ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 20 Ιουνίου 2017

**1.** α)(10) Με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων εξετάστε ποια από τις ευθείες και είναι εγγύτερη προς τα σημεία :

β) (15) Δίδεται η συνάρτηση , με πεδίο ορισμού τα σημεία για τα οποία . Με τη μέθοδο Lagrange, βρείτε σε ποιά σημεία η μπορεί να έχει τοπικό ακρότατο. Ποια θα μπορούσε να είναι η μέγιστη τιμή και ποια η ελάχιστη τιμή της ;

**2**. α) (10) Γράψτε ένα διπλό ολοκλήρωμα που υπολογίζει τον όγκο του στερεού που είναι άνω φραγμένο από τo επίπεδό  και κάτω φραγμένο από το χωρίο που ορίζουν η παραβολή  και η ευθεία του επιπέδου . (Μην υπολογίσετε το ολοκλήρωμα).

 β) (10) Βρείτε το εμβαδόν του δίσκου ακτίνας α που βρίσκεται στο επίπεδό .

 **3.** α) (10) Δείξτε ότι αν  είναι εάν χωρίο του επιπέδου που φράσσεται από μια απλή κλειστή καμπύλη , τότε

 Εμβαδόν = .

 β) (10) Δείξετε ότι το διανυσματικό πεδίο είναι συντηρητικό και βρείτε μια συνάρτηση δυναμικού του . Ακολούθως βρείτε το έργο του κατά μήκος μιας καμπύλης που συνδέει τα σημεία Α = (1,-1,0) και Β = (2,3,1).

 γ) (10) Δίδεται η επιφάνεια 

 

 στον .

 Βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας.

 **4.** α) (12) Χρησιμοποιώντας τις συνθήκες Cauchy-Riemann, δείξτε ότι αν *u*(z) είναι το πραγματικό μέρος μιας παραγωγίσιμης μιγαδικής συνάρτησης *f*(z), τότε , όπου με .

 β) (13) Δίδεται η καμπύλη .

 Βρείτε για ποια  C , με , το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα  είναι μηδέν. Υπολογίστε το πραγματικό μέρος του ολοκληρώματος