Εργοστάσιο παραγωγής ζωοτροφών, για τους επόμενους τρεις μήνες πρόκειται να παράγει δυο διαφορετικές ζωοτροφές (Α και Β), για τις οποίες χρησιμοποιείται η ίδια διαδικασία παραγωγής. Όμως οι δυνατότητες παραγωγής και αποθήκευσης αλλάζουν από μήνα σε μήνα (το εργοστάσιο παράγει και άλλες ζωοτροφές), οπότε ανά μήνα διαφοροποιούνται και οι παραγόμενες ποσότητες, το κόστος παραγωγής ανά τόνο, καθώς και το κόστος αποθήκευσης ανά τόνο και για τα δυο προϊόντα.

Για τον κάθε μήνα δίνεται η μέγιστη δυνατή ποσότητα, σε τόνους, για κάθε προϊόν στην κανονική βάρδια (ΚΒ) και σε υπερωρίες (Υ), αλλά και συμφωνηθείσες πωλήσεις των :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1ο προϊόν (Α)** | | | **2ο προϊόν (Β)** | | |
| **1ος μήνας** | Μέγιστη παραγόμενη ποσότητα στην κανονική βάρδια  ΚΒ\_Α1 | Μέγιστη παραγόμενη ποσότητα με χρήση υπερωριακής απασχόλησης  Υ\_Α1 | Πωλήσεις 1ου προϊόντος Π\_Α1 | Μέγιστη παραγόμενη ποσότητα στην κανονική βάρδια  ΚΒ\_Β1 | Μέγιστη παραγόμενη ποσότητα με χρήση υπερωριακής απασχόλησης  Υ\_Β1 | Πωλήσεις 2ου προϊόντος Π\_Β1 |
| **50** | **15** | **50** | **50** | **15** | **30** |
| **2ος μήνας** | Μέγιστη παραγόμενη ποσότητα στην κανονική βάρδια  ΚΒ\_Α2 | Μέγιστη παραγόμενη ποσότητα με χρήση υπερωριακής απασχόλησης  Υ\_Α2 | Πωλήσεις 1ου προϊόντος Π\_Α2 | Μέγιστη παραγόμενη ποσότητα στην κανονική βάρδια  ΚΒ\_Β2 | Μέγιστη παραγόμενη ποσότητα με χρήση υπερωριακής απασχόλησης  Υ\_Β2 | Πωλήσεις 2ου προϊόντος Π\_Β2 |
| **40** | **10** | **60** | **40** | **10** | **70** |
| **3ος μήνας** | Μέγιστη παραγόμενη ποσότητα στην κανονική βάρδια  ΚΒ \_Α3 | Μέγιστη παραγόμενη ποσότητα με χρήση υπερωριακής απασχόλησης  Υ\_Α3 | Πωλήσεις 1ου προϊόντος Π\_Α3 | Μέγιστη παραγόμενη ποσότητα στην κανονική βάρδια  ΚΒ\_Β2 | Μέγιστη παραγόμενη ποσότητα με χρήση υπερωριακής απασχόλησης  Υ\_Β2 | Πωλήσεις 2ου προϊόντος Π\_Β3 |
| **50** | **15** | **70** | **50** | **15** | **70** |

Ακόμη δίδονται, το κόστος (€/ανά τόνο) των προϊόντων (Α και Β) που παράγονται σε κανονικές βάρδιες, των προϊόντων που παράγονται κάνοντας χρήση υπερωριών και το κόστος αποθήκευσης κάθε επιπλέον τόνου παραγόμενου προϊόντος που παράγεται και αποθηκεύεται και τον επόμενο μήνα:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1ο προϊόν (Α)** | | | **2ο προϊόν (Β)** | | |
| **1ος μήνας** | Κόστος παραγωγής (€/τόνο) της παραγόμενης ποσότητας στην κανονική βάρδια  ΚΒ\_CΑ1 | Κόστος παραγωγής (€/τόνο) της παραγόμενης ποσότητας με χρήση υπερωριακής απασχόλησης  Υ\_CΑ1 | Κόστος αποθήκευσης (€/τόνο) του Προϊόντος Α για τον επόμενο μήνα  Α\_CΑ1 | Κόστος παραγωγής (€/τόνο) της παραγόμενης ποσότητας στην κανονική βάρδια  ΚΒ\_CΒ1 | Κόστος παραγωγής (€/τόνο) της παραγόμενης ποσότητας με χρήση υπερωριακής απασχόλησης  Υ\_CΒ1 | Κόστος αποθήκευσης (€/τόνο) του Προϊόντος Β για τον επόμενο μήνα  Α\_CΒ1 |
| **150** | **180** | **10** | **160** | **200** | **20** |
| **2ος μήνας** | Κόστος παραγωγής (€/τόνο) της παραγόμενης ποσότητας στην κανονική βάρδια  ΚΒ\_CΑ2 | Κόστος παραγωγής (€/τόνο) της παραγόμενης ποσότητας με χρήση υπερωριακής απασχόλησης  Υ\_CΑ2 | Κόστος αποθήκευσης (€/τόνο) του Προϊόντος Α για τον επόμενο μήνα  Α\_CΑ2 | Κόστος παραγωγής (€/τόνο) της παραγόμενης ποσότητας στην κανονική βάρδια  ΚΒ\_CΒ2 | Κόστος παραγωγής (€/τόνο) της παραγόμενης ποσότητας με χρήση υπερωριακής απασχόλησης  Υ\_CΒ2 | Κόστος αποθήκευσης (€/τόνο) του Προϊόντος Β για τον επόμενο μήνα  Α\_CΒ2 |
| **170** | **200** | **20** | **150** | **180** | **10** |
| **3ος μήνας** | Κόστος παραγωγής (€/τόνο) της παραγόμενης ποσότητας στην κανονική βάρδια  ΚΒ-CΑ3 | Κόστος παραγωγής (€/τόνο) της παραγόμενης ποσότητας με χρήση υπερωριακής απασχόλησης  Υ\_CΑ3 | **-** | Κόστος παραγωγής (€/τόνο) της παραγόμενης ποσότητας στην κανονική βάρδια  ΚΒ-CΒ3 | Κόστος παραγωγής (€/τόνο) της παραγόμενης ποσότητας με χρήση υπερωριακής απασχόλησης  Υ\_CΒ3 | **-** |
| **190** | **220** | **-** | **170** | **220** | **-** |

Να υπολογισθούν για κάθε μήνα, οι παραγόμενες ποσότητες των δυο προϊόντων στις κανονικές βάρδιες και με την χρήση υπερωριών, αλλά και οι ποσότητες που θα αποθηκευθούν , ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος παραγωγής και αποθήκευσης.

Διατύπωση του προβλήματος:

Οι μεταβλητές απόφασης είναι:

X ΚΒ\_Α1 =ποσότητα του προϊόντος Α που θα παραχθεί στην κανονική βάρδια τον 1ο μήνα

Χ ΚΒ\_Α2= ποσότητα του προϊόντος Α που θα παραχθεί στην κανονική βάρδια τον 2ο μήνα

Χ ΚΒ\_Α3= ποσότητα του προϊόντος Α που θα παραχθεί στην κανονική βάρδια τον 3ο μήνα

Χ Υ\_Α1= ποσότητα του προϊόντος Α που θα παραχθεί με χρήση υπερωριακής απασχόλησης τον 1ο μήνα

Χ Υ\_Α2= ποσότητα του προϊόντος Α που θα παραχθεί με χρήση υπερωριακής απασχόλησης τον 2ο μήνα

Χ Υ\_Α3= ποσότητα του προϊόντος Α που θα παραχθεί με χρήση υπερωριακής απασχόλησης τον 3ο μήνα

Χ Α\_Α1= ποσότητα του προϊόντος Α που θα παραχθεί τον 1ο μήνα και αποθηκευθεί τον επόμενο μήνα

Χ Α\_Α2= ποσότητα του προϊόντος Α που θα παραχθεί τον 2ο μήνα και αποθηκευθεί τον επόμενο μήνα

X ΚΒ\_Β1 =ποσότητα του προϊόντος Β που θα παραχθεί στην κανονική βάρδια τον 1ο μήνα

Χ ΚΒ\_Β2= ποσότητα του προϊόντος Β που θα παραχθεί στην κανονική βάρδια τον 2ο μήνα

Χ ΚΒ\_Β3= ποσότητα του προϊόντος Β που θα παραχθεί στην κανονική βάρδια τον 3ο μήνα

Χ Υ\_Β1= ποσότητα του προϊόντος Β που θα παραχθεί με χρήση υπερωριακής απασχόλησης τον 1ο μήνα

Χ Υ\_Β2= ποσότητα του προϊόντος Β που θα παραχθεί με χρήση υπερωριακής απασχόλησης τον 2ο μήνα

Χ Υ\_Β3= ποσότητα του προϊόντος Β που θα παραχθεί με χρήση υπερωριακής απασχόλησης τον 3ο μήνα

Χ Α\_Β1= ποσότητα του προϊόντος Β που θα παραχθεί τον 1ο μήνα και αποθηκευθεί τον επόμενο μήνα

Χ Α\_Β2= ποσότητα του προϊόντος Β που θα παραχθεί τον 2ο μήνα και αποθηκευθεί τον επόμενο μήνα

Κατά συνέπεια το υπόδειγμα παρουσιάζεται παρακάτω:

Η αντικειμενική συνάρτηση θα έχει τη μορφή:

Min Z= 150\*X ΚΒ\_Α1+160\* X ΚΒ\_Β1+180\* Χ Υ\_Α1+200\* Χ Υ\_Β1+10\* Χ Α\_Α1+20\* Χ Α\_Β1+170\* Χ ΚΒ\_Α2+150\* Χ ΚΒ\_Β2+200\* Χ Υ\_Α2+180\* Χ Υ\_Β2+20\* Χ Α\_Α2 +10\* Χ Α\_Β2 +190 Χ ΚΒ\_Α3 + 170 Χ ΚΒ\_Β3+ 220 Χ Υ\_Α3 + 220 Χ Υ\_Β3

Υπο τους περιορισμούς

- ποσότητα του προϊόντος Α που θα παραχθεί στην κανονική βάρδια τον 1ο μήνα : 1X ΚΒ\_Α1 ≤ 50

-ποσότητα του προϊόντος Α που θα παραχθεί με χρήση υπερωριακής απασχόλησης τον 1ο μήνα: 1 Χ Υ\_Α1 ≤ 15

-ποσότητα του προϊόντος Β που θα παραχθεί στην κανονική βάρδια τον 1ο μήνα: 1X ΚΒ\_Β1 ≤50

-ποσότητα του προϊόντος Β που θα παραχθεί με χρήση υπερωριακής απασχόλησης τον 1ο μήνα: 1Χ Υ\_Β1 ≤15

-Αποθέματα 1ου μήνα του προϊόντος Α: 1 Χ Α\_Α1 = 1X ΚΒ\_Α1 + 1 Χ Υ\_Α1 - Π\_Α1 (Πωλήσεις 1ου προϊόντος τον 1ο μηνα=50 τόνοι) →

→ 1 Χ Α\_Α1 - 1X ΚΒ\_Α1 - 1 Χ Υ\_Α1 = -50

- Αποθέματα 1ου μήνα του προϊόντος Β: 1Χ Α\_Β1 = 1X ΚΒ\_Β1 + 1 Χ Υ\_Β1 - Π\_Β1( Πωλήσεις 2ου προϊόντος τον 1ο μήνα = 30 τόνοι) →

→ 1Χ Α\_Β1 - 1X ΚΒ\_Β1 - 1 Χ Υ\_Β1 = -30

-ποσότητα του προϊόντος Α που θα παραχθεί στην κανονική βάρδια τον 2ο μήνα : 1 Χ ΚΒ\_Α2 ≤ 40

-ποσότητα του προϊόντος Α που θα παραχθεί με χρήση υπερωριακής απασχόλησης τον 2ο μήνα: 1 Χ Υ\_Α2 ≤ 10

-ποσότητα του προϊόντος Β που θα παραχθεί στην κανονική βάρδια τον 2ο μήνα: 1 Χ ΚΒ\_Β2 ≤40

- ποσότητα του προϊόντος Β που θα παραχθεί με χρήση υπερωριακής απασχόλησης τον 2ο μήνα: 1 Χ Υ\_Β2 ≤10

- Αποθέματα 2ου μήνα του προϊόντος Α: 1 Χ Α\_Α2 = Χ Α\_Α1+ 1 Χ ΚΒ\_Α2 + 1 Χ Υ\_Α2 - Π\_Α2 (Πωλήσεις 1ου προϊόντος τον 2ο μηνα=60 τόνοι) →

→ 1 Χ Α\_Α2 - 1 Χ ΚΒ\_Α2 - 1 Χ Υ\_Α2 = -60

-Αποθέματα 2ου μήνα του προϊόντος Β: 1 Χ Α\_Β2 = 1Χ Α\_Β1 + 1X ΚΒ\_Β2 + 1 Χ Υ\_Β2 - Π\_Β2( Πωλήσεις 2ου προϊόντος τον 1ο μήνα = 70 τόνοι) →

→ 1 Χ Α\_Β2 - 1X ΚΒ\_Β2 - 1 Χ Υ\_Β2 = -70

-ποσότητα του προϊόντος Α που θα παραχθεί στην κανονική βάρδια τον 3ο μήνα : 1 Χ ΚΒ\_Α3 ≤ 50

- ποσότητα του προϊόντος Α που θα παραχθεί με χρήση υπερωριακής απασχόλησης τον 3ο μήνα: 1 Χ Υ\_Α3 ≤ 15

- ποσότητα του προϊόντος Β που θα παραχθεί στην κανονική βάρδια τον 3ο μήνα: 1 Χ ΚΒ\_Β3 ≤50

-ποσότητα του προϊόντος Β που θα παραχθεί με χρήση υπερωριακής απασχόλησης τον 3ο μήνα: 1 Χ Υ\_Β3 ≤15

-ποσότητα πωλήσεων του προϊόντος Α τον 3ο μήνα (Π\_Α3) : 1Χ Α\_Α2+1 Χ ΚΒ\_Α3+1 Χ Υ\_Α3 = 70

- ποσότητα πωλήσεων του προϊόντος B τον 3ο μήνα (Π\_B3) : 1 Χ Α\_Β2+1 Χ ΚΒ\_Β3+1 Χ Υ\_Β3 = 70