ΧΩΡΟΔΙΑΤΑΞΕΙΣ

(αφορά μόνιμα ή ημιμόνιμα εγκαταστημένους πληθυσμούς)

ΤΥΧΑΙΑ

(βασίζεται στο μηχανισμό του τυχαίου γεγονότος)

(χωροδιάταξη χωρίς συσχέτιση με διαδικασία βιολογικής σημασίας - Διάταξη αναφοράς)

ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ

(ανταγωνισμός – αντικοινωνική συμπεριφορά - ομοιομορφία δειγματοληπτικών μονάδων)

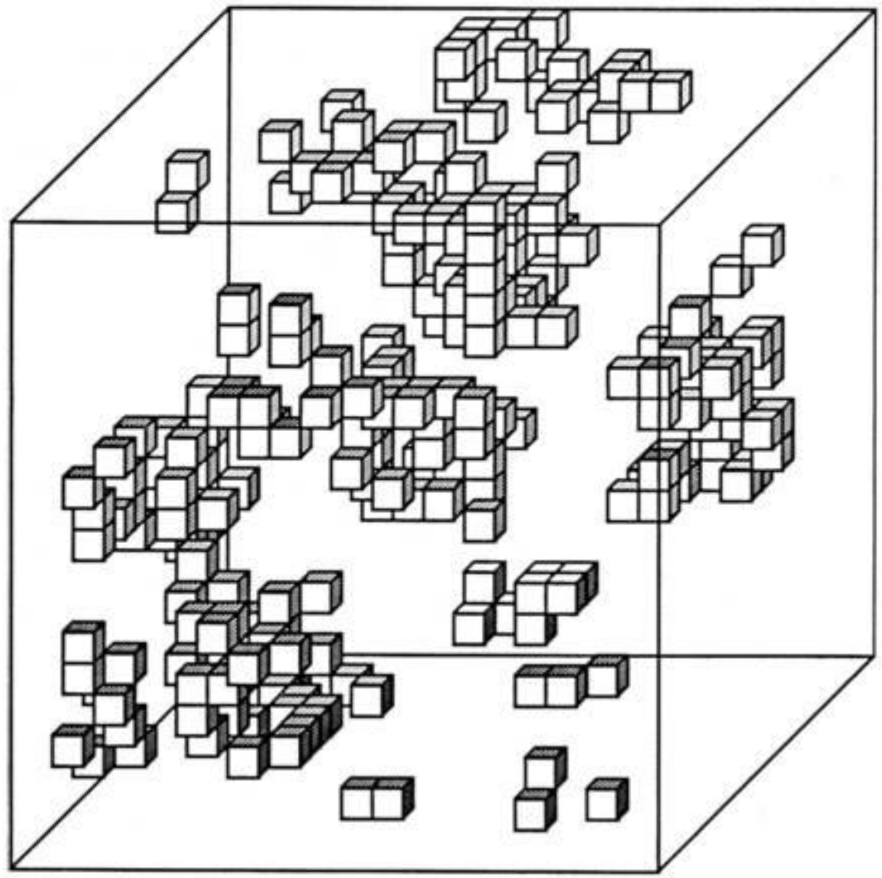
ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΜΕΝΗ

(Συναθροίσεις – Αμοιβαιότητα – ποιοτική ανομοιομορφία δειγματοληπτικών μονάδων – τρόπος αναπαραγωγής – θετικές κοινωνικές τάσεις-αγέλες)

(Ένταση ομαδοποίησης)

(Κοκκώδες ομαδοποίησης)

Μπορεί να έχουμε ομαδοποίηση στον 3-διάστατο χώρο



Μπορεί να έχουμε ομαδοποίηση στην διάσταση του χρόνου

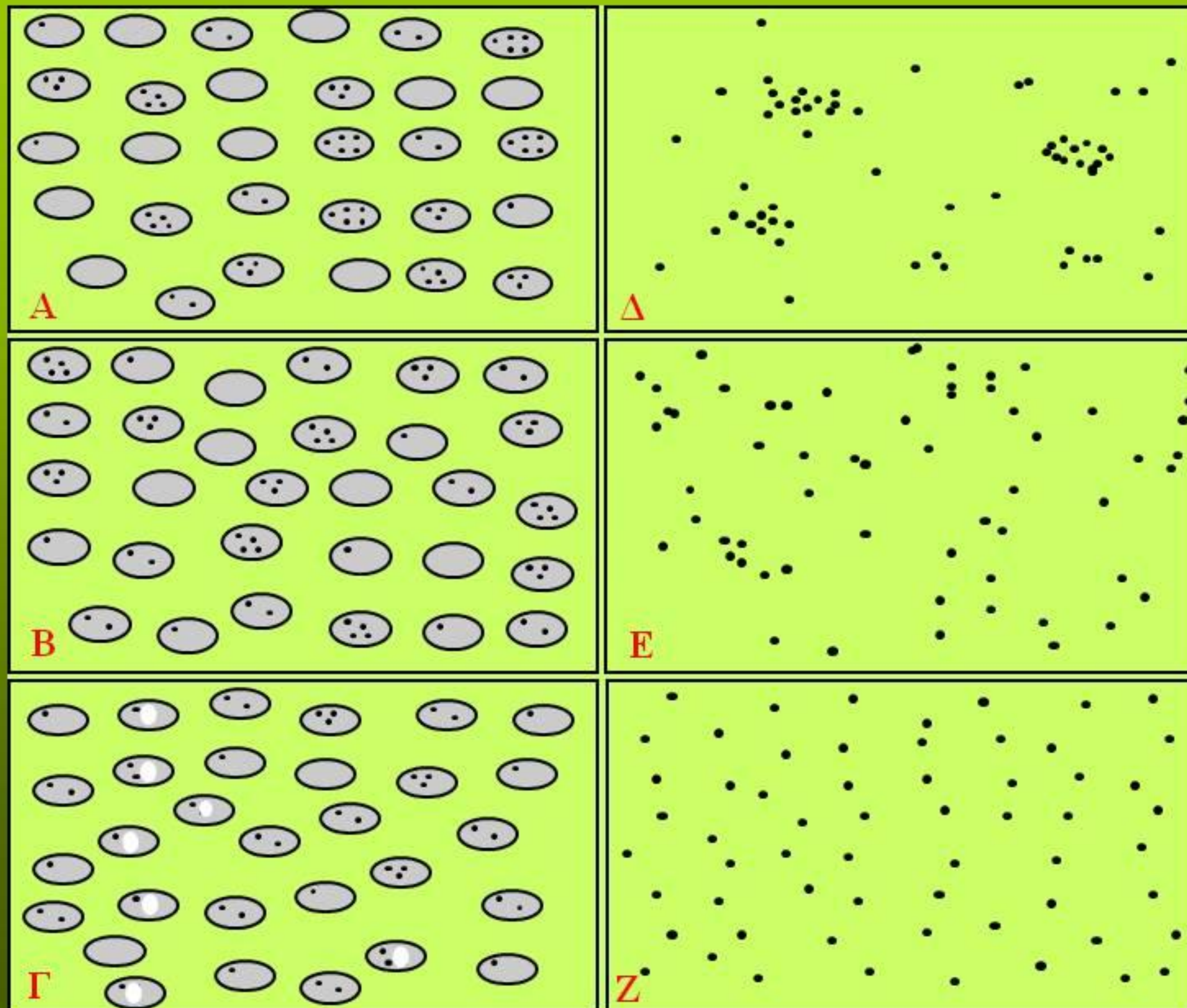
Ασυνεχείς μονάδες ενδιαιτήματος (Α,Β,Γ)

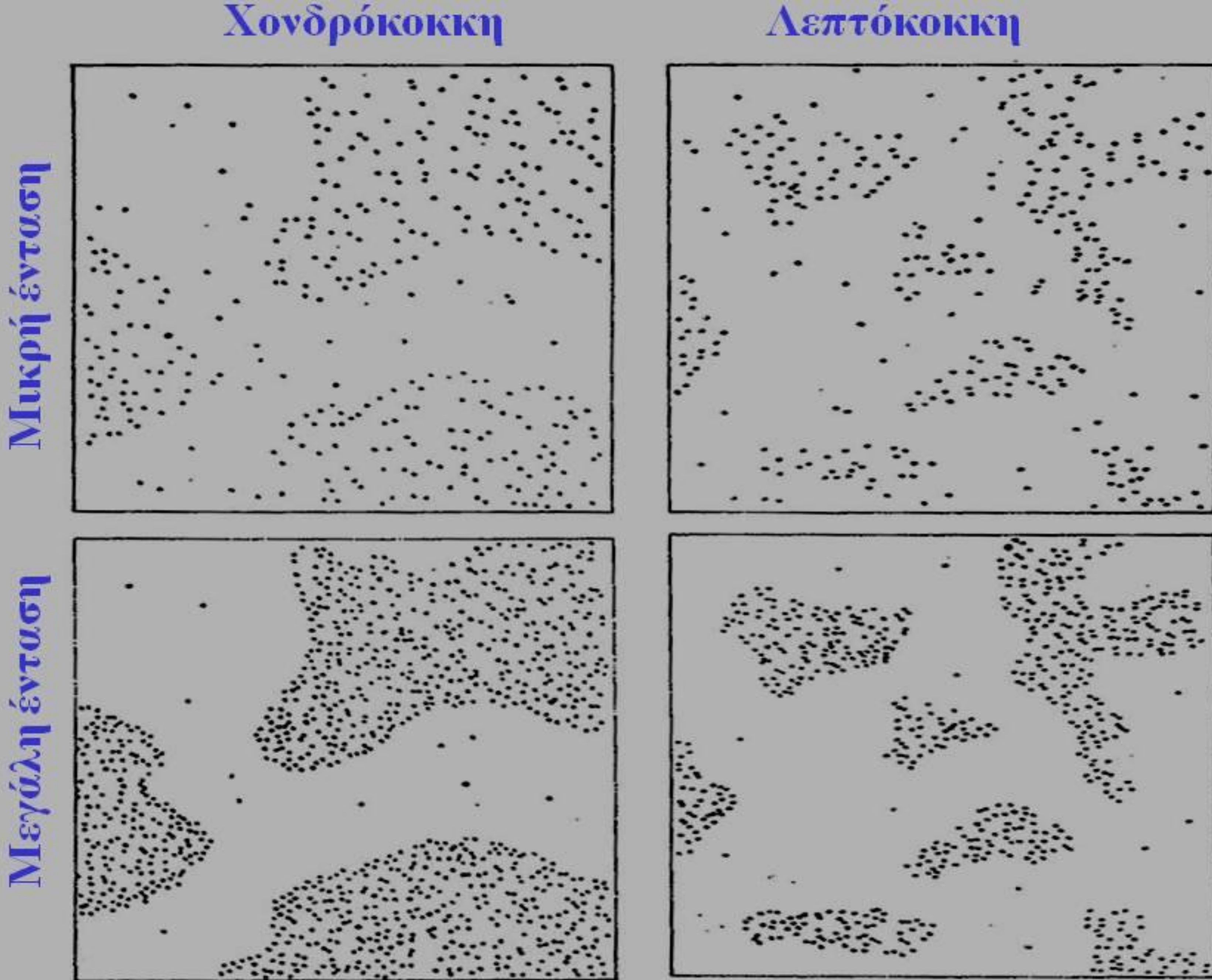
Συνεχής χώρος (Δ,Ε,Ζ)

Α και Δ ομαδοποιημένες

Β και Ε τυχαίες

Γ και Ζ ομοιόμορφες




Χονδρόκοκκη
Λεπτόκοκκη
Μικρή ένταση
Μεγάλη ένταση

Σε συνεχή χώρο, **αν η χωροδιάταξη είναι τυχαία** τότε, οποιοδήποτε μέγεθος και σχήμα της δειγματοληπτικής επιφάνειας και αν επιλέξουμε, η ανάλυση των δεδομένων θα επιβεβαιώσει στατιστικά την ύπαρξη της τυχαίας χωροδιάταξης.

Αν η χωροδιάταξη στην πραγματικότητα δεν είναι τυχαία (ιδίως **εάν είναι ομαδοποιημένη**) τότε , ανάλογα με το μέγεθος και σχήμα της δειγματοληπτικής επιφάνειας, η ανάλυση μπορεί και να μη επιβεβαιώσει την ύπαρξη μη τυχαίας χωροδιάταξης.

Μπορεί δηλαδή να δείξει ότι η χωροδιάταξη είναι τυχαία χωρίς στην πραγματικότητα να είναι.

Επομένως, εάν η ανάλυση των δεδομένων δείξει τυχαία χωροδιάταξη τότε συνιστάται η διενέργεια μιας δεύτερης (ή και τρίτης) δειγματοληψίας με διαφορετικό μέγεθος ή/και σχήμα της δειγματοληπτικής επιφάνειας για την επιβεβαίωση της υπόθεσης.

1. Κάθε δ.μ. έχει την ίδια πιθανότητα να φιλοξενεί ένα άτομο
2. Η παρουσία ενός ατόμου στη δειγματοληπτική μονάδα δεν επηρεάζει την ύπαρξη του άλλου ατόμου
3. Κάθε δ.μ. είναι εξίσου διαθέσιμη σε όλα τα άτομα

ΧΩΡΟΔΙΑΤΑΞΕΙΣ

ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΥΧΑΙΟΤΗΤΑΣ

Αν η χωροδιάταξη είναι "τυχαία" τότε η τυχαία μεταβλητή Χ θα ακολουθεί την κατανομή Poisson

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

Έλεγχος τυχαιότητας

... Ο αριθμός των συμβάντων στην μονάδα του χώρου ή του χρόνου
... αριθμός ατόμων ανά δειγματοληπτική μονάδα (Κατανομή Poisson)

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$ λ = μέση τιμή

Αν π.χ. λ= 2 άτομα (ακάραια) ανά μονάδα επιφάνειας (π.χ. φύλλο) τότε η πιθανότητα να βρούμε ένα φύλλο με 10 άτομα είναι

$$\mathbf{P_{(10)}=e^{-2}*2^{10}/10!=3,8*10^{-5}}$$

πολύ μικρή πιθανότητα

Είναι μεγαλύτερη η πιθανότητα να παρατηρηθεί ένα άτομο ανά φύλλο ($P_{(1)}$= 0.2706) απ΄ότι 10 άτομα ανά φύλλο.

Ένας τρόπος είναι να ελέγξουμε με X^2 εάν τα δεδομένα μας ακολουθούν την κατανομή Poisson:

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

f_x είναι η συχνότητα, δηλαδή πόσες ελιές είχαν X=0, 1, 2, 3, κ.λ.π. δάκους

$X*f_x$ είναι το σύνολο των δάκων

X	f_x	$X*f_x$	P_x	$E_x = \Sigma f_x * P_x$	$(f_x-E_x)^2/E_x$
0	144	0	0.4580	96.17	23.78
1	25	25	0.3577	75.11	33.43
2	15	30	0.1397	29.33	7.00
3	10	30	0.0364	7.63	0.73
4	6	24	0.0071	1.49	13.64
5	5	25	0.0011	0.238	97.62
6	5	30	0.0001	0.03	815.06
Σ=	210	164	1	210	X^2 = 991.26

Px είναι η θεωρητική ***πιθανότητα*** μια ελιά να έχει X=0, 1, 2, 3, κ.λ.π. δάκους με βάση την Poisson κατανομή.

Ex =Σfx*Px είναι το σύνολο των ελιών που εξέτασα (210) επί την εκάστοτε πιθανότητα (Px) που δίνει τον ***αναμενόμενο αριθμό ελιών*** με X=0, 1, 2, 3, 4, κ.λ.π. δάκους

$$\lambda = \frac{\sum X \cdot f_x}{\sum f_x} = \frac{164}{210}$$

λ=0,781 Δάκοι / ελιά

X^2 για Β.Ε. = 7-2 είναι =11.07

Άρα δεν είναι τυχαία η χωροδιάταξη

ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΥΧΑΙΟΤΗΤΑΣ

Αν η χωροδιάταξη είναι "*τυχαία*" τότε η τυχαία μεταβλητή Χ θα ακολουθεί την κατανομή Poisson

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

$$\sigma^2 = \lambda$$

$$\sigma^2 / \lambda = 1$$

Οι David and Moore (1954) πρότειναν ως δείκτη της τυχαιότητας της χωροδιάταξης και της έντασης της ομαδοποίησης τον *Δείκτη Ομαδοποίησης (Index of Clumping)*:

$$I = \frac{s^2}{\hat{\lambda}} - 1$$

I=0	**Τυχαία**
I<0	**Ομοιόμορφη**
I>0	**Ομαδοποιημένη**

X_i	f_i	$X*f_i$	$f_i(X-\lambda)^2$
0	144	0	95.5
1	25	25	0.86
2	15	30	21.1
3	10	30	47.8
4	6	24	60.9
5	5	25	87.6
6	1	6	26.9
7	3	21	114.8
8	0	0	0.0
9	0	0	0.0
10	1	10	84.4
$\Sigma=$	210	171	444.3

$\lambda=$ 0. 814 s^2=2,126

$$s^2 = \frac{\sum f_i (X_i - \overline{X})^2}{\sum f_i - 1} = \frac{448}{210-1} = 2,126$$

$$I = \frac{s^2}{\hat{\lambda}} - 1$$

$I = 0$	**Τυχαία**
$I < 0$	**Ομοιόμορφη**
$I > 0$	**Ομαδοποιημένη**

Στατιστικός έλεγχος του I

$$Z = \frac{\left|(S^2/\hat{\lambda}) - 1\right|}{\sqrt{\dfrac{2}{\sum f_x - 1}}} \sim N(\mu=0, \sigma^2=1)$$

Αν $-1.96 < Z < 1.96$ τότε δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ λ και s^2 άρα έχω τυχαία χωροδιάταξη

$$\hat{\lambda} = 0.814 \qquad s^2 = 2.126 \qquad I = \frac{s^2}{\hat{\lambda}} - 1 = \frac{2.126}{0.814} - 1 = 1.61$$

$$Z = \frac{\left| S^2/\lambda - 1 \right|}{\sqrt{\frac{2}{\sum f_x - 1}}} = \frac{\left| 2.126/0.814 - 1 \right|}{\sqrt{\frac{2}{210 - 1}}} = \frac{1.612}{0.097} = 16.61 >>> 1.96$$

Ο δείκτης I είναι ιδιαίτερα χρήσιμος γιατί εάν έχουμε δύο τέτοιους δείκτες από δύο πληθυσμούς μπορούμε να ελέγξουμε την στατιστική σημαντικότητα της διαφοράς τους, υπολογίζοντας την τιμή του ω :

$$\omega = -\frac{1}{2}\ln\left(\frac{s_1^2 / \hat{\lambda}_1}{s_2^2 / \hat{\lambda}_2}\right)$$

$$-\frac{2,5}{\sqrt{n-1}} \qquad\qquad +\frac{2,5}{\sqrt{n-1}}$$

Εάν η τιμή του είναι μεταξύ των τιμών $-\frac{2,5}{\sqrt{n-1}}$ και $\frac{2,5}{\sqrt{n-1}}$

όπου **n** είναι ο αριθμός των δειγματοληπτικών μονάδων από κάθε πληθυσμό, τότε δεχόμεθα την υπόθεση ότι δεν υπάρχει σημαντική διαφορά. (στο επίπεδο 5%) μεταξύ των πληθυσμών.

ΧΩΡΟΔΙΑΤΑΞΕΙΣ

ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΣΗΣ

Αν η χωροδιάταξη είναι "ομαδοποιημένη" τότε η τυχαία μεταβλητή X θα ακολουθεί την Αρνητική Διωνυμική Κατανομή

$$g(X) = \binom{K+X-1}{K-1}\frac{R^X}{q^K} = \frac{(K+X-1)!}{(K-1)!X!}\frac{R^X}{q^K}$$

Η τυχαία μεταβλητή X παριστάνει το πλήθος των δοκιμών Bernoulli μέχρι και τη δοκιμή που θα συμπληρωθούν r επιτυχίες

$$g(X) = \binom{K+X-1}{K-1}\frac{R^X}{q^K} = \frac{(K+X-1)!}{(K-1)!\,X!}\frac{R^X}{q^K}$$

$$K = \frac{\bar{X}^2}{S^2 - \bar{X}} \qquad R = \frac{\bar{X}}{K+\bar{X}} \qquad q = \frac{K+\bar{X}}{K}$$

Ο αριθμός των φωλεών ανά πεύκο (δειγματοληπτική μονάδα) είναι τυχαίος.

Ο αριθμός των ατόμων κάμπιας ανά φωλιά έχει την λογαριθμική κατανομή.

Τότε ο αριθμός των ατόμων κάμπιας ανά δειγματοληπτική μονάδα (πεύκο) θα εμφανίσει την Α.Δ.Κ.

Επειδή υπάρχουν και άλλες μαθηματικές διαδικασίες από τις οποίες προκύπτει η Α.Δ.Κ. δεν μπορούμε να αποφανθούμε με βεβαιότητα για την φύση των οικολογικών μηχανισμών που πράγματι λαμβάνουν χώρα.

Ένας τρόπος να ελεγχθεί αν η χωροδιάταξη **<u>είναι ομαδοποιημένη</u>** **(ΝΑΙ-ΟΧΙ)** είναι να συγκριθούν οι παρατηρηθείσες με τις θεωρητικά - με βάση την ΑΔΚ – αναμενόμενες συχνότητες με X^2 τεστ

$$g(X) = \boxed{\binom{K+X-1}{K-1}\frac{R^X}{q^K}} = \frac{(K+X-1)!}{(K-1)!\,X!}\frac{R^X}{q^K}$$

Από την παραπάνω σχέση υπολογίζουμε κατ αρχήν την τιμή g(x=0)

Η αρνητική διωνυμική κατανομή είναι δύσκολο να επιλυθεί, ειδικά όταν το K δεν είναι ακέραιος και ως εκ τούτου ο υπολογισμός των παραγοντικών είναι δύσκολος.

$$\boxed{g(x=0) = \frac{1}{q^K}}$$

και στη συνέχεια χρησιμοποιούμε την αναδρομική σχέση:

$$g(x) = g(x-1)\left[\left(\frac{K+X-1}{X}\right)R\right]$$

X	f_x	$X*f_x$	$X-\lambda$	$f_X(X-\lambda)^2$
0	18	0	-2.14	82.4
1	25	25	-1.14	32.5
2	20	40	-0.14	0.4
3	15	45	0.86	11.1
4	10	40	1.86	34.6
5	8	40	2.86	65.4
6	4	24	3.86	59.6
Σ=	100	214	6.02	286.0

mean= λ = 2,14 s^2= 2,88

$$K = \frac{\bar{X}^2}{S^2 - \bar{X}} = \frac{2.14^2}{2.88 - 2.14} = 6.36$$

$$R = \frac{\bar{X}}{K + \bar{X}} = \frac{2.14}{6.36 + 2.14} = 0.2517$$

$$q = \frac{K + \bar{X}}{K} = \frac{6.36 + 2.14}{6.36} = 1.3364$$

$$\lambda = \frac{\sum X \cdot f_x}{\sum f_x} = \frac{214}{100} = 2.14$$

$$s^2 = \frac{\sum f_i (X_i - \overline{X})^2}{\sum f_i - 1} = \frac{286}{100 - 1} = 2.88$$

X	f_x	$X*f_x$	X-λ	$f_X(X-\lambda)^2$
0	18	0	-2.14	82.4
1	25	25	-1.14	32.5
2	20	40	-0.14	0.4
3	15	45	0.86	11.1
4	10	40	1.86	34.6
5	8	40	2.86	65.4
6	4	24	3.86	59.6
Σ=	100	214	6.02	286.0
	mean=	2,14	s^2=	2,88

$$K = \frac{\bar{X}^2}{s^2 - \bar{X}} = 6.36$$

$$R = \frac{\bar{X}}{K + \bar{X}} = 0.2517$$

$$q = \frac{K + \bar{X}}{K} = 1.3364$$

Υπολογίζω καταρχήν το I=2.88/2.14 – 1=1.3458 – 1 = 0.3458 > 0

Άρα έχω μάλλον ομαδοποιημένη χωροδιάταξη

Υπολογίζω και το Z

$$Z = \frac{\left| s^2/\hat{\lambda} - 1 \right|}{\sqrt{\frac{2}{\sum f_x - 1}}} = \frac{1,3458 - 1}{\sqrt{\frac{2}{99}}} = 2,4335 > 1.96$$

Άρα είναι πράγματι ομαδοποιημένη

Θα το ελέγξω όμως και με την αρνητική διωνυμική

Με την αναδρομικη σχέση υπολογίζω τις ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

$$g_{(X=0)} = 1/q^K \qquad 1/1.3364^{6.36} = 0.1581$$

Mean = 2.14

$S^2 = 2.89$

K = 6.36

R = 0.2516

q = 1.3364

$$g(x) = g(x-1)\left[\left(\frac{K + X - 1}{X}\right) R\right]$$

$$g(x=1) = (0.1581)\left(\frac{6.36+1-1}{1}\right) * 0.2517 = 0.2531$$

$$g(x=2) = (0.2531)\left(\frac{6.36+2-1}{2}\right) * 0.2517 = 0.2344$$

$$g(x=3) = (0.2344)\left(\frac{6.36+3-1}{3}\right) * 0.2517 = 0.1645$$

$$g(x=5) = (0.969)\left(\frac{6.36+5-1}{5}\right) * 0.2517 = 0.505$$

$$g(x=6) = (0.505)\left(\frac{6.36+6-1}{6}\right) * 0.2517 = 0.425$$

X	f_x	P_x	$E_x = \Sigma f_x * P_x$	$(F_x - E_x)^2/E_x$
0	18	0,1581	15,8	0,302
1	25	0,2532	25,3	0,004
2	20	0,2345	23,5	0,507
3	15	0,1645	16,5	0,127
4	10	0,0969	9,7	0,010
5	8	0,0505	5,1	1,720
6+	4	0,0424	4,2	0,013

$\Sigma fx = 100$

mean=2,14

$s^2 = 2,86$

q=1,34

K=6,36

R=0,25

$X^2 = 2,684$

$X^2_{Πινάκων} = 9,49$

Για n-3=7-3=4 β.ε.

Οι αναμενόμενες και οι παρατηρηθείσες τιμές συμπίπτουν στατιστικά άρα τα δεδομένα μου ακολουθούν την αρνητική διωνυμική ΑΡΑ ΕΧΩ ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΣΗ

Ένας τρόπος να ελεγχθεί η ένταση της ομαδοποίησης της χωροδιάταξης (όχι ΝΑΙ-ΟΧΙ αλλά με δείκτες διαβάθμισης) είναι η χρήση των δεικτών Κ και 1/Κ

Όσο μεγαλύτερο (απροσδιόριστη) είναι το Κ τόσο η χωροδιάταξη πλησιάζει την τυχαία

Όσο μικρότερο (θετικό) είναι το Κ τόσο η ομαδοποίηση είναι εντονότερη.

Η απόλυτα ομαδοποιημένη ισχύει $K = \dfrac{\bar{x}}{\bar{x}(n-1)-1}$

Στην απόλυτα ομοιόμορφη έχει την τιμή $K = -\bar{x}$

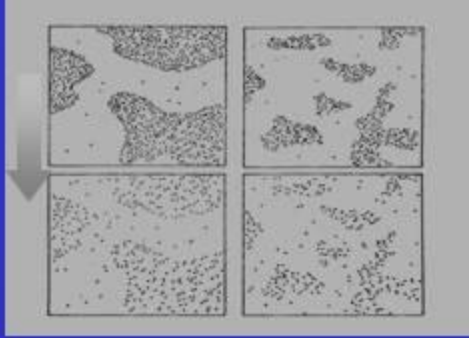
Εναλλακτικά έχει προταθεί ο δείκτης 1/Κ

Στην τυχαία χωροδιάταξη είναι **1/Κ = 0**

Στην απόλυτα ομοιόμορφη θα είναι $\mathbf{1/K = -1/\bar{x}}$

Στην πλήρως ομαδοποιημένη θα είναι $$\mathbf{1/K = \frac{\bar{x}(n-1)-1}{\bar{x}}}$$

Αν πάμε από μια πυκνότερη κατάσταση σε μια αραιότερη τότε οι δείκτες I και K:



Το I και το K δεν εκφράζουν ακριβώς τις ίδιες ιδιότητες καθώς επηρεάζονται διαφορετικά από την πυκνότητα των ατόμων στις δειγματοληπτικές μονάδες δηλαδή από την ένταση της ομαδοποίησης.

Για να ισχύει ο K πρέπει ο πληθυσμός να ακολουθεί την ΑΔΚ.

Δύο δείκτες – αντίστοιχοι των I και K οι οποίοι όμως είναι ελεύθεροι κατανομών είναι οι παρακάτω:

$$m^* = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$$

Δείκτης Μέσου Συνωστισμού του Μ. Lioyd (Index of mean crowding)

Αντίστοιχος του I

$$C = \frac{m^*}{m}$$

Δείκτης Σχετικού Συνωστισμού (Index of Patchiness)

Αντίστοιχος του K

N= ο συνολικός αριθμός ατόμων σε όλες τις μονάδες.

X_i (i=1, 2 ,3…. N) είναι ο αριθμός των "συγκατοίκων" που μοιράζεται το κάθε άτομο της ίδιας δειγματοληπτικής μονάδας

$$m^* = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$$

Δείκτης Μέσου Συνωστισμού του M. Lloyd (Index of mean crowding

Αντίστοιχος του I

$$C = \frac{m^*}{m}$$

Δείκτης Σχετικού Συνωστισμού (Index of Patchiness)

Αντίστοιχος του K

16 άτομα επί 15 «συγκάτοικους έκαστο

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N	m	m*	C
A	16	24	24	32	32	32	40	40	48	288	32	33,66	1,052

16 άτομα επί 15 «συγκάτοικους έκαστο

$$m_A^* = 1/288\ [(16)(15)+(24)(23)+(24)(23)+(32)(31)+(32)(31) + (32)(31)+(40)(39)+(40)(39)+(48)(47)]$$

$$= 9696 / 288 = \mathbf{33.66}$$

$$C = 33.66 / 32 = \mathbf{1.052}$$

$$m^* = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$$

Δείκτης Μέσου Συνωστισμού του Μ. Lioyd (Index of mean crowding
Αντίστοιχος του I

$$C = \frac{m^*}{m}$$

Δείκτης Σχετικού Συνωστισμού (Index of Patchiness)
Αντίστοιχος του K

Οι δείκτες $\dot{m}$ και C παίρνουν τις τιμές	$\dot{m}$	C
στην τυχαία χωροδιάταξη έχει την τιμή	$\bar{x}$	1
Στην απόλυτα ομοιόμορφη έχει την τιμή	$\bar{x}-1,$	$\frac{\bar{x}-1}{\bar{x}}$
και στη απόλυτα ομαδοποιημένη έχει την τιμή	$\bar{x}n-1.$	$\frac{\bar{x}n-1}{\bar{x}}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N	m	m*	C
A	16	24	24	32	32	32	40	40	48	288	32	33.66	1.052
B	8	12	12	16	16	16	20	20	24	144	16	16.33	1.021
C	4	6	6	8	8	8	10	10	12	72	8	7.66	0.9583
D	2	3	3	4	4	4	5	5	6	36	4	3.33	0.8333