

## Η Αποτυχία της Αγοράς και ο Ρυθμιστικός Ρόλος του Κράτους

Με τον όρο **Αποτυχία της Αγοράς** (market failure) αναφερόμαστε στο γεγονός ότι υπάρχουν περιπτώσεις που η αγορά αποτυγχάνει να επιτελέσει τον ρόλο της. Ο ρόλος της αγοράς είναι η κατανομή των πόρων και αγαθών με έναν κοινωνικά “αποτελεσματικό” τρόπο. Όταν συμβαίνει αυτό έχουμε την επίτευξη της μέγιστης δυνατής κοινωνικής ευημερίας.

Η σχέση μεταξύ “άριστης” λειτουργίας της αγοράς και κοινωνικής ευημερίας συνοψίζεται στα παρακάτω δυο θεωρήματα:

• **Πρώτο Θεώρημα Των Οικονομικών της Ευημερίας**: Κάτω από συγκεκριμένες προϋποθέσεις, η ισορροπία που προκύπτει από τις συνθήκες του τέλει ανταγωνισμού της αγοράς έχει μια ιδιαίτερη ιδιότητα. Δεν υπάρχει κάποια άλλη δυνατή ανακατανομή των πόρων (δεν μπορεί, δηλαδή, να υπάρξει αλλαγή της παραγωγής ή της κατανάλωσης) τέτοια που να βελτιώνει την κατάσταση κάποιου υποκειμένου χωρίς να χειροτερεύει η κατάσταση κάποιου άλλου. Αυτή η ισορροπία χαρακτηρίζεται **ως άριστη κατά Pareto**.

-----  
**Παρατήρηση:** Οι απαραίτητες θεσμικές προϋποθέσεις για την αποτελεσματική κατανομή των πόρων είναι οι ακόλουθες:

- Ύπαρξη αγορών για όλα τα προϊόντα και υπηρεσίες
  - Οι αγορές πρέπει να είναι τέλεια ανταγωνιστικές
  - Απουσία εξωτερικών οικονομιών
  - Δεν υπάρχουν δημόσια αγαθά
  - Αυστηρά καθορισμένα δικαιώματα ιδιοκτησίας
  - Ύπαρξη πλήρους πληροφόρησης
  - Κάθε οικονομικό υποκείμενο ενεργεί ορθολογικά (μεγιστοποίηση κέρδους & ωφέλειας).
  - Το μακροχρόνιο μέσο κόστος δεν φθίνει (δεν υπάρχουν προϋποθέσεις για οικονομίες κλίμακας και επομένως δεν υπάρχουν φυσικά μονοπώλια)
  - Το κόστος των συναλλαγών είναι αμελητέο
  - Όλες οι σχετικές συναρτήσεις ικανοποιούν τις προϋποθέσεις κυρτότητας για την ύπαρξη συνολικών λύσεων.
-

**Σχόλιο: Αποτελεσματική και Άριστη κατανομή των πόρων (Efficiency vs Optimality)**

Παρόλο που οι όροι αποτελεσματικός και άριστος χρησιμοποιούνται εναλλακτικά, δεν ταυτίζονται. Ο απλούστερος τρόπος για να ορίσουμε την αποτελεσματικότητα είναι να σκεφτούμε τις χαμένες ευκαιρίες. Αν περιοριστεί η σπατάλη στη χρήση κάποιου πόρου (επαναφορά της αποτελεσματικότητας) τότε προκύπτει καθαρή ωφέλεια σε κάποια οικονομικά υποκείμενα. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η αποτελεσματική χρήση της ενέργειας κατά την οποία εξοικονομούνται πόροι (λιγότερες δαπάνες για ενέργεια) χωρίς να μειωθεί η παραγωγή. Σ' αυτήν την περίπτωση αναφερόμαστε σε τεχνική αποτελεσματικότητα. (technical or physical efficiency)

Μεγαλύτερο ενδιαφέρον, όμως, έχει η οικονομική αποτελεσματικότητα (Economic or Allocative efficiency). Υπάρχουν περιπτώσεις κατά τις οποίες οι πόροι χρησιμοποιούνται με τεχνικά αποτελεσματικό μεν τρόπο αλλά εξακολουθούν να υπάρχουν χαμένες ευκαιρίες. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η παραγωγή ενέργειας χρησιμοποιώντας έναν ιδιαίτερος επιβαρυντικό σε ρύπους καύσιμο (π.χ. κάρβουνο αντί για πετρέλαιο) που επιλέγεται από μια επιχείρηση. Όμως οι παραγόμενοι αυτοί ρύποι προκαλούν ποικίλες ζημιές στο κοινωνικό σύνολο και κατά συνέπεια ευθύνονται για μια σειρά επιπρόσθετων δαπανών (π.χ. νοσήλια, κόστος καθαρισμού). Ενδέχεται το κόστος αυτών των ζημιών να είναι μεγαλύτερο από το κόστος χρησιμοποίησης ενός λιγότερου επιβαρυντικού σε ρύπους καύσιμο. Σ' αυτήν την περίπτωση αναφερόμαστε σε οικονομική αναποτελεσματικότητα στην χρήση των πόρων.

Αντίθετα ο όρος άριστη κατανομή πόρων σημαίνει εκείνη την χρήση των πόρων μιας οικονομίας που προκύπτει από τη μεγιστοποίηση ενός σκοπού (συνήθως μεγιστοποίηση της ευημερίας) υπό προϋποθέσεις και περιορισμούς. Η αποτελεσματικότητα στη χρήση των πόρων είναι η απαραίτητη προϋπόθεση για την άριστη χρήση των πόρων.

Οι κατά Pareto άριστες συνθήκες αναφέρονται στην κατανάλωση, στην παραγωγή και συνολικά στις ανταλλαγές μέσω της αγοράς.

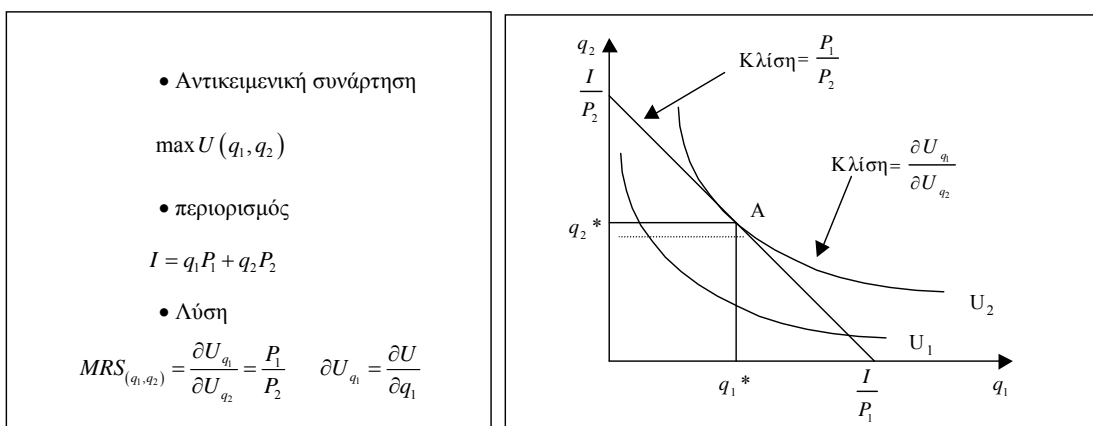
Συγκεκριμένα, οι κατά Pareto άριστες συνθήκες είναι:

• **Κατανάλωση**

$$MRS_{(q_1, q_2)} = \frac{\partial U^A_{q_1}}{\partial U^A_{q_2}} = \frac{\partial U^B_{q_1}}{\partial U^B_{q_2}} = \dots = \frac{\partial U^N_{q_1}}{\partial U^N_{q_2}} = \frac{P_1}{P_2} \quad (0.1)$$

δηλαδή ο λόγος των οριακών χρησιμοτήτων δυο αγαθών  $(q_1, q_2)$  είναι ίδιος για κάθε καταναλωτή  $(A, B)$ . Η σχέση (0.1) ορίζει ότι ο οριακός λόγος υποκατάστασης των δυο

αγαθών,  $MRS_{(q_1, q_2)} = \left( \frac{\partial U_{q_1}}{\partial U_{q_2}} \right)$ , είναι ίδιος για κάθε καταναλωτή και ισούται με τον λόγο των τιμών των αγαθών  $\frac{P_1}{P_2}$ . (Εισοδηματική γραμμή:  $I = q_1 P_1 + q_2 P_2$ )



Σχεδιάγραμμα 1: Η κατά Pareto Αριστοποίηση της κατανάλωσης

• **Παραγωγή**

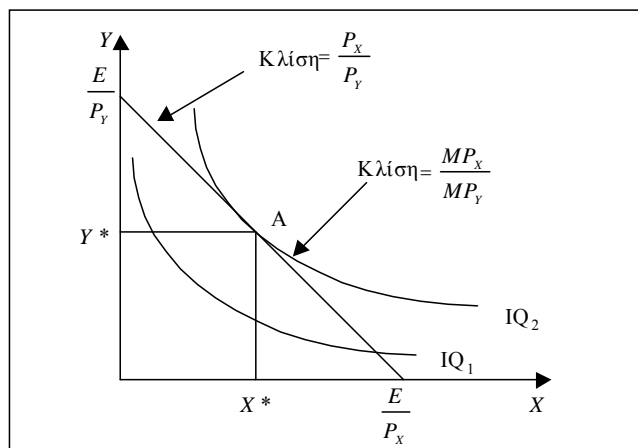
$$MRTS_{(XY)} = \frac{MP^q_X}{MP^q_Y} = \frac{MP^q_X}{MP^q_Y} = \dots = \frac{MP^q_X}{MP^q_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \quad (0.2)$$

δηλαδή ο λόγος των οριακών προϊόντων των συντελεστών  $(X, Y)$ , είναι ίδιος για κάθε προϊόν  $(q_1, q_2)$ . Η σχέση (0.2) ορίζει ότι ο οριακός λόγος τεχνικής υποκατάστασης των

συντελεστών παραγωγής,  $MRTS_{(XY)} = \frac{MP_X}{MP_Y}$ , είναι ίδιος για κάθε παραγόμενο προϊόν και

ισούται με τον λόγο των τιμών των συντελεστών  $\frac{P_X}{P_Y}$ . (Εξίσωση δαπάνης:  $E = X P_X + Y P_Y$ ).

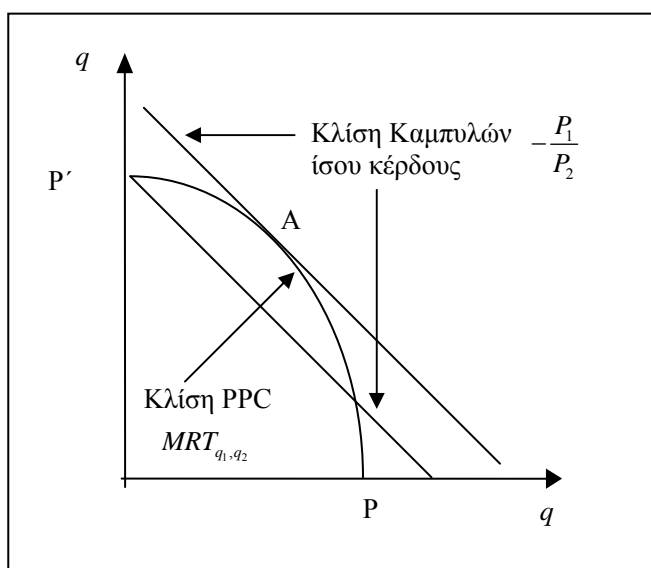
- Αντικειμενική συνάρτηση  
 $\max Q(X, Y)$
- περιορισμός  
 $E = XP_X + YP_Y$
- Λύση  
 $\frac{MP_X}{MP_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \quad MP_X = \frac{\partial Q}{\partial X}$



**Σχεδιάγραμμα 2:** Η κατά Pareto Αριστοποίηση της παραγωγής (περίπτωση ενός προϊόντος)

Αντίθετα στην περίπτωση πολλών προϊόντων η αποτελεσματικότητα κατά Pareto δίνεται από το παρακάτω σχεδιάγραμμα.

- Αντικειμενική συνάρτηση  
 $\max \{P_1q_1 + P_2q_2\}$
- περιορισμός  
 $PPC(q_1, q_2) = \bar{Q}$
- Λύση  
 $MRT_{q_1, q_2} = \frac{\frac{\partial PPC(q_1, q_2)}{\partial q_1}}{\frac{\partial PPC(q_1, q_2)}{\partial q_2}} = -\frac{P_1}{P_2}$



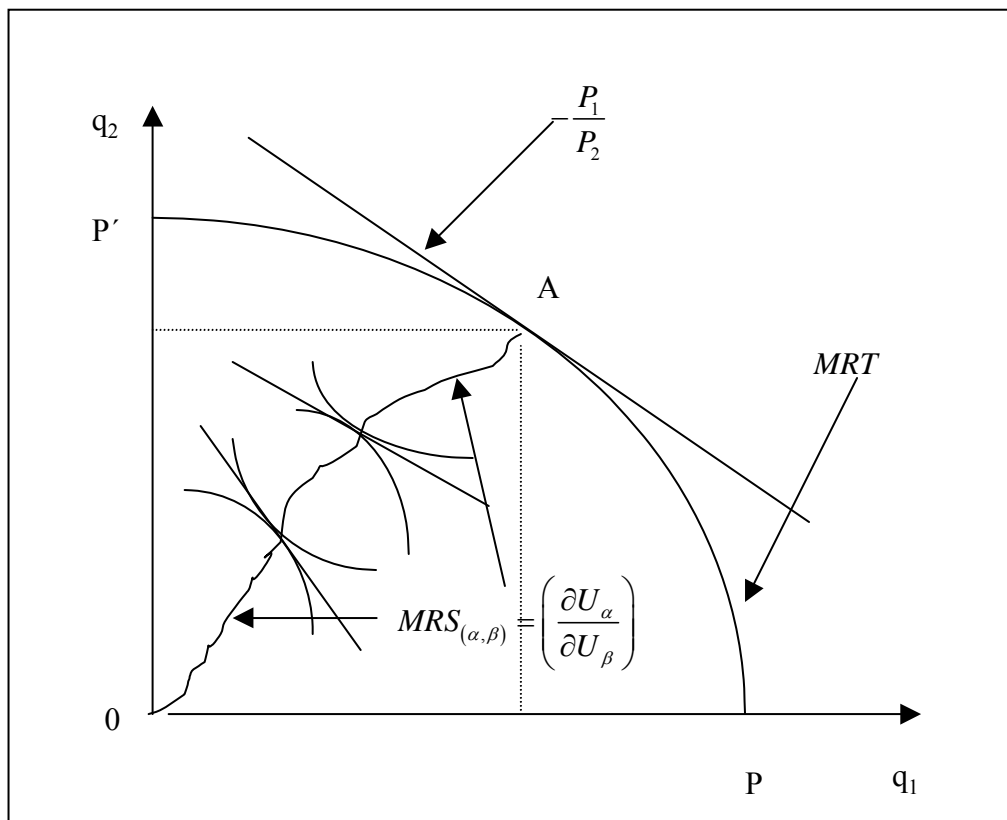
**Σχεδιάγραμμα 3:** Η κατά Pareto Αριστοποίηση της παραγωγής (περίπτωση πολλών προϊόντων)

Στην περίπτωση της παραγωγής πολλών προϊόντων η κατά Pareto αριστοποίηση της παραγωγής προϋποθέτει ότι ο οριακός λόγος μετασχηματισμού δύο προϊόντων είναι ίδιος για κάθε παραγωγό και ισούται με τον λόγο των τιμών των προϊόντων αυτών.  $MRT_{q_1, q_2} = \frac{P_1}{P_2}$ .

• Συνολικά (Ανταλλαγή)

$$MRS_{q_1, q_2} = MRT_{q_1, q_2} \quad (0.3)$$

δηλαδή ο οριακός λόγος υποκατάστασης των αγαθών ισούται με τον οριακό λόγο μετασχηματισμού αυτών των αγαθών για όλους τους καταναλωτές και για όλα τα προϊόντα.



**Σχεδιάγραμμα 4:** Η Συνολική κατά Pareto Αριστοποίηση

Η καμπύλη  $PP'$  εκφράζει τις παραγωγικές δυνατότητες της οικονομίας για δεδομένο απόθεμα πόρων. Σε κάθε σημείο της  $PP'$  μπορούμε να ενσωματώσουμε ένα “Edgeworth κουτί” που εκφράζει το πώς ανταλλάσσονται τα (δυο) προϊόντα μεταξύ των (δυο) καταναλωτών. Οι καταναλωτές έχουν τον ίδιο οριακό λόγο υποκατάστασης κατά μήκος της γραμμής  $OA$  (γραμμή σύμβασης contract curve). Το συνολικό άριστο σημείο είναι το  $A$  όπου ο οριακός λόγος υποκατάστασης των αγαθών,  $MRS_{q_1, q_2}$ , ισούται με τον οριακό λόγο μετασχηματισμού αυτών των αγαθών  $MRT_{q_1, q_2}$ . Δηλαδή ο τρόπος με τον οποίο οι καταναλωτές είναι διατεθειμένοι να υποκαταστήσουν δυο προϊόντα πρέπει να ισούται με τον

τρόπο που είναι τεχνολογικά δυνατό να μετασχηματιστούν. Η αλγεβρική απόδειξη δίνεται στο υπόμνημα.

• **Δεύτερο θεώρημα των οικονομικών της ευημερίας:** Σε συνθήκες τέλει ανταγωνισμού η άριστη κατά Pareto ισορροπία μπορεί να επιτευχθεί με το μηχανισμό της αγοράς.

Το δεύτερο θεώρημα δεν ισχυρίζεται ότι η εξασφάλιση της άριστης κατά Pareto ισορροπίας απαιτεί τον μηχανισμό της αγοράς. Κάτι τέτοιο μπορεί να επιτευχθεί ενδεχομένως είτε από σχεδιασμένες οικονομίες είτε ακόμη από “πάνσοφα” δικτατορικά καθεστάτα. Το κόστος όμως της συλλογής των απαραίτητων πληροφοριών και εφαρμογής της κατάλληλης κατανομής των πόρων είναι απαγορευτικό. Για αυτό συχνά λέγεται ότι ο μηχανισμός της αγοράς είναι **ο πιο αποτελεσματικός τρόπος κατανομής των πόρων** (έχει το μικρότερο κοινωνικό κόστος).

Ας θεωρήσουμε ότι ισχύουν οι συνθήκες για μια άριστη κατά Pareto ισορροπία της αγοράς. Επίσης ας απεικονίσουμε το μηχανισμό της αγοράς με την αλληλεπίδραση των δυνάμεων της αγοράς, δηλαδή της συνολικής προσφοράς και της συνολικής ζήτησης. Το σχεδιάγραμμα 1 παρουσιάζει αυτήν της αλληλεπίδραση των δυνάμεων της αγοράς και το συνακόλουθο προσδιορισμό της κοινωνικά άριστης ποσότητας της παραγωγής.

Όταν η αγορά λειτουργεί απρόσκοπτα (δεν ισχύουν δηλαδή οι λόγοι που οδηγούν σε αποτυχία της αγοράς) τότε η κατά Pareto ισορροπία της αγοράς οδηγεί στην παραγωγή μέγιστου κοινωνικού πλεονάσματος (Social Surplus). Το κοινωνικό πλεόνασμα ορίζεται σαν η διαφορά της ακαθάριστης κοινωνικής ωφέλειας και του κοινωνικού κόστους.

- Η περιοχή κάτω από την καμπύλη της ζήτησης δίνει την ακαθάριστη ωφέλεια της παραγωγής, εφόσον η καμπύλη ζήτησης προκύπτει από τη μεγιστοποίηση της χρησιμότητας του καταναλωτή.
- Η περιοχή κάτω από την καμπύλη της προσφοράς δείχνει το κόστος της παραγωγής.
- Το κοινωνικό πλεόνασμα είναι το άθροισμα των πλεονασμάτων του παραγωγού και του καταναλωτή (producer & consumer surplus).

Η αλγεβρική διατύπωση της μεγιστοποίησης του κοινωνικού πλεονάσματος:

$$\max_Q = B(Q) - C(Q) \quad (0.4)$$

η συνθήκη πρώτης τάξης του προβλήματος (1.4) είναι:

$$\frac{\partial B(Q)}{\partial Q} - \frac{\partial C(Q)}{\partial Q} = 0 \quad (0.5)$$

Από τον ορισμό της ακαθάριστης ωφέλειας έχουμε <sup>1</sup>:

$$B(Q) = \int_Q D_e(Q) dQ \Rightarrow \frac{\partial B(Q)}{\partial Q} = D_e(Q) \quad (0.6)$$

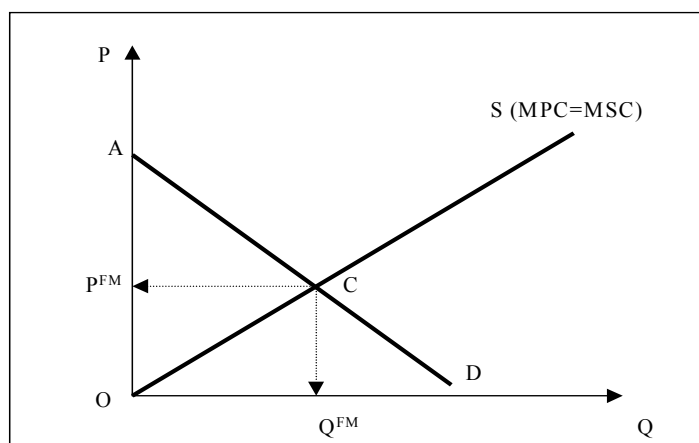
και από τον ορισμό του κόστους έχουμε:

$$C(Q) = \int_Q MC(Q) dQ \Rightarrow \frac{\partial C(Q)}{\partial Q} = MC(Q) \quad (0.7)$$

εφόσον η καμπύλη του οριακού κόστους είναι η καμπύλη προσφοράς,  $MC = S$ , τότε οι σχέσεις (0.5), (0.6) και (0.7) μας δίνουν:

$$D_e(Q^*) = S(Q^*) \Leftrightarrow B'(Q^*) = C'(Q^*) \quad (0.8)$$

όπου  $Q^* = Q^{FM}$ . Η σχέση (0.8) δείχνει ότι το σημείο της κοινωνικά άριστης παραγωγής από την απρόσκοπτη λειτουργία της αγοράς χαρακτηρίζεται από την εξίσωση της οριακής ωφέλειας με το οριακό ιδιωτικό κόστος. Το σχεδιάγραμμα 5 απεικονίζει το κοινωνικά άριστο επίπεδο παραγωγής.



**Σχεδιάγραμμα 5:** Ο προσδιορισμός της κοινωνικά “άριστης” παραγόμενης ποσότητας όταν η αγορά λειτουργεί “απρόσκοπτα”.

<sup>1</sup> Από τον ορισμό του ολοκληρώματος γνωρίζουμε ότι:  $\int f(x) dx = F(x) \Leftrightarrow F'(x) \triangleq \frac{\partial F(x)}{\partial x} = f(x)$

## Αποτυχία της Αγοράς

Η αποτυχία της αγοράς παρατηρείται στις παρακάτω περιπτώσεις:

- |                         |                      |
|-------------------------|----------------------|
| • Δημόσια αγαθά         | • Φυσικά μονοπώλια   |
| • Εξωτερικές Οικονομίες | • Ατελής πληροφόρηση |

Πολύ συχνά η αποτυχία της αγοράς παρέχει την απαραίτητη νομιμοποίηση για την παρέμβαση του Κράτους ώστε να ρυθμιστούν οι εν λόγω ατέλειες της αγοράς. Μια τέτοια παρέμβαση, όμως προϋποθέτει την εγγενή ορθολογικότητα και την πλήρη πληροφόρηση από την μεριά του Κράτους. Όταν αυτές οι προϋποθέσεις λείπουν δεν υπάρχει καμία εγγύηση ότι η παρέμβαση του Κράτους θα είναι πιο αποτελεσματική από μια αγορά με αποτυχίες και ελλείψεις. Αυτό αναφέρεται συχνά και ως η **Αποτυχία του Κράτους**.

### Σχόλιο: Παρέμβαση του Κράτους

Ο όρος “παρέμβαση του Κράτους” στην λειτουργία της Αγοράς χρησιμοποιείται συχνά με απατηλό τρόπο συσκοτίζοντας την πραγματική του έννοια . Ο λόγος είναι ότι η αγοραία δραστηριότητα ενυπάρχει σε ένα θεσμικά οργανωμένο πλαίσιο, του οποίου τα βασικά συστατικά είναι αποτέλεσμα της παρέμβασης του Κράτους (δείτε τις προϋποθέσεις του πρώτου Θεωρήματος των οικονομικών της ευημερίας). Αυτό που συχνά σημαίνει ο όρος παρέμβαση του Κράτους είναι η τροποποίηση της δομής αυτού του θεσμικού πλαισίου και των τυπικών και άτυπων κινήτρων που εγγράφονται σ’ αυτό έτσι ώστε να επιτευχθεί η επιδιωκόμενη κατανομή των πόρων. Αυτή η επιδιωκόμενη κατανομή των πόρων μπορεί να είναι είτε “αποτελεσματική” είτε “άριστη” είτε ακόμη “δίκαιη” στη βάση κάποιου κανονιστικού κριτηρίου.

Γενικά υπάρχουν δύο υποθέσεις (παραδοχές) βάσει των οποίων μπορεί να ερμηνευτεί η παρέμβαση του Κράτους στην λειτουργία της αγοράς και συνακόλουθη παραγωγή περιοριστικών ή επεκτατικών πολιτικών ρύθμιση αυτής (economic regulation). Αυτές είναι:

**Παραδοχή 1 (Public Interest Theory):** Το κράτος επιδιώκει την διασφάλιση της μέγιστης ευημερίας μέσω της διόρθωσης- ρύθμισης- των ατελειών ή αποτυχιών της αγοράς. Αυτή η παραδοχή συχνά αναφέρεται ως θεωρία του δημόσιου συμφέροντος.



**Παραδοχή 2 (Public Choice Theory):** Υπάρχουν ομάδες πίεσης (συμφερόντων) και συντεχνίες οι οποίες επηρεάζουν και κατευθύνουν τη διαμόρφωση πολιτικής σύμφωνα με τα ιδιαίτερα συμφέροντα τους. Εφόσον κάθε μέτρο πολιτικής δημιουργεί θιγόμενους και ευνοημένους, εκείνες οι ομάδες συμφερόντων (interest groups) με τη μεγαλύτερη διαπραγματευτική δύναμη έχουν περισσότερες πιθανότητες να επηρεάσουν τη διαμόρφωση, ευνοϊκής προς αυτούς, πολιτικής. Αυτή η παραδοχή συχνά αναφέρεται ως θεωρία της δημόσιου επιλογής.

---

**Παρατήρηση:** Η θεωρία της δημόσιας επιλογής παρέχει πρωτίστως ένα ερμηνευτικό πλαίσιο αναφορικά με την ύπαρξη παρέμβασης του κράτους στην αγορά παρά δικαιολογεί την αναγκαιότητα ύπαρξης μιας τέτοιας ρυθμιστικής λειτουργίας. Αποτελεί, δηλαδή, μια θετική θεωρία (positive theory) σε αντίθεση με τη θεωρία του δημόσιου συμφέροντος που αποτελεί μια δεοντολογική θεωρία (normative theory).

---

Το βασικό ζήτημα της σχεδίασης μιας ρυθμιστικής πολιτικής έγκειται στο να ωθήσει τους οικονομικά δρώντες (παραγωγούς ή καταναλωτές) σε κοινωνικά επιθυμητές συμπεριφορές, στις περιπτώσεις εκείνες κατά τις οποίες οι οικονομικά δρώντες δεν έχουν κανένα όφελος να υιοθετήσουν τέτοιες συμπεριφορές.

Οι κανονιστικές παρεμβάσεις στην Αγορά γίνεται με δυο διακριτούς τρόπους. Πρώτον, με διοικητικές ρυθμίσεις, γνωστές στη βιβλιογραφία ως μέτρα «διαταγών και ελέγχου» (command and control), και δεύτερον, με οικονομικά μέτρα (economic measures). Οι διοικητικές ρυθμίσεις επιβάλλουν περιορισμούς στην λειτουργία των επιχειρήσεων έτσι ώστε να επιτευχθεί ένα συγκεκριμένο αποτέλεσμα (πχ μείωση των αέριων ρύπων μιας βιομηχανίας). Αυτοί οι περιορισμοί αφορούν προδιαγραφές είτε της παραγωγικής διαδικασίας (design standards: π.χ. τοποθέτηση φίλτρων) είτε του αποτελέσματος αυτής της παραγωγικής διαδικασίας των επιχειρήσεων (performance standards: π.χ. ανώτατα όρια ρύπων). Αντίθετα τα οικονομικά μέτρα εισάγουν ένα σύστημα κινήτρων (ή αντικινήτρων) το οποίο λαμβανόμενο υπόψη από τα οικονομικά υποκείμενα συν-διαμορφώνει ένα «πλαίσιο ατομικού αγοραίου πράττειν»<sup>2</sup> που αντανακλά καλύτερα την κοινωνική αξιολόγηση των φυσικών πόρων.

---

<sup>2</sup> Μιχάλης Σκούρτος (1995) “Οικονομικά εργαλεία και περιβαλλοντική προστασία στην Ελλάδα”, σελ: 221-256, στο Μ. Σκούρτος & Κ. Μ. Σοφούλης “ Η περιβαλλοντική Πολιτική στην Ελλάδα”, Τυποθήτω, Αθήνα.

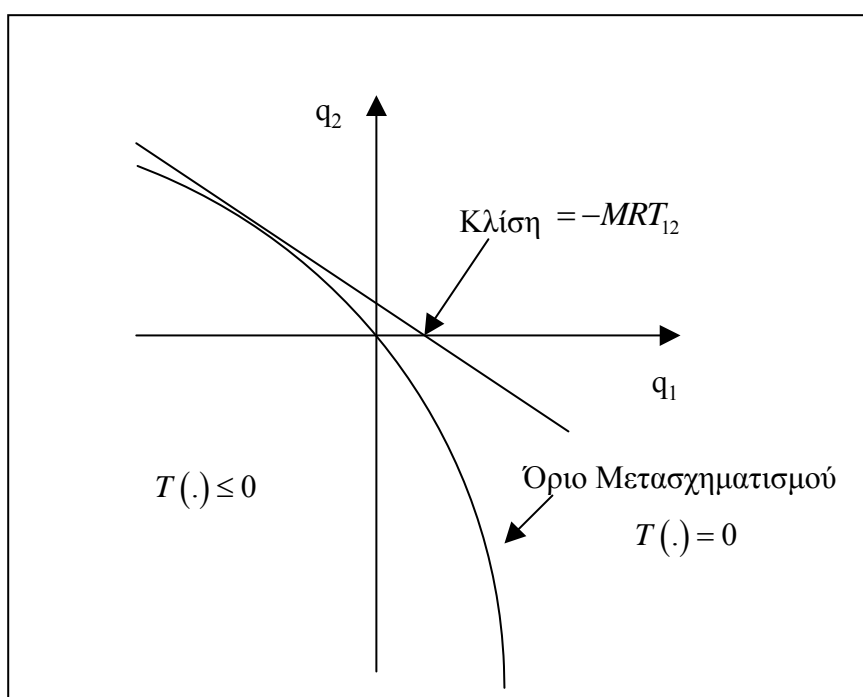
**Υπόμνημα:** Συνάρτηση Μετασχηματισμού και κατά Pareto Αποτελεσματικότητα.

Υπόθεση: Έστω ότι υπάρχουν δύο αγαθά  $(q_1, q_2)$  και δύο καταναλωτές  $(A, B)$ . Ας συμβολίσουμε με  $\alpha^1$  και  $\beta^1$  τις συνολικές ποσότητες που παράγονται και καταναλώνονται, δηλαδή:

$$\bar{q}_1 = q_1^A + q_1^B \quad (0.9)$$

$$\bar{q}_2 = q_2^A + q_2^B \quad (0.10)$$

Η συνάρτηση μετασχηματισμού,  $T(\bar{q}_1, \bar{q}_2)$ , εκφράζει όλους τους συνδυασμούς (μέγιστης) παραγωγής που είναι τεχνικά πραγματοποιήσιμοι. Ουσιαστικά η συνάρτηση μετασχηματισμού είναι μια γενίκευση της συνάρτησης παραγωγής στην περίπτωση πολλών προϊόντων. Ορίζεται ως:  $T: R^n \rightarrow R$  έτσι ώστε  $T(\cdot) \leq 0$ . Το σύνολο των σημείων για τα οποία ισχύει  $T(\cdot) = 0$  συγκροτούν το όριο μετασχηματισμού.



**Σχεδιάγραμμα 6:** Συνάρτηση Μετασχηματισμού

Στην περίπτωση της παραγωγής ενός προϊόντος με τη χρησιμοποίηση ενός συντελεστή η συνάρτηση μετασχηματισμού γράφεται ως εξής:

$$T\{(-x, q) : q - f(x) \leq 0, \quad x \geq 0\} \quad (0.11)$$

Από την (0.11) φαίνεται καλύτερα η ιδιότητα της συνάρτησης μετασχηματισμού,  $T(\cdot) \leq 0$ , εφόσον δεν είναι δυνατόν να παράγουμε κάτι από το τίποτα (No free lunch property). Πρέπει να μειωθεί η ποσότητα των συντελεστών για να παραχθεί κάποιο προϊόν.

Το ολικό διαφορικό της συνάρτησης μετασχηματισμού είναι:

$$\frac{\partial T(\bar{q}_1, \bar{q}_2)}{\partial \bar{q}_1} d\bar{q}_1 + \frac{\partial T(\bar{q}_1, \bar{q}_2)}{\partial \bar{q}_2} d\bar{q}_2 = 0 \quad (0.12)$$

οπότε

$$MRT_{\bar{q}_1, \bar{q}_2} = \frac{d\bar{q}_2}{d\bar{q}_1} = - \frac{\frac{\partial T(\bar{q}_1, \bar{q}_2)}{\partial \bar{q}_1}}{\frac{\partial T(\bar{q}_1, \bar{q}_2)}{\partial \bar{q}_2}} \quad (0.13)$$

Μια κατανομή πόρων είναι αποτελεσματική κατά Pareto όταν μεγιστοποιεί την χρησιμότητα κάποιου υποκειμένου δεδομένης της χρησιμότητας των υπολοίπων. Έτσι για το αρχικό παράδειγμα έχουμε:

$$\max U^A(q_1^A + q_2^A) \quad (0.14)$$

δεδομένου ότι:

$$U^B(q_1^B + q_2^B) = c \quad (0.15)$$

και

$$T(\bar{q}_1, \bar{q}_2) = 0 \quad (0.16)$$

Η συνάρτηση Lagrange για το πρόβλημα (0.14)- (0.16) είναι:

$$L = U^A(q_1^A + q_2^A) + \lambda_1(c - U^B(q_1^B + q_2^B)) + \lambda_2(0 - T(\bar{q}_1, \bar{q}_2)) \quad (0.17)$$

και οι συνθήκες αριστοποίησης είναι:

$$\frac{\partial L}{\partial q_1^A} = \frac{\partial U^A}{\partial q_1^A} - \lambda_2 \frac{\partial T(\bar{q}_1, \bar{q}_2)}{\partial q_1^A} = 0 \quad (0.18)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_2^A} = \frac{\partial U^A}{\partial q_2^A} - \lambda_2 \frac{\partial T(\bar{q}_1, \bar{q}_2)}{\partial q_2^A} = 0 \quad (0.19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1^B} = -\lambda_1 \frac{\partial U^B}{\partial q_1^B} - \lambda_2 \frac{\partial T(\bar{q}_1, \bar{q}_2)}{\partial q_1^B} = 0 \quad (0.20)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_2^B} = -\lambda_1 \frac{\partial U^B}{\partial q_2^B} - \lambda_2 \frac{\partial T(\bar{q}_1, \bar{q}_2)}{\partial q_2^B} = 0 \quad (0.21)$$

Από τις σχέσεις (0.18) & (0.19) προκύπτει ότι:

$$\frac{\frac{\partial U^A}{\partial q_1^A}}{\frac{\partial U^A}{\partial q_2^A}} = \frac{\frac{\partial T(\bar{q}_1, \bar{q}_2)}{\partial \bar{q}_1}}{\frac{\partial T(\bar{q}_1, \bar{q}_2)}{\partial \bar{q}_2}} \quad (0.22)$$

και από τις σχέσεις (0.20) & (0.21) προκύπτει ότι:

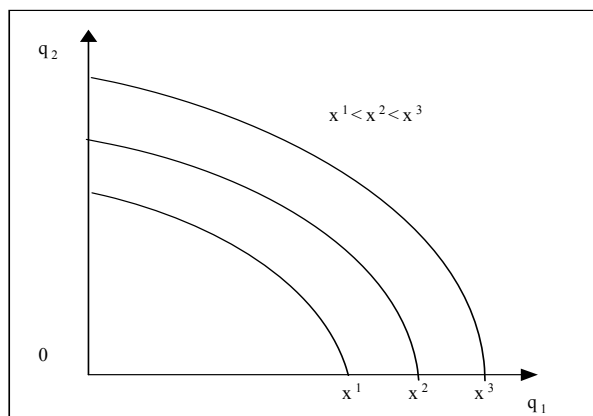
$$\frac{\frac{\partial U^B}{\partial q_1^B}}{\frac{\partial U^B}{\partial q_2^B}} = \frac{\frac{\partial T(\bar{q}_1, \bar{q}_2)}{\partial \bar{q}_1}}{\frac{\partial T(\bar{q}_1, \bar{q}_2)}{\partial \bar{q}_2}} \quad (0.23)$$

Επομένως

$$MRT_{\bar{q}_1, \bar{q}_2} = MRS_{(q_1, q_2)}^A = MRS_{(q_1, q_2)}^B \quad (0.24)$$

Ο οριακός λόγος μετασχηματισμού δυο προϊόντων ισούται με τον οριακό λόγο υποκατάστασης, ο οποίος είναι ίδιος για όλους τους καταναλωτές.

Μπορούμε να καταλήξουμε στο ίδιο αποτέλεσμα με το (1.24) στην περίπτωση που αντί να χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση μετασχηματισμού χρησιμοποιήσουμε τη **καμπύλη παραγωγικών δυνατοτήτων** (PPC). Η PPC εκφράζει το σύνολο των σημείων που αντιστοιχούν στη μέγιστη δυνατή παραγωγή δυο προϊόντων. Ο αλγεβρικός της ορισμός είναι:  $PPC: R^n \rightarrow R$  έτσι ώστε  $PPC = \bar{Q}$ . Στην περίπτωση ενός συντελεστή παραγωγής η PPC συνήθως εκφράζεται ως:  $x = g(q_1, q_2)$  και διαγραμματικά έχει ως εξής:



Σχεδιάγραμμα 7: Καμπύλες παραγωγικών δυνατοτήτων