

Οικονομίες κλίμακας και ανταγωνιστικές αγορές

Πρόταση: στον τέλει ανταγωνισμό δεν μπορεί να υπάρχουν αύξουσες οικονομίες κλίμακας

Απόδειξη

1^{ος} Τρόπος

Βήμα 1: Θα αποδείξουμε το θεώρημα του Euler για τις ομογενείς συναρτήσεις

Ορισμός ομοιογένειας

$$f(aK, aL) = a^m f(K, L) \quad (1)$$

Παραγωγίζουμε την (1) ως προς a , οπότε προκύπτει:

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial(aK)} \frac{\partial(aK)}{\partial a} + \frac{\partial f(\cdot)}{\partial(aL)} \frac{\partial(aL)}{\partial a} = ma^{m-1} f(K, L) \quad (2)$$

Οπότε

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial(aK)} K + \frac{\partial f(\cdot)}{\partial(aL)} L = ma^{m-1} f(K, L) \quad (3)$$

Και θέτοντας $a = 1$ η (3) γράφεται ως:

$$f_K K + f_L L = mf(K, L) \quad (4)$$

Βήμα 2: Γράφουμε τη συνάρτηση κέρδους της επιχείρησης

$$\pi = P_Q f(K, L) - P_K K - P_L L \quad (5)$$

Στον τέλει ανταγωνισμό (εξωγενώς οριζόμενες τιμές) η μεγιστοποίηση του κέρδους οδηγεί σε :

$$P_Q f_K = P_K \quad (6)$$

Και

$$P_Q f_L = P_L \quad (7)$$

Βήμα3 : Πολλαπλασιάζουμε την (4) με P_Q , οπότε:

$$P_Q f_K K + P_Q f_L L = m P_Q f(K, L) \quad (8)$$

Και στη συνέχεια αντικαθιστούμε τις (6), (7) και $Q = f(K, L)$ στην (8) προκύπτει ότι:

$$P_K K + P_L L = m P_Q Q \quad (9)$$

Αν $m = 1$, δηλαδή επικρατούν σταθερές αποδόσεις κλίμακας το συμπέρασμα που συνάγεται από την (9) είναι ότι η αξία των εισροών $P_K K + P_L L$ ισούται με την αξία του παραγόμενου προϊόντος.

Αντίθετα αν $m > 1$ συνεπάγεται ότι $P_K K + P_L L > P_Q Q$ δηλαδή η αξία των εισροών είναι μεγαλύτερη από την αξία του προϊόντος. Με άλλα λόγια στον τέλει ανταγωνισμό δεν μπορεί να υπάρχουν αύξουσες οικονομίες κλίμακας εφόσον τα έσοδα από την πώληση του προϊόντος δεν επαρκούν για να χρηματοδοτήσουν την αγορά των συντελεστών παραγωγής.

2^{ος} Τρόπος

Από τον ορισμό της ομοιογένειας έχουμε ότι:

$$f(aK, aL) = a^m f(K, L) \quad (10)$$

Αύξουσες αποδόσεις κλίμακας σημαίνει ότι για κάθε $a > 1$ ισχύει ότι:

$$f(aK, aL) > a f(K, L) \quad (11)$$

Και εφόσον $P_Q > 0$, η (11) γράφεται ως:

$$P_Q f(aK, aL) > aP_Q f(K, L) \quad (12)$$

Και αφαιρώντας το κόστος των εισροών :

$$P_Q f(aK, aL) - a(P_K K + P_L L) > a\{P_Q f(K, L) - (P_K K + P_L L)\} \quad (13)$$

Εφόσον $a > 1$ συνεπάγεται ότι

$$a\{P_Q f(K, L) - (P_K K + P_L L)\} > P_Q f(K, L) - (P_K K + P_L L) \quad (14)$$

Άρα από τις (13) και (14) προκύπτει ότι :

$$P_Q f(aK, aL) - a(P_K K + P_L L) > P_Q f(K, L) - (P_K K + P_L L) \quad (15)$$

Το οποίο είναι αντίφαση γιατί σημαίνει ότι τα κέρδη θα αυξάνουν συνεχώς όσο αυξάνει η χρήση των συντελεστών.