

Αλγεβρικό Παράδειγμα Σχετικά με την Επιλογή Μέτρων Πολιτικής για τη Μείωση της Ρύπανσης: Φορολογία Ρύπων Ή Ανώτατα Όρια

Ας υποθέσουμε ότι σε μια περιοχή υπάρχουν δύο επιχειρήσεις με διαφορετικά κόσθη ελέγχου της ρύπανσης (οριακά οφέλη), τα οποία συμβολίζουμε με MAC^L και MAC^H αντίστοιχα. Θυμηθείτε ότι ισχύει η ταυτότητα $MAC = MB$ (Marginal Abatement Costs = Marginal Benefits). Συγκεκριμένα οι αντίστοιχες καμπύλες δίνονται από:

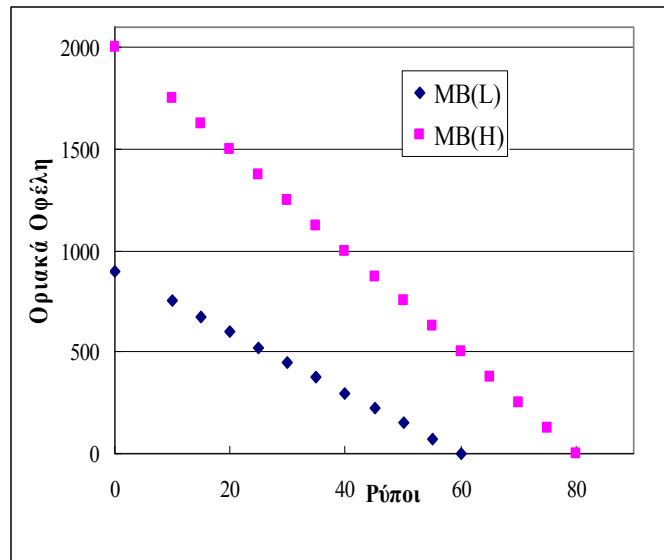
$$MB^L = 900 - 15e^L \tag{0.1}$$

$$MB^H = 2000 - 25e^H \tag{0.2}$$

1) Σχεδίαση των καμπυλών:

α) δημιουργούμε μια σειρά δεδομένων και σχεδιάζουμε τις καμπύλες στο Excel

| e | MB(L) | MB(H) |
|----|-------|-------|
| 0 | 900 | 2000 |
| 10 | 750 | 1750 |
| 15 | 675 | 1625 |
| 20 | 600 | 1500 |
| 25 | 525 | 1375 |
| 30 | 450 | 1250 |
| 35 | 375 | 1125 |
| 40 | 300 | 1000 |
| 45 | 225 | 875 |
| 50 | 150 | 750 |
| 55 | 75 | 625 |
| 60 | 0 | 500 |
| 65 | | 375 |
| 70 | | 250 |
| 75 | | 125 |
| 80 | | 0 |



Σχεδιάγραμμα 1: Οριακά Οφέλη.

2) Αρχική κατάσταση (Κανένας περιορισμός – καμιά πολιτική ελέγχου)

Στην περίπτωση αυτή οι επιχειρήσεις εξισώνουν τα οριακά τους οφέλη με το μηδέν (γιατί), δηλαδή:

$$MB^L = 900 - 15e^L = 0 \Rightarrow e^L = 60 \tag{0.3}$$

$$MB^H = 2000 - 25e^H = 0 \Rightarrow e^H = 80 \tag{0.4}$$

Άρα η συνολική ποσότητα ρύπων στην περιοχή είναι: $E = e^L + e^H = 140$

3) Πολιτική Α (Διοικητικές Ρυθμίσεις Ανώτατων Ορίων)

Κάθε επιχείρηση υποχρεούται να μειώσει τους ρύπους της κατά 40%. Η επιχείρηση με το υψηλό κόστος ελέγχου της ρύπανσης θα μπορεί πλέον να ελευθερώσει $(1-0,4) \times 80 = 48$ μονάδες ρύπων, ενώ η άλλη επιχείρηση $(1-0,4) \times 60 = 36$. Το κόστος επίτευξης της πολιτικής ελέγχου δίνεται από τη διαφορά των ωφελειών (κερδών) που αντιστοιχούν στην αρχική κατάσταση χωρίς περιορισμούς και στην περίπτωση που επιβάλλονται ανώτατα όρια στις επιχειρήσεις. Δηλαδή:

$$C^H = \int_0^{80} (2000 - 25e) de - \int_0^{48} (2000 - 25e) de \quad (0.5)$$

$$C^H = \int_0^{80} 2000 de - 25 \int_0^{80} e de - \int_0^{48} 2000 de + 25 \int_0^{48} e de \quad (0.6)$$

$$C^H = 2000e \Big|_0^{80} - 25 \left| \frac{e^2}{2} \right|_0^{80} - 2000e \Big|_0^{48} + 25 \left| \frac{e^2}{2} \right|_0^{48} \quad (0.7)$$

$$C^H = 160000 - 80000 - 96000 + 28800 = 12800 \quad (0.8)$$

Το ίδιο αποτέλεσμα προκύπτει αν υπολογίσουμε απ' ευθείας το 'τρίγωνο' των απωλειών, δηλαδή $C^H = \int_0^{80} (2000 - 25e) de - \int_0^{48} (2000 - 25e) de \equiv \int_{48}^{80} (2000 - 25e) de$. Με τον ίδιο τρόπο βρίσκουμε ότι :

$$C^L = \int_{36}^{60} (900 - 15e) de = 4320 \quad (0.9)$$

Τα αποτελέσματα μπορούν να συνοψιστούν στον παρακάτω πίνακα:

| Επιχείρηση | Μείωση Ρύπων | Κόστος Μείωσης | Δαπάνες | Συνολικό κόστος |
|------------|--------------|----------------|---------|-----------------|
| H | 32 | 12800 | 0 | 12800 |
| L | 24 | 4320 | 0 | 4320 |
| Σύνολο | 56 | 17120 | 0 | 17120 |

Πίνακας 1: Το συνολικό κόστος της πολιτικής των ανωτάτων ορίων

4) Πολιτική Β (Επιβολή φορολογίας επί των ρύπων)

Όπως έχουμε δείξει ο αποτελεσματικός φόρος ή φόρος αποτελεσματικότητας κόστους δίνεται από την σκιώδη τιμή του περιβαλλοντικού περιορισμού. Έτσι έχουμε το ακόλουθο πρόβλημα:

$$\max(B^L + B^H) \quad (0.10)$$

$$e^L + e^H = 84 \quad (0.11)$$

Γράφουμε τη συνάρτηση Lagrangian για το πρόβλημα (0.10) & (0.11) :

$$L(e^H, e^L, \lambda) = (B^L + B^H) + \lambda(84 - e^L - e^H) \quad (0.12)$$

και τις συνθήκες πρώτης τάξης:

$$\frac{\partial L}{\partial e^L} = MB^L - \lambda = 0 \quad (0.13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial e^H} = MB^H - \lambda = 0 \quad (0.14)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 84 - e^L - e^H = 0 \quad (0.15)$$

Από τις (0.13) & (0.14) προκύπτει ότι οι επιχειρήσεις εξισώνουν τα οριακά οφέλη τους, δηλαδή:

$$MB^H = MB^L \Leftrightarrow 2000 - 25e^H = 900 - 15e^L \quad (0.16)$$

Στη συνέχεια λύνοντας το σύστημα (0.15) & (0.16) βρίσκουμε $e^H = 59$ και $e^L = 25$ και αντικαθιστώντας είτε $e^H = 59$ στην (0.14) είτε $e^L = 25$ στην (0.13) βρίσκουμε ότι $t = \lambda = 525$.

Το συνολικό κόστος ελέγχου αυτής της πολιτικής αποτελείται από δύο μέρη: α) το κόστος της μειωμένης ωφέλειας που προέρχεται από την επιβολή περιορισμών στην ποσότητα των ρύπων (διαφυγόντα κέρδη) και αντιστοιχεί στο γνωστό “τρίγωνο” και β) στις δαπάνες φορολογίας. Έτσι λοιπόν για την Η επιχείρηση έχουμε:

$$C^H = \int_0^{80} (2000 - 25e) de - \int_0^{59} (2000 - 25e) de \equiv \int_{59}^{80} (2000 - 25e) de = 5512,5 \quad (0.17)$$

ενώ οι δαπάνες φορολογίας είναι:

$$P^H = t \times e^H = 525 \times 59 = 30975 \quad (0.18)$$

Ταυτόχρονα για την άλλη επιχείρηση τα αντίστοιχα κόστη υπολογίζονται ως:

$$C^L = \int_{25}^{60} (900 - 15e) de = 9187,5 \quad (0.19)$$

και

$$P^L = t \times e^L = 525 \times 25 = 13125 \quad (0.20)$$

Τα αποτελέσματα μπορούν να συνοψιστούν στον παρακάτω πίνακα:

| Επιχείρηση | Μείωση Ρύπων | Κόστος Μείωσης | Δαπάνες | Συνολικό κόστος |
|------------|--------------|----------------|---------|-----------------|
| H | 21 | 5512,5 | 30975 | 36487,5 |
| L | 35 | 9187,5 | 13125 | 22312,5 |
| Σύνολο | 56 | 14700 | 44100 | 58800 |

Πίνακας 2: Το συνολικό κόστος της πολιτικής της φορολόγησης των ρύπων.

5) Σύγκριση των δύο Πολιτικών

Αντιπαραβάλλοντας τους Πίνακες 1 και 2 καταλήγουμε στις παρακάτω διαπιστώσεις:

- Το συνολικό κόστος της πολιτικής περιορισμού της ρύπανσης μέσω φορολόγησης των ρύπων είναι μεγαλύτερο από το συνολικό κόστος της πολιτικής των ανωτάτων ορίων.
- Αντίθετα αν οι δαπάνες φορολογίας επιστραφούν στις επιχειρήσεις τότε το κόστος περιορισμού της ρύπανσης είναι μικρότερο στην περίπτωση που εφαρμόζεται η πολιτική της φορολόγησης των ρύπων. Αυτό συμβαίνει γιατί η πολιτική των ανωτάτων ορίων είναι ιδιαίτερα περιοριστική για την επιχείρηση H (48 έναντι 59) άρα η επιχείρηση H προτιμά για αυτό το διάστημα να πληρώνει φόρους παρά να μειώσει τον ρύπου της. Αντίθετα η πολιτική ανωτάτων ορίων επιτρέπει την ‘παραγωγή’ 36 μονάδων ρύπων για την επιχείρηση L ενώ η πολιτική της φορολογίας την περιορίζει στις 25 μονάδες. Επομένως η επιχείρηση H προτιμά την επιβολή της φορολογίας ενώ η επιχείρηση L την επιβολή ανωτάτων ορίων. Για να καταλήξουμε γιατί μια πολιτική υπερτερεί της άλλης θα συγκρίνουμε το τι κερδίζουν και χάνουν οι επιχειρήσεις αντίστοιχα.

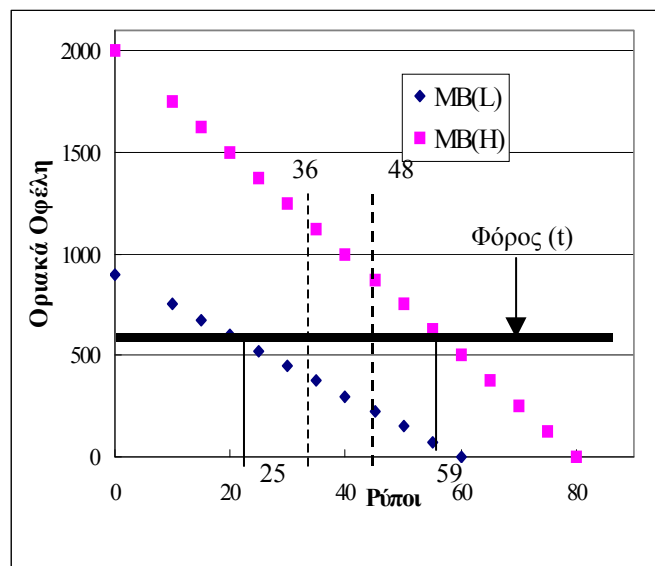
Επιχείρηση H: Η επιβολή ανωτάτων ορίων οδηγεί την επιχείρηση H να χάσει την ποσότητα:

$$\Delta^H = \int_{48}^{59} (2000 - 25e) de = 7287,5 \quad (0.21)$$

Επιχείρηση L: Η επιβολή ανώτατων ορίων οδηγεί την επιχείρηση L να κερδίσει την ποσότητα:

$$\Delta^L = \int_{25}^{36} (900 - 15e) de - t(36 - 25) = 4867,5 \quad (0.22)$$

Επομένως, εφόσον $|\Delta^H| > |\Delta^L|$ η πολιτική της φορολογίας επιβάλλει το μικρότερο κοινωνικό κόστος, δηλαδή η φορολόγηση των ρύπων είναι η πολιτική που χαρακτηρίζεται από αποτελεσματικότητα κόστους.



Σχεδιάγραμμα 2: Σύγκριση Φορολογίας και Ανώτατων Ορίων.

Μαθηματικό Υπόμνημα

- $\int f(x)dx = F(x) \Leftrightarrow \frac{\partial F(x)}{\partial x} = f(x)$
- $\int [af(x) + bg(x)]dx = a \int f(x)dx + b \int g(x)dx$
- $\int x^n dx = \begin{cases} \frac{x^{n+1}}{n+1} & n \neq -1 \\ \ln|x| & n = -1 \end{cases}$
- $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$