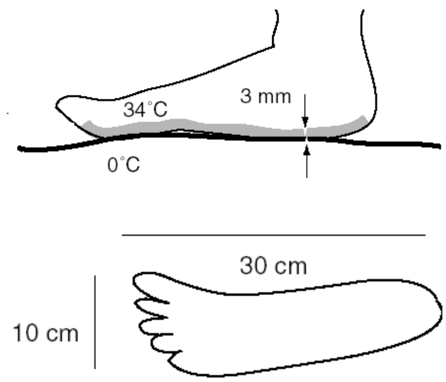
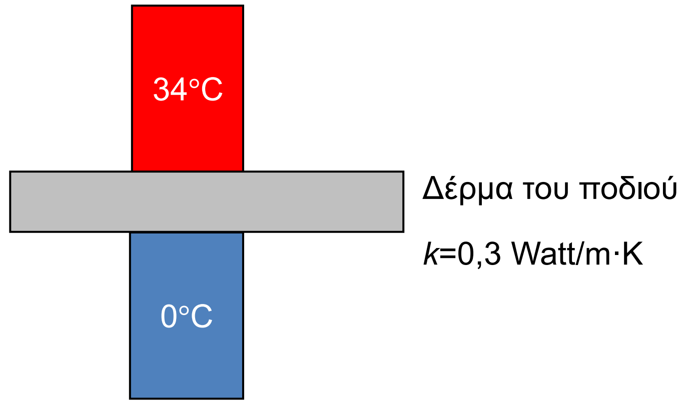
<u>ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ</u>

ΜΘ1) Ένας άνθρωπος στέκεται ξυπόλυτος πάνω σε πάγο. Ποια ποσότητα θερμότητας «χάνει», εξαιτίας της αγωγής, από το πόδι του σε 15 min. Εργαστείτε με βάση το μοντέλο που φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα.





<u>ΛΥΣΗ:</u>

Στην συγκεκριμένη περίπτωση η μετάδοση θερμότητας γίνεται με αγωγή, μέσα από ένα εμβαδό $A = 0{,}1 \cdot 0{,}3 = 3 \cdot 10^{-2}$ m^2 οπότε θα είναι:

$$\frac{\delta Q}{dt} = k \cdot A \cdot \frac{T_H - T_C}{L} \Rightarrow \frac{\delta Q}{dt} = 0{,}3 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{34-0}{3 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{\frac{\delta Q}{dt} = 102 \text{ W}}$$

ΜΘ2) (Kane & Sternhem *Physics* 1988 J. Wiley & Sons) Ένας μέσος άνθρωπος που περπατά με μια μέση ταχύτητα μεταβολίζει ενέργεια με ρυθμό 280 W την οποία πρέπει να αποβάλλει προκειμένου να μην αυξηθεί η θερμοκρασία του. Αν η ολική επιφάνεια είναι ίση περίπου ίση με 2 m^2 και η ενέργεια παράγεται σε βάθος ίσο με 3 cm κάτω από το δέρμα, ποια θα πρέπει να είναι η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ της επιφάνειας του δέρματος και του εσωτερικού του σώματος ώστε να μην αυξάνει η θερμοκρασία του ανθρώπου; Σχολιάστε το αποτέλεσμα. Θεωρήστε ότι η θερμική αγωγιμότητα του ανθρώπινου δέρματος είναι ίση με 0,2 W/(m·K).

<u>ΛΥΣΗ:</u>

Θεωρώντας ότι η γεωμετρία είναι γραμμική και ότι η ζητούμενη διαφορά θερμοκρασίας είναι ίση με ΔT, θα ισχύει:

$$\frac{\delta Q}{dt} = k \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{L} \Rightarrow \Delta T = \frac{L}{k \cdot A} \cdot \frac{\delta Q}{dt} \Rightarrow \Delta T = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{0{,}2 \cdot 2} \cdot 280 \Rightarrow \boxed{\Delta T = 21°\text{C}}$$

Πρόκειται για μια μεγάλη διαφορά θερμοκρασίας που μπορεί να εμφανιστεί μόνο συγκεκριμένες εποχές του χρόνου ή σε ορισμένες μόνο περιοχές του πλανήτη. Αυτό σημαίνει ότι ο μηχανισμός της αγωγής δεν είναι εν γένει σημαντικός για την αποβολή θερμότητας από τον άνθρωπο.

Μια βελτίωση του μοντέλου θα ήταν να χρησιμοποιηθεί η κυλινδρική γεωμετρία υπολογίζοντας με βάση τα δεδομένα την ακτίνα που πρέπει να θεωρήσουμε για το ανθρώπινο σώμα.

ΜΘ2) (Kane & Sternhem *Physics* 1988 J. Wiley & Sons) Οι χάλκινοι σωλήνες της κεντρικής θέρμανσης σε μια κατοικία έχουν πάχος περίπου ίσο με 3 mm και για ένα σωλήνα με μήκος 2 m που διασχίζει κατακόρυφα το σπίτι, το της εμβαδόν εξωτερικής επιφάνειας είναι περίπου ίσο με 0,12 m^2. Αν το νερό που ρέει στο εσωτερικό ενός τέτοιο σωλήνα έχει θερμοκρασία περίπου ίση με 80°C, με ποιον ρυθμό πρέπει να ρέει η θερμότητα ώστε η θερμοκρασία της εξωτερικής επιφάνειας του σωλήνα να είναι ίση με 15°C; Σχολιάστε το αποτέλεσμα. Θεωρήστε ότι ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του χαλκού είναι 400 W/(m·K).

<u>ΛΥΣΗ:</u>

Θεωρώντας ότι η γεωμετρία είναι πάλι γραμμική έχουμε ότι:

$$\frac{\delta Q}{dt} = k \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{L} = 400 \cdot 0{,}12 \cdot \frac{80-15}{3 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{\frac{\delta Q}{dt} = 780.000 \text{ W}}$$

Η τιμή αυτή είναι εξαιρετικά μεγάλη, γεγονός που σημαίνει αυτό που από την εμπειρία μας γνωρίζουμε, ότι δηλαδή η εξωτερική θερμοκρασία δεν είναι 15°C αλλά πολύ μεγαλύτερη.

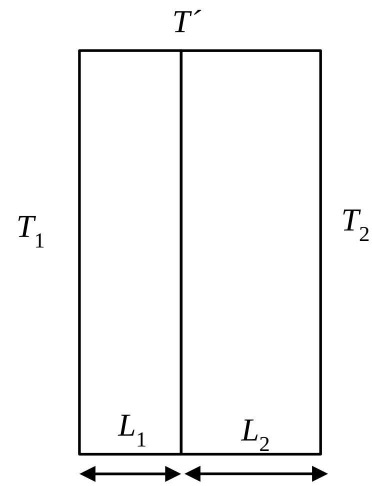
ΜΘ2) α) Ο μέσος σπουδαστής στη διάρκεια του μαθήματος αποβάλει θερμότητα με ρυθμό 200 W. Πόση θερμική ενέργεια συσσωρεύεται σε μια αίθουσα διδασκαλίας 140 σπουδαστών στη διάρκεια ενός μαθήματος 50 λεπτών;

β) Υποθέστε ότι η ολόκληρη η θερμική ενέργεια του (α) μέρους μεταφέρεται στα 3200 m^3 του αέρα που υπάρχει στην αίθουσα. Η ειδική θερμότητα του αέρα είναι 1020 J/kg×K και η πυκνότητα του είναι 1,20 kg/m^3. Αν δεν υπάρχουν θερμικές απώλειες και ο κλιματισμός είναι εκτός λειτουργίας, πόσο θα αυξηθεί η θερμοκρασία του αέρα στην αίθουσα μέσα σε αυτά τα 50 λεπτά;

γ) Αν στην ίδια αίθουσα γίνεται διαγώνισμα αντί για μάθημα, οπότε ο σπουδαστής αποβάλλει 350 W, πόση θα είναι η αύξηση της θερμοκρασίας σε 50 λεπτά στην περίπτωση αυτή;

ΜΘ3) Αν τοποθετήσουμε σε επαφή δύο υλικά με συντελεστές θερμικής αγωγιμότητας k_1 και k_2 και πάχη L_1 και L_2 αντιστοίχως να υπολογίσετε το συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας k για το σύστημα.

ΛΥΣΗ:



Η διάταξη φαίνεται στο διπλανό σχήμα όπου με T' έχει σημειωθεί η θερμοκρασία στο σημείο επαφής των δύο υλικών.

Για το τμήμα 1 από το νόμο για την αγωγή της θερμότητας έχουμε:

$$H_1 = \frac{\delta Q}{dt} = k_1 \cdot A \cdot \frac{T_1 - T'}{L_1} \Rightarrow T_1 - T' = \frac{H_1 \cdot L_1}{k_1 \cdot A}$$

ενώ για το τμήμα 2 αντιστοίχως είναι:

$$H_2 = \frac{\delta Q}{dt} = k_2 \cdot A \cdot \frac{T' - T_2}{L_2} \Rightarrow T' - T_2 = \frac{H_2 \cdot L_2}{k_2 \cdot A}$$

Προσθέτω αυτές τις δύο σχέσεις κατά μέλη και έχω:

$$T_1 - T' + T' - T_2 = \frac{H_1 \cdot L_1}{k_1 \cdot A} + \frac{H_2 \cdot L_2}{k_2 \cdot A}$$

Τέλος για το σύστημα που προκύπτει ισχύει ότι:

$$H_{ολικό} = \frac{\delta Q}{dt} = k_{ολικό} \cdot A \cdot \frac{T_1 - T_2}{L_1 + L_2} \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{H_{ολικό} \cdot (L_1 + L_2)}{k_{ολικό} \cdot A}$$

Οι δύο τελευταίες σχέσεις έχουν ίσα τα πρώτα μέλη, άρα και τα δεύτερα θα πρέπει να είναι ίσα δηλαδή:

$$\frac{H_1 \cdot L_1}{k_1 \cdot A} + \frac{H_2 \cdot L_2}{k_2 \cdot A} = \frac{H_{ολικό} \cdot (L_1 + L_2)}{k_{ολικό} \cdot A}$$

Θα πρέπει να ισχύει όμως ότι $H_1 = H_2 = H_{ολικό} = \mathrm{H}$, οπότε η προηγούμενη σχέση παίρνει τη μορφή:

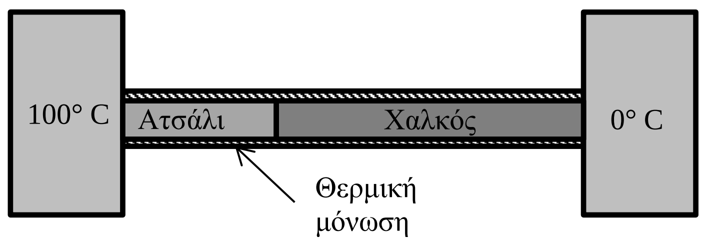
$$\frac{H}{A} \cdot \left(\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2}\right) = \frac{H \cdot (L_1 + L_2)}{k_{ολικό} \cdot A} \Rightarrow \frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} = \frac{L_1 + L_2}{k_{ολικό}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{L_1 \cdot k_2}{k_1 \cdot k_2} + \frac{L_2 \cdot k_1}{k_1 \cdot k_2} = \frac{L_1 + L_2}{k_{ολικό}} \Rightarrow \frac{L_1 \cdot k_2 + L_2 \cdot k_1}{k_1 \cdot k_2} = \frac{L_1 + L_2}{k_{ολικό}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{k_{ολικό} = \frac{(L_1 + L_2) \cdot k_1 \cdot k_2}{L_1 \cdot k_2 + L_2 \cdot k_1}}$$

ΜΘ4) Αν τοποθετήσουμε σε επαφή δύο υλικά με συντελεστές θερμικής αγωγιμότητας k_1 και k_2 και πάχη L_1 και L_2 αντιστοίχως να υπολογίσετε τη θερμοκρασία στο σημείο επαφής αν στα άκρα των δύο υλικών επικρατούν θερμοκρασίες T_1 και T_2 αντιστοίχως.

ΜΘ5) Μια ατσάλινη ράβδος, μήκους 10 cm, συγκολλείται με δεύτερη χάλκινη ράβδο μήκους 20 cm όπως φαίνεται στο σχήμα. Η διατομή κάθε ράβδου είναι ένα τετράγωνο με πλευρά 2 cm ενώ το σύστημα είναι θερμικά μονωμένο στην παράπλευρη επιφάνειά του. Αν το ελεύθερο άκρο της ατσάλινης ράβδου διατηρείται σε θερμοκρασία 100°C, ενώ το ελεύθερο άκρο της χάλκινης διατηρείται σε θερμοκρασία 0°C, να υπολογίσετε τη θερμοκρασία στο σημείο επαφής των ράβδων καθώς και το θερμικό ρεύμα από κάθε ράβδο. Δίνεται για το ατσάλι $k_{ατσαλιού}$ = 50,2 W/(m·K), ενώ για το χαλκό $k_{χαλκού}$ = 385 W/(m·K).



ΜΘ6) Μια ξύλινη καλύβα έχει εμβαδό βάσης 3 m x 3,5 m και ύψος τοίχων ίσο με 2,5 m. Το πάχος του κάθε τοίχου είναι 1,8 cm και η θερμική αγωγιμότητα του ξύλου είναι 0,06 W/m·K.

(α) Πόση θερμαντική ισχύ, σε Watts, πρέπει να παράγει μια θερμάστρα για να διατηρείται η θερμοκρασία 19°C μέσα στην καλύβα, όταν έξω η θερμοκρασία είναι ίση με 2°C; Υποθέστε ότι δεν υπάρχει απώλεια θερμότητας από τη σκεπή ή το πάτωμα.

(β) Πόση θερμαντική ισχύ εξοικονομούμε (%) αν προσθέσουμε μόνωση στους τοίχους πάχους 1,5 cm και θερμικής αγωγιμότητας 0,01 W/ m·K;

ΛΥΣΗ:

(α) Προκειμένου η θερμοκρασία στο εσωτερικό της καλύβας να διατηρείται στους 19°C, θα πρέπει ο ρυθμός με τον οποίο απελευθερώνει ενέργεια η θερμάστρα να είναι ίσος με το ρυθμό με τον οποίο η θερμότητα μεταφέρεται από το εσωτερικό της καλύβας προς το περιβάλλον. Δηλαδή θα πρέπει να ισχύει ότι:

$$\frac{\delta E_{θερμάστρας}}{dt} = H_{απωλειών}$$

Όμως, η απώλεια θερμότητας γίνεται από τους τέσσερις τοίχους που οι δύο έχουν εμβαδό A = 3•2,5 = 7,5 m^2 ο καθένας, ενώ οι άλλοι δύο έχουν εμβαδό A' = 3,5•2,5 = 8,75 m^2 ο καθένας. Αυτό σημαίνει ότι οι ολικές απώλειες θερμότητας λόγω αγωγής θα είναι:

$$H_{απωλειών} = 2 \cdot k \cdot A \cdot \frac{T_H - T_C}{L} + 2 \cdot k \cdot A' \cdot \frac{T_H - T_C}{L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H_{απωλειών} = 2 \cdot k \cdot (A + A') \cdot \frac{T_H - T_C}{L} = 2 \cdot 0{,}06 \cdot (7{,}5 + 8{,}75) \cdot \frac{19 - 0}{1{,}8 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H_{απωλειών} = 2058 \text{ W}$$

Αυτό σημαίνει ότι η θερμάστρα θα πρέπει να απελευθερώνει 2058 J σε κάθε δευτερόλεπτο ώστε η θερμοκρασία στην καλύβα να διατηρείται σταθερή.

ΜΘ7) Είναι ασφαλές να αγγίξουμε ένα ταψί από το φούρνο (θ_1 = 120° C) με ένα γάντι (L_1 = 2 mm, k_1 = 0,04 W/m·grad). Υποθέστε για την παλάμη ότι L_2 = 1,5 mm, k_2 = 0,2 W/m·grad ενώ θ_2 = 34°C.

ΜΘ8) Τα παράθυρα είναι η κύρια πηγή απώλειας θερμότητας από ένα σπίτι καθώς από τα οικοδομικά υλικά το γυαλί έχει έναν από τους υψηλότερους συντελεστές θερμικής αγωγιμότητας. Προσδιορίστε το ρυθμό απώλειας θερμότητας σε ένα σπίτι κατά τις απογευματινές ώρες όταν οι θερμοκρασίες της εξωτερικής και της εσωτερικής επιφάνειας του τζαμιού είναι 15°C και 14°C αντιστοίχως. Θεωρήστε ότι η συνολική επιφάνεια των τζαμιών είναι 28 m^2 και το πάχος των τζαμιών 3,8 mm. Δίνεται ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του γυαλιού 0,96 W/(m·K).

ΜΘ9) Ένα «ψυγείο» παραλίας αποτελείται από Styrofoam, έχει συνολικό εμβαδόν επιφάνειας ίσο με 0,8 m^2, ενώ το πάχος των τοιχωμάτων του είναι ίσο με 2 cm. Μέσα στο ψυγείο έχουμε τοποθετήσει πάγο, νερό και κάποια αναψυκτικά και η θερμοκρασία που επικρατεί είναι ίση με 0°C. Αν η θερμοκρασία στην παραλία είναι ίση με 30°C, να βρείτε το θερμικό ρεύμα. Ποια ποσότητα πάγου θα λιώσει μετά από 3 ώρες; Δίνεται η θερμική αγωγιμότητα του Styrofoam ίση με 0,027 W/(m·K) και η θερμότητα τήξης του πάγου ίση με 3,34·10^5 J/kg.

ΜΘ10) Μια λεπτή μεταλλική ατσάλινη πλάκα πλευράς 10 cm θερμαίνεται, προκειμένου να σφυρηλατηθεί, στους 800°C. Αν θεωρήσουμε ότι η πλάκα συμπεριφέρεται σαν ιδανικό μέλαν σώμα ποιος είναι ο ρυθμός με τον οποίο εκπέμπει ακτινοβολία σε όλα τα μήκη κύματος; Δίνεται η σταθερά Stefan-Boltzmann ίση με 5,67·10^{-8} W/(m^2·K^4).

ΜΘ11) Υπολογίστε το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στο οποίο εκπέμπεται η μέγιστη ένταση για την περίπτωση του Ηλίου που έχει επιφανειακή θερμοκρασία ίση με 6.000 K και την περίπτωση της Γης με θερμοκρασία επιφανείας ίση με 300 K.

ΛΥΣΗ:

Από τον νόμο μετατόπισης του Wien γνωρίζουμε ότι το μέγιστο της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας αντιστοιχεί σε μήκος κύματος:

$$\lambda_{max} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{T}$$

Για τον Ήλιο λοιπόν έχουμε

$$\lambda_{max}^{Ηλίου} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{6.000} \Rightarrow \boxed{\lambda_{max}^{Ηλίου} = 4{,}83 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}}$$

ενώ για τη Γη αντιστοίχως έχουμε:

$$\lambda_{max}^{Γης} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{300} \Rightarrow \boxed{\lambda_{max}^{Γης} = 96{,}6 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}}$$

ΜΘ12) Σε έναν ηλεκτρικό θερμοσίφωνα, όπως αυτό του σχήματος, το νερό ρέει με ρυθμό 0,5 kg/min εισερχόμενο έχοντας θερμοκρασία 18°C, ενώ θερμαίνεται από μια αντίσταση στα άκρα της οποίας υπάρχει τάση ίση με 120 V, ενώ διαρρέεται από ρεύμα 15 A. Υπολογίστε τη θερμοκρασία του νερού στην έξοδο αν η ειδική θερμότητα του νερού είναι ίση με 4190 J/(kg·K).