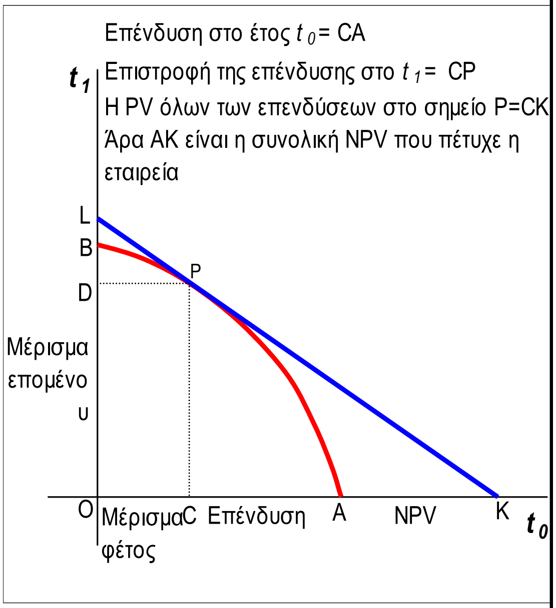
- Η επένδυση (100) παράγει (NPV=) 6 *περισσότερο* από την απόδοση της κεφαλαιαγοράς η οποία μπορεί να θεωρηθεί ως η προφανής εναλλακτική λύση.
- Η επιστροφή στην επένδυση (15%) είναι μεγαλύτερη του επιτοκίου της κεφαλαιαγοράς (10%)
- Αν όλο το ποσό της επένδυσης είναι δανειακό, το έργο μπορεί να δημιουργήσει έσοδα ικανά να αντιμετωπίσουν (α) τα έξοδα του έργου (β) την αποπληρωμή του δανείου, και *επί πλέον* (γ) να αφήσουν ένα πλεόνασμα με ισοδύναμη παρούσα αξία = 6.

Έτος	*0*	*1*	*2*	NPV
Επένδυση	**-100**	**80**	**40**	5.8
Κεφαλαιαγορά	**100**	**-80**	**-40**	-105.8

Συνέπεια NPV και Υποδείγματος Επένδυσης-Κατανάλωσης - 1

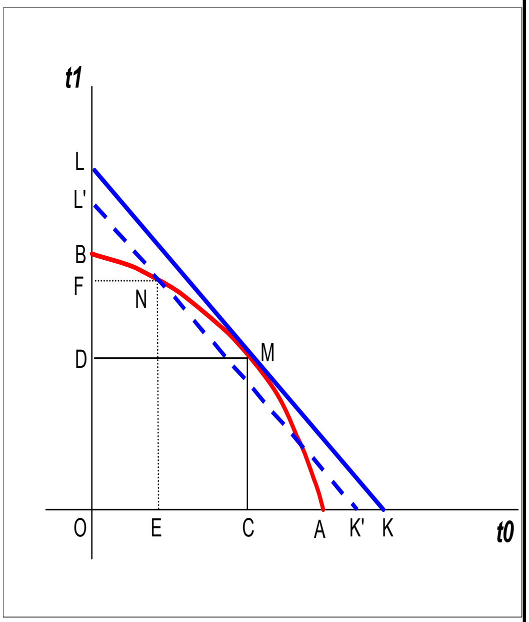
Κατά τον κανόνα της NPV, οι εταιρείες επενδύουν στα πλέον αποδοτικά έργα (κατά μήκος της Καμπύλης Φυσικής Επένδυσης) μέχρι η NPV να μηδενιστεί, δηλ. μέχρι η επιστροφή στην οριακή επένδυση να ισούται με το επιτόκιο της κεφαλαιαγοράς, δηλ. μέχρι η κλίση της Καμπύλης Φυσικής Επένδυσης να ισούται με την κλίση της Καμπύλης Χρηματο-οικονομικής Επένδυσης.

Αλλά αυτό είναι ακριβώς το σημείο που προτείνεται και από το μοντέλο Επένδυσης - Κατανάλωσης



Συνέπεια NPV και Υποδείγματος Επένδυσης-Κατανάλωσης - 2

- Χωρίς επενδύσεις η συνολική αξία της επιχείρησης είναι OA .
- Επενδύσεις ύψους AC (βέλτιστες) σήμερα, δημιουργούν πρόσθετη κατανάλωση (μερίσματα) CM κατά τον επόμενο χρόνο.
- Αλλά η παρούσα αξία του CM (δεδομένου του *επιτοκίου* της αγοράς όπως φαίνεται από την Καμπύλη Χρηματο-οικονομικής Επένδυσης), είναι CK και επομένως, μετά τις επενδύσεις, η σημερινή αξία της εταιρείας (και κατ' επέκταση η ευημερία των μετόχων) αυξάνεται κατά AK.
- Το AK όμως είναι η NPV της επένδυσης AC και έτσι φαίνεται ότι η ευημερία των μετόχων αυξάνεται κατά τη συνολική NPV των αναλαμβανομένων επενδύσεων.
- Αυτή η αύξηση μεγιστοποιείται στο σημείο M, ενώ κάθε άλλο σημείο της ΚΦ Επένδυσης (π.χ. το N) δίνει υποδεέστερα αποτελέσματα.



Εσωτερικός Συντελεστής Αποδοτικότητας (ΕΣΑ) - IRR - 1

Είναι το επιτόκιο προεξόφλησης που μηδενίζει την Καθ Παρ Αξία. Όσο πιο μεγάλος είναι ο συντελεστής, τόσο πιο ελκυστική είναι η προτεινόμενη επένδυση.

Πλεονεκτήματα της μεθόδου

- Λαμβάνει υπ' όψη τη *διαχρονική αξία του χρήματος*
- Δεν απαιτεί προσδιορισμό *συντελεστή προεξόφλησης*. Χρειάζεται όμως μετά.
- Είναι πολύ *απλό* και εύκολα συγκρινόμενο μέγεθος
- Είναι ασφαλές κριτήριο για ανεξάρτητες επενδύσεις

Μειονεκτήματα της μεθόδου

- Υπολογίζεται δύσκολα. Πολλαπλές λύσεις
- Μια πρόταση υψηλού IRR μπορεί να είναι χειρότερη από άλλη, μικρότερου IRR, σε επίπεδα τρεχόντων επιτοκίων
- Υποθέτει επανεπένδυση με IRR
- Δεν διαχειρίζεται μεταβλητά επιτόκια προεξόφλησης

Εσωτερικός Συντελεστής Αποδοτικότητας (ΕΣΑ) - IRR - 2

Παράδειγμα: $NPV = \Sigma \{ CF_t \times (1+i)^{-t} \} = 0$

Έτος	Project A Χρηματορροές	Project B Χρηματορροές	Project C Χρηματορροές	Project D Χρηματορροές
0	-10,000	-12,500	-10,000	-12,500
1	3,000	9,000	3,000	6,394
2	4,000	12,000	4,000	6,057
3	5,000	-3,000	2,000	-1,076
4	8,000	3,000	1,500	764
5	7,000	2,000	1,620	361
NPV	**16,093**	**10,049**	**1,816**	**-198**
IRR	**37%**	**41%**	**8%**	**0%**

Συντ Προεξοφλ = 1%

Εσωτερικός Συντελεστής Αποδοτικότητας (ΕΣΑ) - IRR - 3

Λήψη αποφάσεων:

Μόνο προτάσεις με IRR μεγαλύτερο από ένα προκαθορισμένο IRR* (ελάχιστος αποδεκτός συντελεστής προεξόφλησης) πρέπει να γίνουν δεκτές.

Ως IRR* λαμβάνεται συνήθως το /επιτόκιο της αγοράς /η εναλλακτική απόδοση των κεφαλαίων /η διαχρονική αξία του χρήματος /κλπ.

Το επιτόκιο της αγοράς αποκαλύπτει το *κόστος ευκαιρίας των κεφαλαίων* που εξετάζονται. Έτσι για την ανάληψη ενός έργου, αυτό πρέπει να αποδίδει τουλάχιστον όσο και οι υπόλοιπες επενδύσεις στο ίδιο περιβάλλον.

Συγκριτική ανάλυση μεθόδων αξιολόγησης - Α

Παράδειγμα:

	περίοδος 0	περίοδος 1	περίοδος 2
επένδυση			
Α	10000	10000	
Β	10000	10000	1100
Γ	10000	3762	7762
Δ	10000	5762	5762

	περίοδος επανακτήσεως κεφαλαίου	κατάταξη
Α	1	1
Β	1	1
Γ	1.80	4
Δ	1.74	3

Συγκριτική ανάλυση μεθόδων αξιολόγησης - Β

Απόδοση της επένδυσης

επένδυση	μέσες εισροές	έση απόσβεσ	μέσο κέρδος	μέση λογ. αξία	κέρδος/λ.αξία
Α	10000	10000	0	10000	0.00
Β	5550	5000	550	5000	0.11
Γ	5762	5000	762	5000	0.15
Δ	5762	5000	762	5000	0.15

απόδοση της επένδυσης		κατάταξη
Α	0	4
Β	0.11	3
Γ	0.15	1
Δ	0.15	1

Συγκριτική ανάλυση μεθόδων αξιολόγησης - Γ

Εσωτ. Συντελεστής Απόδοσης και Καθαρή Παρούσα Αξία

εσωτερικός συντ. απόδοσης επένδυσης		κατάταξη
Α	0%	4
Β	10%	1
Γ	9%	3
Δ	10%	1

καθαρή παρούσα αξία επένδυσης		κατάταξη	επιτόκιο προεξόφλησης
Α	-566.04 €	4	6%
Β	412.96 €	3	
Γ	457.21 €	2	
Δ	564.01 €	1	

Συγκριτική ανάλυση μεθόδων αξιολόγησης - Δ

Ανακεφαλαίωση :

Σύνοψη των κατατάξεων	Α	Β	Γ	Δ
περίοδος επανακτήσεως του κεφαλαίου	1	1	4	3
απόδοση της επένδυσης	4	3	1	1
εσωτ. Συντ. Απόδοσης	4	1	3	1
καθαρή παρούσα αξία με σ. προεξ, 6%	4	3	2	1
καθαρή παρούσα αξία με σ. προεξ, 30%	3	1	4	2

Παρατηρούμε ότι η σειρά κατάταξης αλλάζει για υψηλότερο επιτόκιο προεξόφλησης (όμως και πάλι, ιδίως σε αντίθεση με τα πρώτα δύο κριτήρια, έχουμε πλήρη διάταξη)

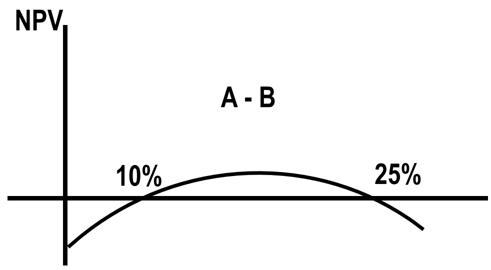
Εσωτερικός Συντελεστής Αποδοτικότητας (ΕΣΑ) - IRR - 4

Πολλαπλοί συντελεστές αποδοτικότητας:

Η διαφορική επένδυση Α - Β έχει θετική Καθαρή Παρούσα Αξία μεταξύ επιτοκίων 10 και 25%.

Αυτό σημαίνει ότι με επιτόκια προεξόφλησης εντός του διαστήματος 10% - 25% η επένδυση Α είναι προτιμότερη της Β και αντιστρόφως.

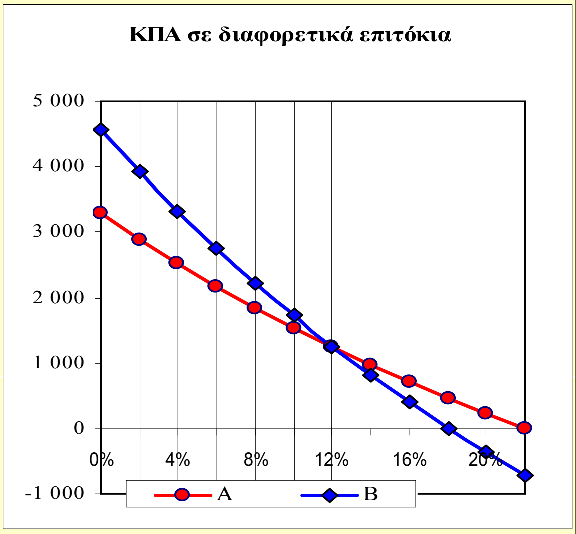
ΕΠΕΝΔΥΣΗ	0	1	2
Α	-163	191	60
Β	-90	20	160
Α - Β	-73	171	-100



Σύγκριση ΚΠΑ (NPV) και ΕΣΑ (IRR) -- 1

Η επένδυση **Α** έχει μεγαλύτερο IRR (22%), αλλά για επιτόκια μικρότερα του 12% (Fisher point) έχει μικρότερη παρούσα αξία από την επένδυση **Β**.

	PROJECTS			Καθ. Παρ. Αξία	
έτ.	*A*	*B*	*%*	*A*	*B*
0	-7 000	-12 000	0%	3 290	4 560
1	3 430	5 520	2%	2 892	3 919
2	3 430	5 520	4%	2 519	3 319
3	3 430	5 520	6%	2 168	2 755
			8%	1 839	2 226
			10%	1 530	1 727
			12%	1 238	1 258
			14%	963	815
			16%	703	397
			18%	458	2
			20%	225	-372
			22%	5	-727
			24%	-204	-1 063



Σύγκριση ΚΠΑ (NPV) και ΕΣΑ (IRR) -- 2

- Ο εσωτερικός συντελεστής αποδοτικότητας (IRR), δε λαμβάνει υπ' όψη το απόλυτο μέγεθος της αρχικής επένδυσης.

- Στο παράδειγμα των αμοιβαία αποκλειομένων επενδύσεων Α και Β παρ' ό,τι η επένδυση Α έχει πολύ υψηλό IRR, (100%), η Καθ. Παρούσα Αξία της είναι ασήμαντη (0.82) συγκρινόμενη με την Κ.Π.Α. της Β (90.91)

- Αν η επένδυση Α ήταν μεγέθους ανάλογου με τη Β (1,000), και διατηρούσε την αποδοτικότητά της, τότε IRR και NPV θα συμφωνούσαν προτείνοντας την επένδυση Α ως προτιμότερη.

Έτος	*0*	*1*	IRR	NPV@10%
Επένδυση Α	**-1**	**2**	**100%**	0.82
Επένδυση Β	**-1,000**	**1,200**	20%	**90.91**

Σύγκριση ΚΠΑ (NPV) και ΕΣΑ (IRR) – 3
Καλυμμένο πρόβλημα κλίμακας

- Η επένδυση Α επιστρέφει 80 λιγότερα το έτος 1, αλλά 89 περισσότερα το έτος 2. Δεδομένου του επιτοκίου 5% το επί πλέον όφελος της Α κατά το έτος 2 (89) είναι πιο σημαντικό του επί πλέον οφέλους της Β στο έτος 1 (80).

Δηλ.: $80 * 1.05 = \mathbf{84} < 89$

Στο ίδιο συμπέρασμα (υπέρ της Α) καταλήγουμε αν συγκρίνουμε τις τελικές αξίες των δύο επενδύσεων. Εξαιρώντας τις ίσες αρχικές επενδύσεις, έχουμε:

$FV(A) = 20 * 1.05 + 120 = \underline{\mathbf{141}}$ $FV(B) = 100 * 1.05 + 31 = \underline{\mathbf{136}}$

Έτος	*0*	*1*	*2*	IRR	NPV@5%
Επένδυση Α	**-100**	**20**	**120**	20%	**<u>28</u>**
Επένδυση Β	**-100**	**100**	**31**	**<u>25%</u>**	23

- Το κριτήριο IRR υποθέτει επανεπένδυση των ενδιάμεσων εισροών με επιτόκιο = IRR.

Σύγκριση ΚΠΑ (NPV) και ΕΣΑ (IRR) – 3β

- Το κριτήριο IRR αντικατοπτρίζει μέσες και όχι διαφορικές χρηματικές ροές

Έτος	*0*	*1*	IRR	NPV@5%
Επένδυση Α	**-10000**	**12000**	20%	**<u>1 429</u>**
Επένδυση Β	**-15 000**	**17 700**	18%	1 857
Β-Α	-5 000	5 700	14%	

- Το κριτήριο IRR υποθέτει επανεπένδυση των ενδιάμεσων εισροών με επιτόκιο = IRR. Για να επιλέξουμε πρέπει να ξέρουμε πως θα χρησιμοποιηθούν τα επιπλέον κεφάλαια

Έτος	*0*	*1*	*2*	*3*	IRR	NPV@5%
Α	**-1,000**	**80**	**80**	**1,080**	8%	82
Β	**-1,000**	**388**	**388**	**388**	8%	57
Α -Β	**0**	**-308**	**-308**	**692**	8%	25

Σύγκριση ΚΠΑ και ΕΣΑ -- 4

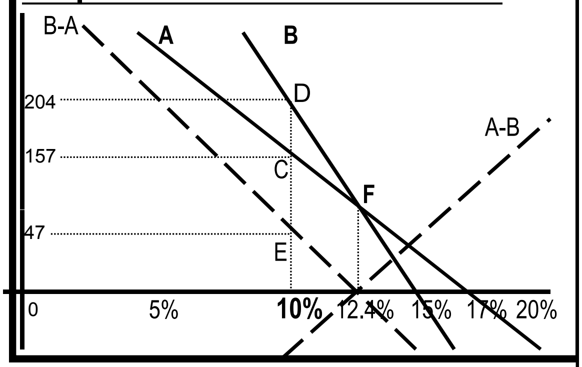
Απλουστευμένος Κανόνας IRR

Αν το IRR* στοχος (π.χ. 10%) < IRR της διαφορικής επένδυσης Α-Β, ...
τότε επιλέγεται η πρόταση με το μικρότερο IRR.

Αν το IRR* στοχος (π.χ. 10%) > IRR της διαφορικής επένδυσης Α-Β, ...
τότε επιλέγεται η πρόταση με το μεγαλύτερο IRR.

IRR : Ελάχιστη αποδεκτή αποδοτικότητα*

Ετος	A	B	A-B	B-A
0	-1,500	-1,900	400	-400
1	550	400	150	-150
2	1,400	800	600	-600
3		800	-800	800
4		700	-700	700
NPV	157	**204**	-47	47
IRR	**17%**	15%	12.4%	12.4%



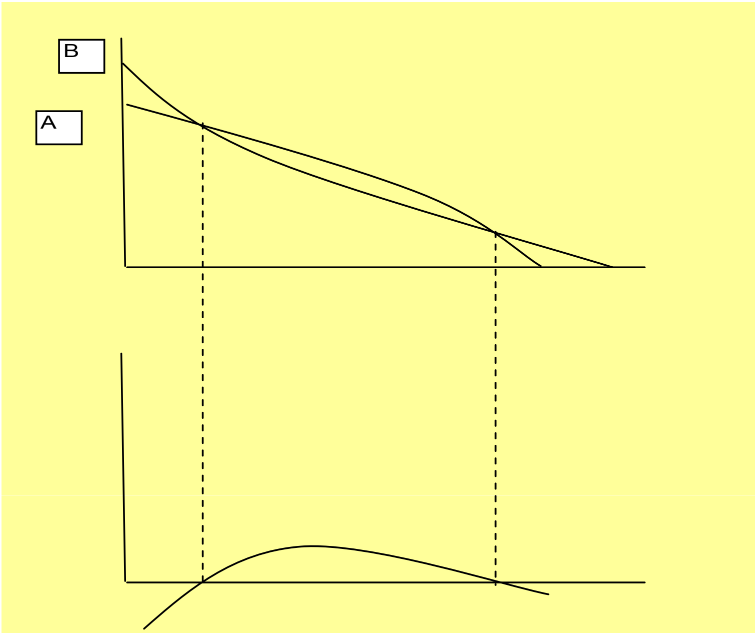
Σύγκριση ΚΠΑ (NPV) και ΕΣΑ (IRR) – 4β

- πολλαπλές λύσεις ΕΣΑ

σχέδιο	0	1	2	ΕΣΑ
A	-162.727	190.909	60	30%
B	-90	20	160	40%
A-B	-72.727	170.909	-100	
επιτ. Αγοράς	*0.15*			
επένδυση	-72.727	83.63605		
δάνειο		87.27295	-100	0.146
B-A	72.727	-170.909	100	
επιτ. Αγοράς	*0.15*			
δάνειο	72.727	-83.63605		
επένδυση		-87.27295	100	0.146

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ

Σύγκριση ΚΠΑ (NPV) και ΕΣΑ (IRR) – 4γ



ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ

Σύγκριση ΚΠΑ (NPV) και ΕΣΑ (IRR) -- 5

Παράδειγμα

Συγκρίνοντας τα IRR τείνουμε να δεχθούμε το σχέδιο **B**. Αλλά αυτό είναι λάθος.

Εξετάζοντας τη διαφορική επένδυση A-B, φαίνεται ότι επειδή IRR* (=6%) < $IRR_{(A-B)}$ = 7.3%, πρέπει να γίνει αποδεκτό το σχέδιο με το <u>μικρότερο IRR</u>, δηλ. το **A**.

Ετος	**A**	**B**	A-B	B-A
0	-1,000	-450	-550	550
1	400	300	100	-100
2	600	150	450	-450
3	187	106	81	-81
4				
NPV	**<u>68</u>**	56	13	-13
IRR	10%	**<u>14%</u>**	7.3%	7.3%

Ελάχιστο αποδεκτό IRR*(στόχος) = 6%
Επιτόκιο προεξόφλησης = 6%

Κατά τον υπολογισμό της ΚΠΑ η προεξόφληση γίνεται με το <u>επιτόκιο προεξόφλησης</u>. Ο ΕΣΑ υπολογίζεται με <u>προεξοφλητικό επιτόκιο ίσο με IRR</u>.

Αν τα <u>μελλοντικά επιτόκια</u> είναι ανόμοια μεταξύ τους, ο υπολογισμός της ΚΠΑ δεν παρουσιάζει δυσκολία. Ο υπολογισμός του ΕΣΑ όμως αποκλείει ανόμοια επιτόκια.

Σύγκριση ΚΠΑ (NPV) και ΕΣΑ (IRR) cont.

Καρτεσιανός κανόνας των προσήμων (Descartes)

			i=	10%			
period	0	1	2	3		NPV	IRR
Α	-1	5	-6		-	1.41	100%, 200%
Β	-1	6	-11	6	-	0.13	0%, 100%, 200%
Γ	-1	3	-2.5		-	0.34	μη πραγματικός ΕΣΑ
Δ	1	-3	2.5			0.34	μη πραγματικός ΕΣΑ

$$i = \frac{(n_1 - 2) \pm \sqrt{n_1^2 + 4n_2}}{2}$$

Ο τύπος για τις ρίζες μιάς επιλογής τριών περιόδων όπου n_0=-1.

Αν $-4n_2$ είναι μεγαλύτερο του n_1^2 θα έχουμε μιγαδικές λύσεις

Δείκτης αποδοτικότητας ή Δείκτης Παρούσας Αξίας (PI) -- 1

Είναι η παρούσα αξία των ωφελειών που δημιουργούνται από την επένδυση μιάς δραχμής

Είναι ο λόγος της Παρούσας Αξίας (PV) των καθαρών ενδιάμεσων εισροών δια της αξίας της αρχικής επένδυσης. Η επένδυση γίνεται δεκτή αν ο δείκτης αυτός είναι μεγαλύτερος του 1.

PI = PV(*καθαρών ενδιάμεσων εισροών*) / (*Αρχική επένδυση*)

Είναι αντίστοιχος με την Καθ. Παρ. Αξία και οι απαντήσεις τους συμπίπτουν όταν εξετάζεται μία μόνο επένδυση, αλλά δεν δείχνει το απόλυτο μέγεθος του οφέλους. Είναι ένα είδος δείκτου κερδοφορίας ή επιστροφής, γιατί δείχνει πόσες φορές τα καθαρά οφέλη είναι μεγαλύτερα από την αρχική δαπάνη.

Μειονεκτήματα

- Η όποια δαπάνη αυξάνει τον παρονομαστή (ως αρχική επένδυση) ή μικραίνει τον αριθμητή (ως λειτουργική δαπάνη); Ο δείκτης λοιπόν εξαρτάται από το χαρακτηρισμό της, αφού πολλές φορές είναι αβέβαιο αν κάποια δαπάνη αφορά την αρχική επένδυση ή είναι λειτουργικό έξοδο.
- Στην πράξη δεν υπάρχουν τέλεια διαιρετές επενδύσεις.

Δείκτης αποδοτικότητας ή Δείκτης Παρούσας Αξίας (PI) -- 2

Αμοιβαίως αποκλειόμενες επενδύσεις i = 10%

	0	1	2	PI	NPV	
A	-1 500	1 000	1 000	**1.16**	**236**	Διαφορά με NPV, επειδή δε λαμβάνει υπ
B	-3 100	2 000	2 000	**1.12**	**371**	όψη το απόλυτο μέγεθος της επένδυσης
Διαφορική επένδυση:						
B - A	-1 600	1 000	1 000	**1.08**	**136**	Δείχνει ότι η **B** είναι προτιμότερη της **A.**
Σχετικά με τη φύση της δαπάνης:						
C	-1 500	1 000	1 000	**1.16**	**236**	
D έσοδα		2 000	2 000	**1.07**	**236**	
D επένδ	-1 500	-1 000	-1 000			

Οι δύο επενδύσεις (C και D) είναι ίδιες. Στην περίπτωση **C** οι εκροές των ετών 1 και 2 θεωρούνται λειτουργικές δαπάνες, ενώ στην περίπτωση **D** οι εκροές αυτές (-1,000 και -1,000) έχουν θεωρηθεί ότι είναι πληρωμές για την αρχική επένδυση

Το PI δεν μπορεί να ιεραρχήσει ανεξάρτητες επενδύσεις. Αν η εταιρεία δεν σκοπεύει να δεχτεί όλες τις προτάσ με PI>1 (ή NPV>0), τότε ο συντελεστής προεξόφλησης που χρησιμοποιεί δεν είναι σωστός και γι αυτό η κατάτα που θα προκύψει δεν θα είναι αξιόπιστη, ούτε ίδια με αυτήν της NPV.

Τροποποιημένος Εσωτ Συντελεστής Αποδοτικότητας - MIRR

Είναι το επιτόκιο που εξισώνει τη μελλοντική αξία των ενδιάμεσων πληρωμών (FV),(δηλ. χωρίς την αρχική επένδυση), υπολογισμένη με το επιτόκιο προεξόφλησης,($= \Sigma[\ CF_t * (1+i)^{n-t}\ ]$), με τη μελλοντική αξία της αρχικής επένδυσης, ($= INV * (1+MIRR)^n$), όπου i το επιτόκιο της κεφαλαιαγοράς.

yr	*A*	*B*
0	-7 000	-12 000
1	3 430	5 520
2	3 430	5 520
3	3 430	5 520

@ 10%

		A	*B*
Εσωτ. Συντ. Αποδοτικότητα	IRR	22.0%	18.0%
Καθ. Παρούσα Αξία	NPV	1 530	1 727
Μελλ. Αξία Ενδ. Πληρωμών	FV	11 353	18 271
Τροπ. Εσωτ. Συντ. Αποδοτ.	MIRR	17.5%	15.0%

Διαφορετική διάρκεια ζωής. Ετήσιο ισοδύναμο -- 1

Όταν οι διάρκειες των επενδυτικών σχεδίων διαφέρουν, τότε μπορούμε να συγκρίνουμε τα "**ετήσια ισοδύναμα**" ή το "**διηνεκές ισοδύναμο**", δηλ. τις παρούσες αξίες διηνεκών ροών με δόσεις ίσες με το ετήσιο ισοδύναμο της κάθε επένδυσης. Εναλλακτικά οι επενδύσεις μπορούν να συγκριθούν στο "**ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο της διάρκειάς**" τους, υποθέτοντας ότι όταν ολοκληρωθούν επαναλαμβάνονται με τις ίδιες προϋποθέσεις.

Παράδειγμα i = **10%**

	A	B	
Οικονομική ζωή (*n*)	3	8	
Κόστος αγοράς (*C*)	10,000	30,000	
Ετήσιο κόστος λειτουργίας	2,000	1,500	
Ετήσιο ισοδύναμο κόστος:	**4,021**	**5,623**	$= C\ /\ a(n,i)$
+ Ετήσιο κόστος λειτουργίας:	2,000	1,500	
Ετήσιο συνολικό κόστος =	**6,021**	**7,123**	
Διηνεκές Κόστος =	60,211	71,233	= Ετήσιο συνολικό κόστος / i

Διαφορετική διάρκεια ζωής. Ετήσιο ισοδύναμο -- 2

Πώληση δικαιωμάτων εφεύρεσης ή εκμετάλλευσή της για 10 χρόνια;

10%	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	NPV
Εκμετάλλευση		245	245	245	245	245	245	245	245	245	245	1,505
Πώληση	2,000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,000
Ετήσιο ισοδύναμο:												
Εκμετάλλευση	245											
Πώληση	325.5											

Αν αμοιβαίως αποκλειόμενες επενδύσεις έχουν διαφορετική διάρκεια ζωής, τότε υποθέτουμε ότι:
(α) Στο τέλος της ζωής της επένδυσης το κεφάλαιο επανεπενδύεται με απόδοση ίση με i
(β) Επανεπενδύεται στα ίδια στοιχεία ή (γ) Γίνεται κάτι άλλο.

Επανεπένδυση με απόδοση = i

10%	0	1	2	3	NPV
(α)	-100	120	0	0	9
(β)	-100	50	50	50	24

Επανεπένδυση στα ίδια

10%	0	1	2	3	NPV
(α)	-100	-100	-100	0	
(α)		120	120	120	
(α)	-100	20	20	120	25
(β)	-100	50	50	50	24

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ

P/Sol

Φυσικές, Χρηματοδοτικές και Συνολικές χρηματικές ροές -- 1

(Project) (Financing) (Equity)

Ή υπολογίζονται ξεχωριστά, ή συμπεριλαμβάνονται **και** τα δάνεια **και** οι τόκοι.

6%	0	1	NPV	IRR
Φυσικές	-1 000	1 080	19	8%

Η ΚΠΑ και οι τόκοι δανείων υπολογίζονται με 6%
Η επένδυση είναι αποδεκτή με NPV και IRR > 0

6%	0	1	NPV	IRR
Φυσικές	-1 000	1 080	19	8%
Τόκοι δανείων		-60	-57	
ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ	-1 000	1 020	-38	2%

Έστω πχ δάνειο ίσο με την αρχική επένδυση (1,000).
Αν συμπεριληφθούν μόνο οι τόκοι στους υπολογισμούς τότε μια συμφέρουσα πρόταση μπορεί να απορριφθεί.

6%	0	1	NPV	IRR
Φυσικές	-1 000	1 080	19	8%
Χρηματοδ/κές	1 000	-1060	0	6%
ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ	0	20	19	

Αν συμπεριληφθεί και το δάνειο και η αποπληρωμή του τότε η ΚΠΑ δεν επηρεάζεται, εφ' όσον **το επιτόκιο δανεισμού ισούται με το επιτόκιο προεξόφλησης**

6%	0	1	NPV	IRR
Φυσικές	-1 000	1 080	19	8%
Χρηματοδ/κές	500	-530	0	6%
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Τό ίδιο συμβαίνει αν συμπεριληφθεί μικρότερο δάνειο και αποπληρωμή του

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ

P/Sol

Φυσικές, Χρηματοδοτικές και Συνολικές χρηματικές ροές -- 2

Αν το επιτόκιο του δανείου διαφέρει από το επιτόκιο προεξόφλησης, τότε συμπεριλαμβάνοντας δάνεια και τόκους στις χρηματορροές, οι δείκτες μπορεί να γίνουν αναξιόπιστοι. π.χ. ένα τεράστιο χαμηλότοκο δάνειο μπορεί να δημιουργήσει υπερβολικά μεγάλους δείκτες που αντί να δείχνουν την αξία του επενδυτικού σχεδίου δείχνουν το όφελος από λήψη ευκαιριακών δανείων.

6%	0	1	NPV	IRR
Φυσικές	-1,000	1,080	19	8%

Αν τα επιτόκια προεξόφλησης και δανεισμού είναι 6% & αντίστοιχα, τότε οι <u>φυσικές</u> χρηματορροές δίνουν ΚΠΑ=1

6%	0	1	NPV	IRR
Φυσικές	-1,000	1,080	19	8%
Χρηματοδ/κές	1,000	-1,030	28	
ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ	0	50	47	

Οι <u>συνολικές</u> χρηματορροές έχουν αυξημένη ΚΠΑ λόγω ωφελειών του χαμηλότοκου δανείου (+28).

6%	0	1	NPV	IRR
Φυσικές	-1,000	1,080	19	8%
Χρηματοδ/κές	2,000	-2,060	57	
ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ	1,000	-980	75	

Όσο μεγαλύτερο γίνεται το δάνειο, τόσο φαίνεται να αυξάνεται η ΚΠΑ !!!!

Φυσικές, Χρηματοδοτικές και Συνολικές χρηματικές ροές -- 3

- Όταν χρησιμοποιούνται Συνολικές Χρηματικές Ροές, η ΚΠΑ και ο Εσ.Συντ.Αποδ (ΕΣΑ) επηρεάζονται ως εξής:
- Αν *i* προεξόφλησης >=< *i* δανείου,

ΚΠΑ (Συν. Χρημ. Ροών) >=< ΚΠΑ (Φυσ. Χρημ. Ροών)

- Αν ΕΣΑ >=< *i* δανείου,

ΕΣΑ (Συν. Χρημ. Ροών) >=< ΕΣΑ (Φυσ. Χρημ. Ροών)

Φυσικές, Χρηματοδοτικές και Συνολικές χρημ. ροές – plus

προτιμήσεις επενδυτή και δυνατότητες που προσφέρει η κεφαλαιαγορά

NPV	έτος 0	έτος 1	έτος 2	έτος 3
3 365.06 €	-10000	5000	5000	5000
επιτόκιο	6%			

προτίμηση να εκταμιεύσει την υπεραξία στην αρχή της περιόδου

	αρχή περιόδου				τέλος περιόδου
περίοδος	δάνειο	τόκος	συν. Οφειλή	εισροές	δάνειο
1	13 365 €	802 €	14 167 €	5000	9 167 €
2	9 167 €	550 €	9 717 €	5000	4 717 €
3	4 717 €	283 €	5 000 €	5000	0 €

προτίμηση να εκταμιεύσει την υπεραξία στο τέλος της περιόδου

	αρχή περιόδου				τέλος περιόδου
περίοδος	δάνειο	τόκος	συν. Οφειλή	εισροές	δάνειο
1	10 000 €	600 €	10 600 €	5000	5 600 €
2	5 600 €	336 €	5 936 €	5000	936 €
3	936 €	56 €	992 €	5000	-4 008 €

Εισροές : οι εισροές της επένδυσης διατίθενται για την εξόφληση του δανείου

P/Sol

Φυσικές, Χρηματοδοτικές και Συνολικές χρημ. ροές – plus

Κίνηση πάνω στην καμπύλη χρηματοδότησης ανάλογα με τη μορφή των ατομικών καμπυλών αδιαφορίας

προτίμηση να εκταμιεύσει την υπεραξία στο τέλος κάθε έτους ισόποσα

περίοδος	αρχή περιόδου δάνειο	τόκος	συν. Οφειλή	εισροές διαθεσιμες για πληρωμή	δάνειο
1	10 000 €	600 €	10 600 €	3741	6 859 €
2	6 859 €	412 €	7 271 €	3741	3 530 €
3	3 530 €	212 €	3 741 €	3741	0 €
NPV					τέλος περιόδου
3 365 €		1259	1259	1259	
NPV					
3 365 €		0	0	4008	

P/Sol

Φυσικές, Χρηματοδοτικές και Συνολικές χρημ. ροές – plus

*δάνειο που απαιτείται για χρηματικές ροές ίσες προς **5000** ετησίως*

NPV	έτος 0	έτος 1	έτος 2	έτος 3
3 365.06 €	-10000	5000	5000	5000
επιτόκιο	6%			

εναλλακτική χρήση του χρήματος (δάνειο προς τρίτους)

περίοδος	αρχή περιόδου δάνειο	τόκος	συν. Οφειλή	εισπράξεις εισροές	υπόλοιπο δάνειο
1	13 365 €	802 €	14 167 €	5000	9 167 €
2	9 167 €	550 €	9 717 €	5000	4 717 €
3	4 717 €	283 €	5 000 €	5000	0 €

Περίπτωση διαθεσιμότητας κεφαλαίων στην επιχείρηση : Για να εξασφαλίσει η εταιρεία τις ίδιες χρηματικές εισροές που δίνει η (εσωτερική) επένδυση 10 000€ πρέπει να δανείσει σε τρίτους ποσό ίσο με 13 365€

Παράδειγμα – 1 - διαφορετικός αριθμός περιόδων

ΑΜΟΙΒΑΙΑ ΑΠΟΚΛΕΙΟΜΕΝΑ ΣΧΕΔΙΑ

Επιλέγεται το σχέδιο με τη μεγαλύτερη ΚΠΑ.

Η μεθοδολογία της ΚΠΑ δεν επηρεάζεται από τον αριθμό των περιόδων ή τις διαφορές στην αρχική επένδυση. Ο διαφορετικός αριθμός περιόδων αντιμετωπίζεται με το ετήσιο ισοδύναμο όφελος ή άλλες υποθέσεις.

Οι υποθέσεις στις οποίες στηρίζεται η ΚΠΑ είναι:

1. Υπάρχει πλήρως ανταγωνιστική κεφαλαιαγορά

2. Το επιτόκιο προεξόφλησης εκφράζει ικανοποιητικά τον κίνδυνο / αβεβαιότητα του σχεδίου επένδυσης.

*Ποια υπόθεση γίνεται για το 4ο έτος του σχεδίου **Α**, αν χρησιμοποιηθεί η NPV ως κριτήριο;*

Ποια αν χρησιμοποιηθεί το ετήσιο ισοδύναμο όφελος (ΕτΙσ);

Ετος	**A**	**B**
0	-1,500	-1,900
1	500	500
2	800	800
3	1,000	1,000
4		700
NPV	367	**445**
IRR	**22%**	20%
Ετ.Ισοδ.	**148**	140

Επιτόκιο προεξόφλησης = 10%

• Το γεγονός ότι το σχέδιο **Β** είναι “ακριβότερο” δεν έχει σημασία λόγω της υπόθεσης 1.

• Το κοινό επιτόκιο προεξόφλησης (10%) που εφαρμόζεται και στα δύο σχέδια δηλώνει εκτίμηση όμοιου κινδύνου.

Παράδειγμα – 2 διαφορετικό επίπεδο κινδύνου

Αγορά γης αξίας 10,000 για:

Α: την ανέγερση ξενοδοχειακής μονάδας,

(Αξιολογείται με 10% ως σχετικά χαμηλού κινδύνου)

ή

Β: Καλλιέργεια φυστικιάς, μεγαλύτερης αβεβαιότητας,

(Αξιολογείται με 18% λόγω της ευαισθησίας του φυτού)

i	*10%*	*18%*
Ετος	**A**	**B**
0	-10,000	-10,000
1	-5,000	-8,000
2	7,000	4,000
3	9,000	6,000
4	4,000	8,000
5		7,000
6		9,000
NPV	**734**	265
IRR	12%	**19%**

• Επιλέγεται η πρόταση ανέγερσης ξενοδοχειακής μονάδας επειδή έχει μεγαλύτερη ΚΠΑ

• Το γεγονός ότι η καλλιέργεια αποδίδει 19% ενώ η ξενοδοχειακή μονάδα μόνο 12% δεν έχει σημασία.

• Οι αποδόσεις δεν μπορούν να συγκριθούν αν δε ληφθεί υπ’ όψη το επίπεδο κινδύνου.

Παράδειγμα -- 3

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ (INTERLINKED) ΣΧΕΔΙΑ

A: Καλλιέργεια κηπευτικών.

B: Εξαγωγές κηπευτικών.

Επιλέγεται το σχέδιο ή ο συνδυασμός με τη μεγαλύτερη ΚΠΑ.

Το σχέδιο **Β** χωρίς την ύπαρξη του **Α** έχει ΚΠΑ = 427, ενώ το **Β** δεδομένου του **Α** έχει ΚΠΑ = 550

Άρα η ανάληψη της επένδυσης **Α** <u>και</u> της επένδυσης **Β** έχει ΚΠΑ = 550 + (- 73) = 477 και είναι η προτιμότερη επιλογή.

Ετος	**A**	**B**	**B δεδ A**
0	-1,000	-2,000	-2,000
1	400	500	500
2	500	800	800
3	200	1,200	1,000
4	0	600	1,000
NPV	**-73**	**427**	**550**
IRR	5%	19%	21%

Επιτόκιο προεξόφλησης = 10%

Παράδειγμα -- 4

ΣΥΣΤΗΜΑ ΘΕΡΜΑΝΣΗΣ ΘΕΡΜΟΚΗΠΙΟΥ

(1) A: Με πετρέλαιο. **B:** Με ανανεώσιμες μορφές ενέργειας. Υπερτερεί το **Β** λόγω μικρότερης Παρ. Αξίας κόστους,(-317).

(2) *Να αγοραστεί το **B** τώρα ή τον έκτο χρόνο αν για τα 5 πρώτα χρόνια η απαιτούμενη ενέργεια μπορεί να αγοράζεται με κόστος 16 / έτος;*

Απ. Είναι αδιάφορο επειδή:

$$PV=317*(1.05)^{-5} + 16*a(5, 5\%) = 248 + 69 = 317$$

(3) *Δεδομένης της δυνατότητας αγοράς ενέργειας με 16/έτος, να αγοραστεί το **Β**;*

Απ. Ναί, επειδή *Παρ.Αξία=16/0.05= 320*

Ετος	**A**	**B**
0	60	90
1	15	20
2	15	18
3	15	16
4	15	14
5	15	12
6	15	10
7	15	10
8	15	10
9	15	10
	...	...
NPV	**360**	**317**

Επιτόκιο = 5%

(4) *Αν είχε αγοραστεί το **Α**, θα συνέφερε να αντικατασταθεί από το **Β** τον έκτο χρόνο;*

Απ. Όχι επειδή το **Α** δεν θα επιβαρυνόταν με αρχική δαπάνη και θα είχε συνολική *παρούσα αξία κόστους = 15 / 0.05 = 300*

Παράδειγμα -- 5 - ΑΛΥΣΙΔΩΤΕΣ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ

A: *Ανακαίνιση αρδευτικού έργου για επέκταση ζωής του κατά 10 έτη με ΚΠΑ = 100.*

B: *Κατασκευή νέου διάρκειας ζωής 20 ετών με ΚΠΑ 20ετίας = 125.*

• Παρ' ό,τι η **Β** πρόταση έχει μεγαλύτερη ΚΠΑ δεν είναι προτιμότερη, όπως φαίνεται αν συγκριθούν τα ετήσια ισοδύναμα: (**Α:** 16, **Β:** 14). - *i* = 10% -

• ΠΡΟΣΟΧΗ: η ΚΠΑ αγνοεί ωφέλειες που θα μπορούσαν να προκύψουν κατά τη δεύτερη 10ετία με το σχέδιο **Α**, ή θεωρούνται ίσες με μηδέν.

• Μετατρέποντας τις αξίες σε ετήσια ισοδύναμα υποθέτουμε ότι μετά από 10 έτη θα εμφανισθεί για το σχέδιο **Α** μια επενδυτική ευκαιρία ισοδύναμη με την ανακαίνιση.

• Μια άλλη υπόθεση είναι ότι στο τέλος της 10ετίας θα μπορεί να κατασκευαστεί ένα νέο αρδευτικό στη θέση του σήμερα ανακαινιζόμενου παλαιού, με τα χαρακτηριστικά της **Β** πρότασης.

Παράδειγμα -- 6

ΚΟΣΤΟΣ ΧΡΗΣΗΣ ΠΛΕΟΝΑΖΟΥΣΑΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ

Μια βιομηχανία έχει πλεόνασμα δυναμικότητας ενός λέβητα και μελετά την παραγωγή ενός νέου προϊόντος που θα αξιοποιήσει το ½ του πλεονάσματος. Αν υποθέσουμε ότι η εντατικότερη χρήση του λέβητα μετατοπίζει την ημ/νία αντικατάστασής του από 5 σε 3 χρόνια από σήμερα, πρέπει το κόστος της μετατόπισης αυτής να επιβαρύνει το νέο προϊόν ή η χρήση της πλεονάζουσας δυναμικότητας έχει κόστος 0;

Κόστος λέβητα: 2,595, Διάρκεια ζωής του: 15 έτη, επιτόκιο: 5%

Επομένως ισοδύναμο ετήσιο κόστος νέου λέβητα = 250

Αυτό το κόστος επιβαρύνει το 4ο και 5ο έτος και έχει συνολική παρούσα αξία = **402**.

Εναλλακτικά, αν υποτεθεί ότι κατά τα δύο πρώτα έτη η φθορά και η απαρχαίωση του (νέου) λέβητα είναι αμελητέες, τότε το κόστος που δημιουργείται από την νωρίτερη αντικατάσταση του παλαιού λέβητα είναι ίσο με τους τόκους του τιμήματος για δύο έτη, δηλαδή για το 4ο και 5ο έτος = 2,595 * 5% = 130, (αφού θα πληρωθεί νωρίτερα). Η παρούσα αξία των τόκων αυτών είναι = **209** (0.8227*130 + 0.7835*130).

Παράδειγμα -- 7

ΑΠΟΛΥΤΕΣ (ABSOLUTE) ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΕΣ/ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ (RELATIVE/INCREMENTAL) ΡΟΕΣ

Αντικατάσταση παλαιού εξοπλισμού με νέο. Κόστος κεφαλαίων = 10%

Παρ’ ό,τι ΚΠΑ$_{νέου}$ = 1,500, δεν μπορούμε να αποφασίσουμε αν δεν γνωρίζουμε τις επιδόσεις του παλαιού εξοπλισμού

Έτος	*0*	*1*	*2 …*
Νέος εξ.	-1,000	250	250 …

Αν ο υπάρχων εξοπλισμός κερδίζει 200/έτος, τότε η ΚΠΑ των διαφορικών χρηματορροών = -500. Απόρριψη.

Έτος	*0*	*1*	*2 …*
Νέος-Παλ	-1,000	50	50 …

Αν ο νέος εξοπλισμός κερδίζει 50 ενώ ο παλαιός χάνει 200/έτος, τότε η ΚΠΑ των διαφορικών χρηματορροών = 1,500. Αποδοχή; Όχι,επειδή συγκρίνεται με μια κακή εναλλακτική λύση (του παλαιού εξοπλισμού)

Έτος	*0*	*1*	*2 …*
Παλ	0	-200	-200 …
Νέος	-1,000	50	50 …
Νέος-Παλ	-1,000	250	250 …

Αυτό γίνεται φανερό αν συγκριθεί η νέα επένδυση με τον τερματισμό της λειτουργίας και του ζημιογόνου παλαιού εξοπλισμού, οπότε ΚΠΑ$_{νέου-τερμ}$ = -500. Απόρριψη.

Έτος	*0*	*1*	*2 …*
Τερμ	0	0	0 …
Νέος	-1,000	50	50 …
Νέος-Παλ	-1,000	50	50 …