

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΕ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΥΣ ΕΛΕΓΧΟΥΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ & ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ

1. Το όριο αντοχής ενός τύπου καλωδίων έχει μέση τιμή 1800 κιλά και τυπική απόκλιση 100 κιλά. Η εταιρεία που φτιάχνει τα καλώδια ισχυρίζεται ότι μια βελτίωση στη μέθοδο κατασκευής αύξησε το όριο αντοχής. Για να το επαληθεύσουμε, δοκιμάζουμε 50 νέα καλώδια. Εάν το μέσο όριο αντοχής τους βρέθηκε 1850 κιλά, είναι σωστός ο ισχυρισμός της εταιρείας σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0.01$;

2. Ένας κατασκευαστής συρματόσχοινων ισχυρίζεται ότι κάθε συρματόσχοινο ενός ορισμένου τύπου αντέχει σε μέγιστο φορτίο 8000 κιλών. Δοκιμάζουμε 6 τέτοια συρματόσχοινα και βρίσκουμε μέσο φορτίο 7750 κιλά με τυπική απόκλιση 145 κιλά. Μπορούμε να υποστηρίξουμε τον ισχυρισμό του κατασκευαστή σε επίπεδο σημαντικότητας (α) 0.05, (β) 0.01;

3. Σε ένα πείραμα που πρόκειται να εκτελεστεί, εικάζεται ότι το pH του εδάφους μπορεί να επηρεάζει σε σημαντικό βαθμό τα αποτελέσματα του πειράματος. Για το λόγο αυτό, πάρθηκαν 10 δείγματα χώματος από ένα αγροτεμάχιο, υποψήφιο για τη διεξαγωγή του πειράματος και προσδιορίστηκε το pH σε κάθε δείγμα:

6.5 5.9 6.8 6.1 5.7 5.8 6.6 6.5 6.4 6.7

α) Δώστε 95% διάστημα εμπιστοσύνης για το μέσο pH του αγροτεμαχίου. **β)** Αν έχει αποφασιστεί ότι το πείραμα θα εκτελεστεί σε αγροτεμάχιο του οποίου το μέσο pH είναι μεγαλύτερο από 6, τι απόφαση πρέπει να ληφθεί για το εν λόγω αγροτεμάχιο σε επίπεδο σημαντικότητας 5%; Διατυπώστε κατάλληλες στατιστικές υποθέσεις και κάντε κατάλληλο έλεγχο.

4. Οι κάτοικοι μιας περιοχής ανησυχούν για τη συγκέντρωση μονοξειδίου του άνθρακα στην ατμόσφαιρα κατά τις μεσημεριανές ώρες. Η αρμόδια κρατική υπηρεσία, μετά από διαμαρτυρία των κατοίκων, επέλεξε σύμφωνα με ένα σχέδιο τυχαίας δειγματοληψίας, 16 σημεία της περιοχής και έκανε 16 μετρήσεις (μια μέτρηση σε κάθε σημείο). Οι μετρήσεις αυτές έδωσαν μέση συγκέντρωση μονοξειδίου του άνθρακα 55.9 mg/m^3 με τυπική απόκλιση 6.5 mg/m^3 . Το επιτρεπτό για την υγεία των κατοίκων όριο μονοξειδίου του άνθρακα είναι 55 mg/m^3 . **α)** Με βάση τα ευρήματα στο δείγμα, και σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, τι πρέπει να ανακοινώσει η κρατική υπηρεσία στους κατοίκους; **β)** Δώστε 96% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση συγκέντρωση μονοξειδίου του άνθρακα. **γ)** Μια περιβαλλοντική οργάνωση πίεσε την κρατική υπηρεσία να επαναλάβει τον έλεγχο με μεγαλύτερο δείγμα. Η κρατική υπηρεσία δέχθηκε και ένα νέο τυχαίο δείγμα μεγέθους 60 που πήρε, έδωσε μέση συγκέντρωση μονοξειδίου του άνθρακα 56.2 mg/m^3 με τυπική απόκλιση 5.2 mg/m^3 . Τι πρέπει να ανακοινώσει η κρατική υπηρεσία στους κατοίκους με βάση τα ευρήματα στο νέο δείγμα σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

5. Σε δύο Τμήματα του Γ.Π.Α. δόθηκαν σε μια εξέταση για το μάθημα της Στατιστικής τα ίδια θέματα. Από το 1^ο Τμήμα πήραν μέρος στην εξέταση 40 φοιτητές και η μέση τους βαθμολογία ήταν 74 μονάδες (με άριστα το 100) με τυπική απόκλιση 8, ενώ από το 2^ο Τμήμα προσήλθαν στην εξέταση 50 φοιτητές, οι οποίοι πέτυχαν μέση βαθμολογία 78, με τυπική απόκλιση 7. Ήταν στατιστικά σημαντική η διαφορά στην απόδοση των δύο τμημάτων σε επίπεδο σημαντικότητας (α) 0.05, (β) 0.01.

6. Προκειμένου να μετρηθεί η περιεκτικότητα κάποιας ουσίας στα νερά ενός ποταμού, ελήφθησαν 25 υδάτινα δείγματα από τον ποταμό. Η μέση περιεκτικότητα της ουσίας στο δείγμα των 25 μετρήσεων ήταν 50 mg/lit με τυπική απόκλιση 3.5 mg/lit. Για να συγκριθεί η περιεκτικότητα της ουσίας αυτής στον ποταμό με την περιεκτικότητα της ίδιας ουσίας σε έναν παραπόταμό του, ελήφθησαν και 22 δείγματα νερού από τον παραπόταμο, που είχαν μέση περιεκτικότητα 55.3 mg/lit και τυπική απόκλιση 3.2 mg/lit.

(α) Σε επίπεδο σημαντικότητας 1% αποδεικνύουν τα δεδομένα αυτά ότι η μέση συγκέντρωση της ουσίας στον παραπόταμο είναι αυξημένη σε σχέση με τον ποταμό;

(β) Σε επίπεδο σημαντικότητας 5% αποδεικνύουν τα δεδομένα αυτά ότι η μέση συγκέντρωση της ουσίας στον παραπόταμο είναι αυξημένη σε σχέση με τον κύριο ποταμό κατά περισσότερο από 3 mg/lit;

(γ) Δώστε 98% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση συγκέντρωση της ουσίας στον κύριο ποταμό.

(δ) Δώστε 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά στη συγκέντρωση της ουσίας μεταξύ παραποτάμου και κύριου ποταμού.

7. Για να ελεγχθεί ποια από τις δύο ποικιλίες σιταριού A και B έχει τη μεγαλύτερη απόδοση, επιλέχθηκαν $n_A=10$ αγροί στους οποίους καλλιεργήθηκε η ποικιλία A και $n_B=8$ αγροί στους οποίους καλλιεργήθηκε η ποικιλία B. Οι στρεμματικές αποδόσεις σε κιλά/στρέμμα ήταν:

Ποικιλία A	500	650	450	480	520	620	580	600	610	630
Ποικιλία B	510	420	480	520	550	600	450	430		

α) Να εξετάσετε αν οι μέσες αποδόσεις της ποικιλίας A είναι μεγαλύτερες από τις μέσες αποδόσεις της ποικιλίας B ($\alpha=0.05$).

β) Δώστε 99% διάστημα εμπιστοσύνης για τις μέσες αποδόσεις των ποικιλιών A και B.

γ) Δώστε 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά των μέσων αποδόσεων των δύο ποικιλιών.

8. Για να ελέγξουμε την αποτελεσματικότητα δύο σιτηρεσιών A και B στην γαλακτοπαραγωγή των προβάτων κάποιας φυλής, πήραμε εννέα ζεύγη δίδυμων προβατινών της φυλής αυτής και εφαρμόσαμε το σιτηρέσιο A στη μια προβατίνα του ζεύγους και το B στην άλλη. Η ημερήσια γαλακτοπαραγωγή σε λίτρα φαίνεται στον επόμενο πίνακα.

Σιτηρέσιο A	9.1	8.2	7.1	9.5	8.4	7.7	7.2	7.8	9.3
Σιτηρέσιο B	10.2	10.1	9.1	8.3	8.4	7.8	7.8	9.4	10.7

α) Να ελεγχθεί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, αν το σιτηρέσιο B είναι καλύτερο από το A.

β) Να ελεγχθεί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, αν με το σιτηρέσιο B επιτυγχάνεται μέση παραγωγή γάλακτος μεγαλύτερη από 9 λίτρα.

γ) Να δοθεί 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση γαλακτοπαραγωγή των προβατινών που έλαβαν το σιτηρέσιο B.

9. Σε μια απογραφή που έγινε πριν από πέντε χρόνια, βρέθηκε ότι το 10% των προβάτων της χώρας πάσχουν από κάποια ασθένεια. Για να ελεγχθεί αν το ποσοστό αυτό άλλαξε, πάρθηκε τυχαίο δείγμα από 500 πρόβατα και σε 47 από αυτά παρατηρήθηκε η συγκεκριμένη ασθένεια. **α)** Διαφέρει το ποσοστό των άρρωστων ζώων σήμερα, από αυτό που βρέθηκε στην απογραφή πριν από πέντε χρόνια, σε επίπεδο σημαντικότητας 5%; **β)** Δώστε 95% διάστημα εμπιστοσύνης για το σημερινό μέσο ποσοστό των άρρωστων ζώων.

10. Το Journal of fish biology δημοσίευσε μια μελέτη που έκανε σύγκριση των παράσιτων που βρέθηκαν στα είδη ψαριών στη Μεσόγειο και στον Ατλαντικό. Στη Μεσόγειο από τα 588 ψάρια που πιάστηκαν και εξετάστηκαν, βρέθηκαν μολυσμένα από παράσιτα τα 211. Στον Ατλαντικό ωκεανό, από τα 123 ψάρια που εξετάστηκαν βρέθηκαν μολυσμένα τα 26. **α)** Συγκρίνετε την αναλογία των μολυσμένων ψαριών από παράσιτα στις δύο θάλασσες ($\alpha=0.05$). **β)** Δώστε 98% διαστήματα εμπιστοσύνης για τα μέσα ποσοστά των μολυσμένων ψαριών στη Μεσόγειο και στον Ατλαντικό ωκεανό. **γ)** Δώστε 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά των μέσων ποσοστών των μολυσμένων ψαριών στη Μεσόγειο και στον Ατλαντικό ωκεανό.

11. Η αποτελεσματικότητα ενός φυτοφαρμάκου για την αντιμετώπιση κάποιας ασθένειας είναι γνωστό ότι είναι 60%, δηλαδή το 60% των άρρωστων φυτών στα οποία χορηγείται το εν λόγω φάρμακο θεραπεύονται. Για να ελέγξει την αποτελεσματικότητα ενός νέου φυτοφαρμάκου που καταπολεμά την ίδια ασθένεια, ένας γεωπόνος χορήγησε το νέο φάρμακο σε 15 άρρωστα φυτά και από αυτά θεραπεύθηκαν τα 12. **α)** Σε επίπεδο σημαντικότητας 5% υποστηρίζουν αυτά τα πειραματικά δεδομένα ότι το νέο φάρμακο είναι πιο αποτελεσματικό από αυτό που ήδη χρησιμοποιεί ο αγρότης; **β)** Αν ο γεωπόνος είχε

εκτελέσει το πείραμα με 150 άρρωστα φυτά και είχε βρει ότι θεραπεύτηκαν 120 από αυτά, τι έπρεπε να έχουμε συμπεράνει; γ) Βρείτε 98% διάστημα εμπιστοσύνης για την αποτελεσματικότητα του νέου φαρμάκου με τα δεδομένα από τα 15 φυτά και ένα αντίστοιχο με τα δεδομένα από τα 150 φυτά. Σχολιάστε τα πλάτη των δύο διαστημάτων.

12. Εταιρεία παραγωγής λιπασμάτων εμπορεύεται αυτή τη στιγμή ένα λίπασμα που έχει μέση απόδοση 75 κιλά/στρέμμα κάποιας καλλιέργειας. Δύο νέα λιπάσματα Α και Β για την ίδια καλλιέργεια δοκιμάζονται πειραματικά σε 7 αγρούς με τις παρακάτω αποδόσεις:

Λίπασμα Α: 78.1 72.4 76.3 77.1 80.0 73.9 81.2

Λίπασμα Β: 81.5 83.4 78.7 81.5 81.4 79.8 80.7

Οι 7 αγροί της συγκεκριμένης καλλιέργειας είχαν χωριστεί στη μέση. Στο μισό αγροτεμάχιο χρησιμοποιήθηκε το λίπασμα Α και στο άλλο μισό το λίπασμα Β.

(α) Με βάση αυτό το πείραμα μπορεί η εταιρεία να συμπεράνει ότι το νέο λίπασμα Α αυξάνει τη μέση απόδοση της συγκεκριμένης καλλιέργειας; Κάντε κατάλληλο έλεγχο σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

(β) Δώστε 99% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση απόδοση της συγκεκριμένης καλλιέργειας, όταν χρησιμοποιείται το λίπασμα Α.

(γ) Σε επίπεδο σημαντικότητας 5% μπορεί η εταιρεία να συμπεράνει ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μέσων αποδόσεων των δύο λιπασμάτων Α και Β, όταν χρησιμοποιούνται στη συγκεκριμένη καλλιέργεια;

(δ) Σε επίπεδο σημαντικότητας 5% μπορεί η εταιρεία να συμπεράνει ότι το λίπασμα Β αυξάνει περισσότερο από 2 κιλά/στρέμμα τη μέση απόδοση της συγκεκριμένης καλλιέργειας σε σχέση με το λίπασμα Α; Κάντε κατάλληλο έλεγχο υποθέσεων.

(ε) Δώστε 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά των μέσων αποδόσεων των δύο λιπασμάτων Α και Β όταν χρησιμοποιούνται στη συγκεκριμένη καλλιέργεια.

13. 48 αγρότες μιας περιοχής καλλιεργούν παραδοσιακά ο καθένας στον αγρό του την ποικιλία Α ενός αρωματικού φυτού. Την τελευταία χρονιά η μέση στρεμματική απόδοση ήταν $\bar{x}_A = 82$ κιλά και η δειγματική τυπική απόκλιση $s_A = 12$ κιλά. Ο γεωπόνος της περιοχής για να τους πείσει να καλλιεργήσουν μια νέα ποικιλία Β, η οποία ενώ πωλείται στην ίδια τιμή έχει μεγαλύτερες αποδόσεις, τους αναφέρει ότι 64 άλλοι αγρότες μιας άλλης περιοχής την τελευταία χρονιά καλλιεργήσαν την ποικιλία Β και είχαν μέση στρεμματική απόδοση $\bar{x}_B = 102$ κιλά και δειγματική τυπική απόκλιση $s_B = 16$ κιλά.

α) Να ελεγχθεί σε επίπεδο σημαντικότητας 5% εάν ισχύει ο ισχυρισμός του γεωπόνου (ότι δηλαδή η ποικιλία Β έχει μεγαλύτερη απόδοση από την ποικιλία Α).

β) Οι αγρότες τελικά συμφωνούν να καλλιεργήσουν την ποικιλία Β, μόνο εάν η Β έχει μέση στρεμματική απόδοση 15 κιλά περισσότερο απ' ό τι η ποικιλία Α. Ελέγξτε σε επίπεδο σημαντικότητας 5% εάν θα αλλάξει τελικά ή όχι η καλλιέργεια.

γ) Να ελεγχθεί σε επίπεδο σημαντικότητας 1% εάν η μέση απόδοση της ποικιλίας Β είναι μεγαλύτερη από 98 κιλά το στρέμμα.

δ) Να βρεθεί 98% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση στρεμματική απόδοση της ποικιλίας Β.