

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΧΡΗΜΑΤΟΠΙΣΤΩΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

Τμήμα Διοίκησης Συστημάτων Εφοδιασμού
Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών



ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΣΗ ΜΕ ΑΠΛΟ ΤΟΚΟ

$$I = K \times i \times n = K \times i \times \frac{\nu}{360} = \frac{K \times \nu}{\frac{360}{i}}$$

όπου $N = K \times \nu$ ο τοκάριθος (γινόμενο κεφαλαίου επί ημέρες) και $\Delta = \frac{360}{i}$ ο διαιρέτης.

$$\text{Άρα τελικά } I = \frac{N}{\Delta}$$



Παραδείγματα

Έστω κεφάλαιο 10000 EUR κατατίθεται σε τράπεζα στις 04/04 με απλό τοκισμό και ετήσιο επιτόκιο 5%, να υπολογιστεί η ημερομηνία που θα έχει παραχθεί τόκος 300 EUR.

Πόσο κεφάλαιο πρέπει να κατατεθεί στις 18/03 με απλό τοκισμό και ετήσιο επιτόκιο 4% ώστε στις 08/07 να έχει δημιουργηθεί τόκος 500 EUR;



Προεξόφληση

Η διαδικασία ρευστοποίησης επιταγών, γραμματίων και συναλλαγματικών, πριν την ημερομηνία λήξης τους λέγεται προεξόφληση ενώ οι τόκοι που αντιστοιχούν στο χρονικό διάστημα από την ημερομηνία προεξόφλησης μέχρι την ημερομηνία λήξης τους που λέγονται προεξόφλημα, παρακρατούνται από την τράπεζα.



Δύο είδη προεξόφλησης

- Εξωτερική προεξόφληση/προεξόφλημα (E), όταν γίνεται με βάση την ονομαστική αξία (K), δηλαδή του ποσού που αναγράφεται στο γραμματίο και εισπράττεται κατά τη λήξη του.

$$E = \frac{K \times v \times i}{360} = \frac{K \times v}{\Delta}$$

K: ονομαστική αξία

v: οι ημέρες προεξόφλησης, δηλαδή ο αριθμός ημερών από την ημέρα προεξόφλησης, μέχρι την ημέρα λήξης του γραμματίου



- Εσωτερική προεξόφληση/προεξόφλημα (E'), όταν γίνεται με βάση την παρούσα αξία (A), δηλαδή του ποσού που εισπράττεται κατά την προεξόφληση του γραμματίου.

$$E' = \frac{A \times v \times i}{360} = \frac{A \times v}{\Delta}$$

A : παρούσα αξία

v : οι ημέρες προεξόφλησης, δηλαδή ο αριθμός ημερών από την ημέρα προεξόφλησης, μέχρι την ημέρα λήξης του γραμματίου



Παράδειγμα

Ένας έμπορος πουλάει επί πιστώσει σε πελάτη του εμπορεύματα αξίας 5.000 EUR. Συμφωνούν μεταξύ τους να εκδώσει ο πρώτος στο δεύτερο δυο γραμμάτια με αντίστοιχες λήξεις στις 30/4 και 30/6. Με δεδομένο ότι, ο έμπορος σκοπεύει να προεξοφλήσει στις 25/3 σε τράπεζα τα δυο γραμμάτια και να λάβει κατά την προεξόφληση του καθενός τη μισή αξία του εμπορεύματος που πούλησε, να υπολογισθούν τα προεξοφλήματα και οι ονομαστικές αξίες που αναγράφονται στα δυο γραμμάτια και με τις δυο μεθόδους προεξόφλησης. Η τράπεζα εφαρμόζει επιτόκιο προεξόφλησης 10% και εμπορικό έτος, δηλαδή σύνολο ημερών έτους 360 και μήνα 30 ημέρες για κάθε μήνα του έτους.



Για το γραμμάτιο με λήξη 30/04

Εξωτερική προεξόφληση

$$E = \frac{K \times v}{\Delta} = \frac{(A + E)v}{\Delta} \Rightarrow E = \frac{Av}{\Delta - v}$$

Μήνες	Μάρτιος	Απρίλιος	Σύνολο ημερών
Ημέρες	30-24=6	30	36

$$\Delta = \frac{360}{i} = \frac{360}{0.1} = 3600$$



$$E = \frac{Av}{\Delta - v} = \frac{2500 \times 36}{3600 - 36} = 25.25$$

$$\text{Άρα } K = A + E = 2500 + 25.25 = 2525.25$$

Εσωτερική προεξόφληση

$$E = \frac{A \times v}{\Delta} = \frac{2500 \times 36}{3600} = 25$$

$$\text{Άρα } K = A + E = 2500 + 25 = 2525$$



Για το γραμμάτιο με λήξη 30/06

Εξωτερική προεξόφληση

$$E = \frac{K \times v}{\Delta} = \frac{(A + E)v}{\Delta} \Rightarrow E = \frac{Av}{\Delta - v}$$

Μήνες	Μάρτιος	Απρίλιος	Μάιος	Ιούνιος	Σύνολο ημερών
Ημέρες	30-4=6	30	30	30	96



$$\Delta = \frac{360}{i} = \frac{360}{0.1} = 3600$$

$$E = \frac{Av}{\Delta - v} = \frac{2500 \times 96}{3600 - 96} = 68.49$$

$$\text{Άρα } K = A + E = 2500 + 68.49 = 2568.49$$

Εσωτερική προεξόφληση

$$E = \frac{A \times v}{\Delta} = \frac{2500 \times 96}{3600} = 66.67$$

$$\text{Άρα } K = A + E = 2500 + 66.67 = 2566.67$$



Εφαρμογές

1. Συναλλαγματική ονομαστικής αξίας €3.000 προεξοφλείται εξωτερικά 72 μέρες πριν τη λήξη της με επιτόκιο 10%. Να βρεθεί το προεξόφλημα και η παρούσα αξία (Έτος μικτό).
2. Συναλλαγματική ονομαστικής αξίας €1.460 η οποία λήγει στις 18 Νοεμβρίου, προεξοφλήθηκε εξωτερικώς στις 17 Ιουλίου και κρατήθηκε προεξόφλημα €50. Να βρεθεί το επιτόκιο με το οποίο έγινε η προεξόφληση (Έτος πολιτικό).
3. Γραμματίο που λήγει σε 8 μήνες προεξοφλείται σήμερα εξωτερικώς με επιτόκιο 6%. Αν κρατήθηκε προεξόφλημα €120, να βρεθεί η ονομαστική αξία του γραμματίου καθώς και η παρούσα αξία του.



Βιβλιογραφία

- Οικονομικά Μαθηματικά, Μονοβασίλης Θ., Καλογηράτου Ζ., ΣΕΑΒ
- Μαθηματικά Χρηματοπιστωτικής Ανάλυσης, Μασούρος Χ., Τσίτουρας Χ., Εκδόσεις Τσότρας



Ερωτήσεις ???

Ευχαριστώ για την προσοχή σας

