ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Τμήμα Διοίκησης Συστημάτων Εφοδιασμού
Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Μέθοδος SIMPLEX
και
Εφαρμογή

Αλγόριθμος Simplex

- Φέρνουμε το πρόβλημα σε κανονική μορφή δηλαδή στη μορφή $\max CX$

$$s.t. \quad AX = B$$

$$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$$

- Ξεκινάμε από μια βασική εφικτή λύση
- Μεταβαίνουμε σε μια καλύτερη εφικτή λύση και επαναλαμβάνουμε το βήμα αυτό όσες φορές χρειαστεί
- Η διαδικασία τερματίζεται όταν η λύση που έχουμε είναι καλύτερη από όλες τις γειτονικές της, οπότε και είναι η βέλτιστη λύση

1. Διαμορφώνουμε τον πίνακα Simplex
2. Επιλέγουμε τη μεταβλητή που θα εισέλθει στη βάση (αυτή με το μεγαλύτερο c_j)
3. Επιλέγουμε τη μεταβλητή που θα εγκαταλείψει τη βάση (αυτή με το μικρότερο $b_r/a_{rs}, a_{rs} > 0$)
4. Ανασχεδιασμός του πίνακα Simplex, αντικατάσταση της μεταβλητής x_r με τη x_s διαιρώντας την προηγούμενη γραμμή της x_r με το στοιχείο a_{rs} και αντικατάσταση των υπολοίπων στοιχείων σύμφωνα με τη σχέση νέο στοιχείο = αντίστοιχο προηγούμενο στοιχείο – (αντίστοιχο στοιχείο στην προηγούμενη στήλη της x_s)*(αντίστοιχο στοιχείο στη νέα γραμμή της x_r)

5. εύρεση νέας βασικής εφικτής λύσης
6. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου όλοι οι συντελεστές κόστους να γίνουν αρνητικοί ή 0 οπότε έχουμε βρει τη βέλτιστη λύση ή όλοι οι συντελεστές a_{is} να γίνουν αρνητικοί ή 0 οπότε το πρόβλημα δεν έχει πεπερασμένη λύση

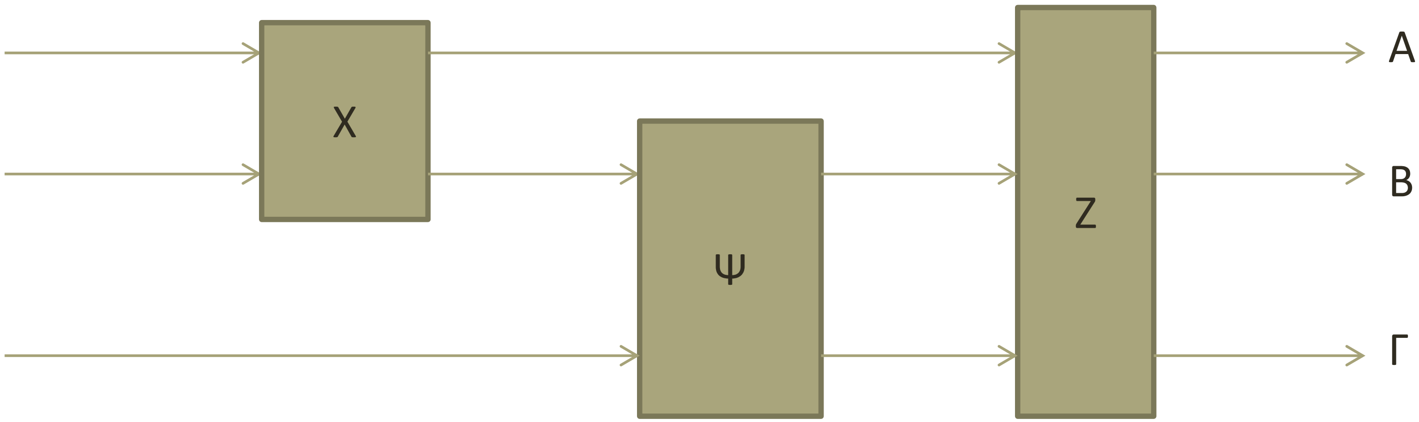
Περιπλοκές

- Όταν το κριτήριο εισόδου στη βάση ισχύει για δύο ή περισσότερες μεταβλητές τότε συμβατικά επιλέγεται αυτή με το μικρότερο δείκτη (όποια και να επιλεγεί δεν αλλάζει η βέλτιστη λύση)
- Όταν το κριτήριο εξόδου από τη βάση ισχύει για περισσότερες από μια μεταβλητές τότε επιλέγεται αυτή που έχει το μεγαλύτερο στοιχείο στην οδηγό στήλη, αν και εκεί έχουμε ισότητα, τότε επιλέγεται η μεταβλητή με το μικρότερο δείκτη
- Όταν καμία μεταβλητή δεν συγκεντρώνει τις προϋποθέσεις να εγκαταλείψει τη βάση, τότε η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι μη πεπερασμένη και ο αλγόριθμος τερματίζει (πιθανότατα έχει γίνει κάποιο λάθος στη διαμόρφωση του προβλήματος)

- Όταν έχουμε περισσότερες από μία βέλτιστες λύσεις, τότε τουλάχιστον μία από τις μη βασικές μεταβλητές έχει συντελεστή κόστους 0 στον τελευταίο πίνακα Simplex, ενώ οι υπόλοιπες βέλτιστες λύσεις προσδιορίζονται με πρόσθετους μετασχηματισμούς επιλέγοντας κάθε φορά μια μη βασική μεταβλητή με μηδενικό συντελεστή κόστους για είσοδο στη βάση

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Ένα εργοστάσιο χημικών που λειτουργεί σε εικοσιτετράωρη βάση παράγει μεταξύ άλλων τρία βασικά, ανεξάρτητα μεταξύ τους προϊόντα, έστω Α, Β, Γ. Καθένα από αυτά παράγεται με καθορισμένη διαδοχική επεξεργασία από τρεις μηχανές, έστω Χ, Ψ, Ζ. Συγκεκριμένα, το προϊόν Α απαιτεί επεξεργασία από τις μηχανές Χ και Ζ, το προϊόν Β και από τις τρεις μηχανές ενώ το προϊόν Γ από τις μηχανές Ψ και Ζ. Οι παραγωγικές αυτές διαδικασίες παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα.



X
Ψ
Z
A
B
Γ

Κάθε λίτρο που παράγεται από τα τρία προϊόντα απαιτεί μια μονάδα δυναμικότητας κάθε μηχανής, από την οποία διέρχεται κατά την επεξεργασία του. Οι μηχανές Χ, Ψ και Ζ έχουν μέγιστη ημερήσια δυναμικότητα 100, 200 και 400 μονάδες αντίστοιχα. Τα κέρδη της επιχείρησης από κάθε λίτρο των προϊόντων Α, Β και Γ έχουν αναλογία 3:4:2. Τέλος υπάρχει απεριόριστη ζήτηση για τα προϊόντα Α και Γ, ενώ η μέγιστη ημερήσια ζήτηση του προϊόντος Β είναι 80 λίτρα. Κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου το εργοστάσιο παράγει όσο από το προϊόν Β μπορεί να πουληθεί, δηλαδή 80 λίτρα τη μέρα, εφόσον είναι το πλέον κερδοφόρο προϊόν. Επίσης παράγει 20 λίτρα προϊόντος Α προκειμένου να χρησιμοποιηθεί η υπόλοιπη δυναμικότητα της μηχανής Χ στο δεύτερο πιο κερδοφόρο προϊόν.

Η παραγωγή του προϊόντος Γ πραγματοποιείται για να χρησιμοποιηθεί η υπολειπόμενη δυναμικότητα, οπότε περιορίζεται σε 120 λίτρα από τον περιορισμό της μηχανής Ψ. Πιστεύετε ότι ο προγραμματισμός παραγωγής του εργοστασίου είναι ο βέλτιστος που μπορεί να ακολουθηθεί;

ΛΥΣΗ

Έστω x_1, x_2, x_3 οι ποσότητες προϊόντων Α, Β και Γ τότε έχω:

$$
\begin{aligned}
\max\ & 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \\
\text{s.t.}\ & x_1 + x_2 \leq 100 \\
& x_2 + x_3 \leq 200 \\
& x_1 + x_2 + x_3 \leq 400 \\
& x_2 \leq 80 \\
& x_1, x_2, x_3 \geq 0
\end{aligned}
$$

Το αρχικό μοντέλο μετασχηματίζεται με την εισαγωγή των ψευδομεταβλητών x_4, x_5, x_6, x_7 ως εξής:

$$
\begin{aligned}
\max\ & 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \\
\text{s.t.}\quad & x_1 + x_2 + x_4 = 100 \\
& x_2 + x_3 + x_5 = 200 \\
& x_1 + x_2 + x_3 + x_6 = 400 \\
& x_2 + x_7 = 80 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0
\end{aligned}
$$

Οπότε διαμορφώνεται ο παρακάτω πίνακας Simplex

βάση	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Δ.Μ.
x_4	1	1	0	1	0	0	0	100
x_5	0	1	1	0	1	0	0	200
x_6	1	1	1	0	0	1	0	400
x_7	0	1^{*1}	0	0	0	0	1	80
-f	3	4_2	2	0	0	0	0	0

βάση	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Δ.Μ.
x_4	1^*	0	0	1	0	0	-1	20
x_5	0	0	1	0	1	0	-1	120
x_6	1	0	1	0	0	1	-1	320
x_2	0	1	0	0	0	0	1	80
-f	3	0	2	0	0	0	-4	-320

βάση	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Δ.Μ.
x_1	1	0	0	1	0	0	-1	20
x_5	0	0	1^*	0	1	0	-1	120
x_6	0	0	1	-1	0	1	0	300
x_2	0	1	0	0	0	0	1	80
-f	0	0	2	-3	0	0	-1	-380

βάση	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	**Δ.Μ.**
x_1	1	0	0	1	0	0	-1	20
x_3	0	0	1	0	1	0	-1	120
x_6	0	0	0	-1	-1	1	1	180
x_2	0	1	0	0	0	0	1^*	80
-f	0	0	0	-3	-2	0	1	-620

βάση	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Δ.Μ.
x_1	1	1	0	1	0	0	0	100
x_3	0	1	1	0	1	0	0	200
x_6	0	-1	0	-1	-1	1	0	100
x_7	0	1	0	0	0	0	1	80
-f	0	-1	0	-3	-2	0	0	-700

Βέλτιστη λύση η $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = (100,0,200,0,0,100,80)$
Δηλαδή παράγονται 100 λίτρα Α και 200 λίτρα Γ με συνολικό κέρδος 700.

Βιβλιογραφία

- ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ ΚΑΙ ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ, Κώστογλου, 2016

Ερωτήσεις ???

Ευχαριστώ για την προσοχή σας