

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Τμήμα Διοίκησης Συστημάτων Εφοδιασμού
Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών



Θεωρία Παιγνίων Κυρίαρχη Στρατηγική

Σε κάποια παίγνια μια στρατηγική ενός παίκτη είναι καλύτερη από οποιαδήποτε άλλη στρατηγική, ανεξαρτήτως της στρατηγικής που επιλέγει ο άλλος παίκτης. Τότε λέμε ότι αυτή η στρατηγική κυριαρχεί των άλλων στρατηγικών.

Ορισμός

Αν $s'_i, s''_i \in S_i$ δύο στρατηγικές ενός παιγνίου για τον παίκτη i τότε η στρατηγική s'_i κυριαρχεί αυστηρά της στρατηγικής s''_i αν $u_i(s'_i, s_{-i}) > u_i(s''_i, s_{-i})$ για κάθε στρατηγική $s_{-i} \in S_{-i}$, όπου u_i η απόδοση της στρατηγικής για τον παίκτη i .

Με άλλα λόγια αν για κάθε συνδυασμό στρατηγικών του άλλου παίκτη, η απόδοση μιας στρατηγικής είναι αυστηρά μεγαλύτερη μιας άλλης στρατηγικής τότε η πρώτη κυριαρχεί αυστηρά της δεύτερης.

Παράδειγμα

Στο δίλημμα του φυλακισμένου με τον παρακάτω πίνακα να βρεθούν οι κυρίαρχες στρατηγικές.

		Prisoner 2	
		<i>C</i>	<i>D</i>
Prisoner 1	<i>C</i>	2,2	0,3
	<i>D</i>	3,0	1,1

- Για το φυλακισμένο 1 η στρατηγική D έχει πάντα καλύτερη απόδοση από τη στρατηγική C άρα η στρατηγική D κυριαρχεί αυστηρά της στρατηγικής C.
- Για το φυλακισμένο 2 η στρατηγική D έχει πάντα καλύτερη απόδοση από τη στρατηγική C άρα η στρατηγική D κυριαρχεί αυστηρά της στρατηγικής C.

Σε ένα παίγνιο μπορούμε να διαγράψουμε μια στρατηγική που κυριαρχείται από μια άλλη.

Θεωρήστε το παίγνιο που αποτυπώνεται στον παρακάτω πίνακα:

		Player 2		
		<i>L</i>	<i>C</i>	<i>R</i>
Player 1	<i>U</i>	4,3	5,1	6,2
	<i>M</i>	2,1	8,4	3,6
	<i>D</i>	5,9	9,6	2,8

Για τον παίκτη 1 δεν υπάρχει στρατηγική που να κυριαρχείται αυστηρά από κάποια άλλη.

Παίκτης 1: $U > M$ εκτός αν ο παίκτης 2 επιλέξει C
 $D > U$ εκτός αν ο παίκτης 2 επιλέξει R
 $D > M$ εκτός αν ο παίκτης 2 επιλέξει R

Για τον παίκτη 2 η στρατηγική C κυριαρχείται αυστηρά από τη στρατηγική R, $R > C$, ότι και αν επιλέξει ο παίκτης 1, ο παίκτης 2 έχει καλύτερη απόδοση αν επιλέξει R από ότι αν επιλέξει C. Κανένας λογικός παίκτης δε θα προτιμούσε τη C από την R.

Αν λοιπόν ο παίκτης 1 γνωρίζει ότι ο παίκτης 2 είναι λογικός τότε θα αντιμετωπίσει το παίγνιο σαν να αποτυπώνεται στον ελαττωμένο πίνακα:

		Player 2	
		<i>L</i>	<i>R</i>
Player 1	<i>U</i>	4,3	6,2
	<i>M</i>	2,1	3,6
	<i>D</i>	5,9	2,8

Μπορούμε δηλαδή να διαγράψουμε τη γραμμή ή στήλη που αντιστοιχεί στη στρατηγική που κυριαρχείται.

Στον ελαττωμένο πίνακα εξετάζουμε τις στρατηγικές του παίκτη 1. Τώρα η U κυριαρχεί αυστηρά της M , $U > M$, οπότε μπορούμε να διαγράψουμε τη στρατηγική M και έτσι οδηγούμαστε στο νέο ελαττωμένο πίνακα:

		Player 2	
		L	R
Player 1	U	4,3	6,2
	D	5,9	2,8

Τώρα παρατηρούμε ότι η στρατηγική U ούτε κυριαρχεί ούτε κυριαρχείται από τη στρατηγική D .

Συνεχίζουμε εξετάζοντας τις στρατηγικές του παίκτη 2 οπότε βλέπουμε ότι η στρατηγική L κυριαρχεί αυστηρά της στρατηγικής R, $L > R$, οπότε μπορούμε να διαγράψουμε τη στρατηγική R και να οδηγηθούμε στο νέο ελαττωμένο πίνακα:

		Player 2	
		L	
Player 1	U	4,3	
	D	5,9	

Τώρα για τον παίκτη 1 η στρατηγική D κυριαρχεί της U, $D > U$, οπότε καταλήγουμε στο ισοζύγιο $\langle D, L \rangle$ (λύση του παιγνίου).

Να βρεθεί το ισοζύγιο του παιγνίου με πίνακα:

	x2	y2	z2
x1	(4,3)	(5,1)	(6,2)
y1	(2,1)	(8,4)	(3,6)
z1	(3,0)	(9,6)	(2,8)

Έχουμε $z_2 > y_2$

	x_2	y_2	z_2
x_1	(4,3)	(5,1)	(6,2)
y_1	(2,1)	(8,4)	(3,6)
z_1	(3,0)	(9,6)	(2,8)

	x2	y2	z2
x1	(4,3)	(5,1)	(6,2)
y1	(2,1)	(8,4)	(3,6)
z1	(3,0)	(9,6)	(2,8)

Στον ελαττωμένο πίνακα έχουμε $x_1 > y_1$ και $x_1 > z_1$

	x_2	y_2	z_2
x_1	(4,3)	(5,1)	(6,2)
y_1	(2,1)	(8,4)	(3,6)
z_1	(3,0)	(9,6)	(2,8)

	x2	y2	z2
x1	(4,3)	(5,1)	(6,2)
y1	(2,1)	(8,4)	(3,6)
z1	(3,0)	(9,6)	(2,8)

Και τελικά $x_2 > z_2$

	x_2	y_2	z_2
x_1	(4,3)	(5,1)	(6,2)
y_1	(2,1)	(8,4)	(3,6)
z_1	(3,0)	(9,6)	(2,8)

Επομένως το ισοζύγιο βρίσκεται στο (4,3)

	x2	y2	z2
x1	(4,3)	(5,1)	(6,2)
y1	(2,1)	(8,4)	(3,6)
z1	(3,0)	(9,6)	(2,8)

Βιβλιογραφία

- Game Theory: Dominance, Nash Equilibrium, Symmetry, Slantchev, 2005
- Introduction to Operations Research, Hillier and Lieberman, 2007



Ερωτήσεις ???

Ευχαριστώ για την προσοχή σας

