

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α 29-06-2022

1. Έστω τα διανύσματα  $u = (t, -2, 0)$  και  $v = (2, -t, 3)$ , του  $\mathbb{R}^3$  όπου  $t$  πραγματικός. Αν  $w = 2u + v$  να βρεθεί η τιμή του πραγματικού αριθμού  $t$  ώστε το διάνυσμα  $w$  να είναι κάθετο στο διάνυσμα  $(3, -1, 6)$ . (15 M)

2. Να βρεθούν οι παραμετρικές εξισώσεις της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $(1, 2, 3)$  και είναι κάθετη στο επίπεδο  $2x - 3y + 5z = 2022$ . (10 M)

3. Να λυθεί το σύστημα

$$\begin{aligned}x - 2y &= -3 \\2x - 3y &= -4 \\-5x + 8y &= 11\end{aligned}$$

(15 M)

4. Υπάρχει πραγματικός αριθμός  $\lambda \in \mathbb{R}$  έτσι ώστε το παρακάτω σύστημα να έχει μοναδική λύση;

$$\begin{aligned}x - 2y &= -3 \\2x - 3y &= \lambda \\-5x + 8y &= \lambda\end{aligned}$$

Εάν όχι, εξηγήστε το γιατί. Αν ναι, βρείτε την μοναδική λύση. (15 M)

5. Να βρεθεί η παράγωγος της συνάρτησης:  $f(x) = \frac{1}{5 + \sin x} + e^5, x \in \mathbb{R}$ . (15 M)

6. Να υπολογιστεί το εμβαδόν που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x) = 2x^2$  και  $g(x) = 4 - 2x$ . (15 M)

7. Να λυθεί το παρακάτω πρόβλημα αρχικών τιμών:

$$y' - \frac{1}{x}y = -x^2 + x, x > 0, y(1) = 1.$$

(15 M)

Ο χρόνος εξέτασης είναι 2 ώρες