

# ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Τμήμα Διοίκησης Συστημάτων Εφοδιασμού  
Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών



## Στοιχεία από τη Θεωρία Παιγνίων

**Θεωρία Παιγνίων** είναι ο κλάδος των Μαθηματικών/Οικονομικών που ασχολείται με τα χαρακτηριστικά ανταγωνιστικών καταστάσεων, όπου το τελικό αποτέλεσμα εξαρτάται από το συνδυασμό στρατηγικών που επιλέγονται από τους αντιπάλους.

Η Θεωρία Παιγνίων μελετά ακριβώς τη **διαδικασία λήψης αποφάσεων** των αντιπάλων.

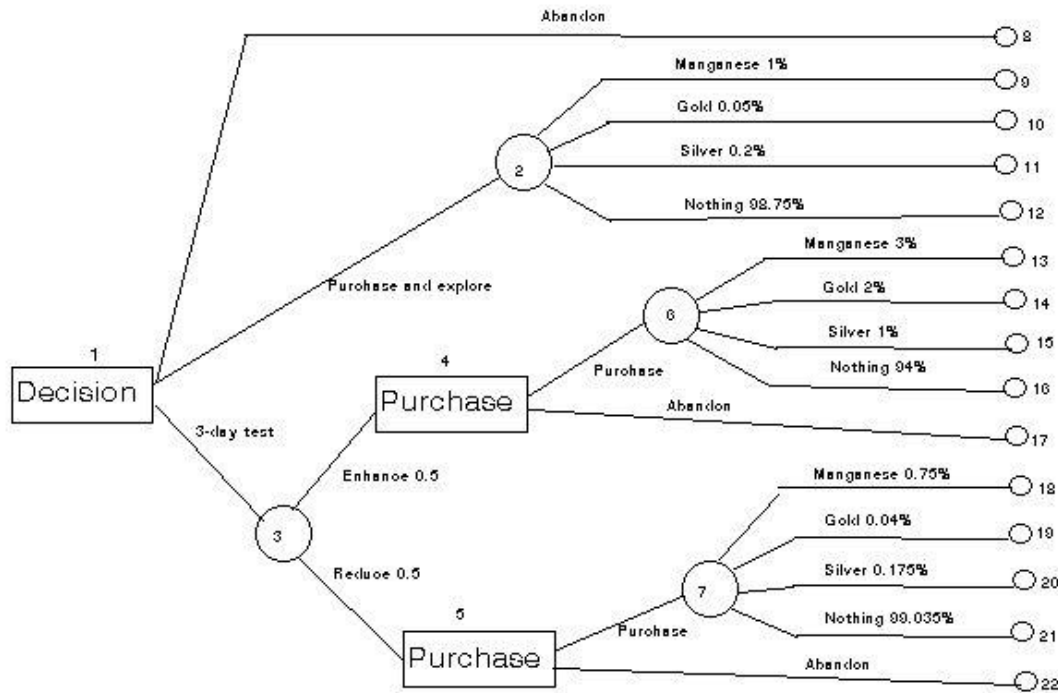
Εφαρμογές της βρίσκουμε σε πολιτικές εκστρατείες, εκστρατείες προώθησης προϊόντων από δίκτυα επιχειρήσεων, στρατιωτικές μάχες, κτλ.

Η Θεωρία Παιγνίων εμβαθύνει σε πολύπλοκα είδη ανταγωνιστικών καταστάσεων που αποδίδονται ως παίγνια διαφόρων τύπων όπως:

Παίγνια με/χωρίς συνεργασία, συμμετρικά/μη συμμετρικά παίγνια, παίγνια μηδενικού/μη μηδενικού αθροίσματος, παίγνια ταυτόχρονης/διαδοχικής απόφασης, παίγνια τέλει/ατελούς πληροφόρησης, συνδυαστικά παίγνια, στοχαστικά παίγνια, διακριτά/συνεχή παίγνια, κτλ.

Στη Θεωρία Παιγνίων η κατάσταση ανταγωνισμού αποτυπώνεται στην **εκτεταμένη μορφή** (extensive form) δηλαδή ένα δένδρο-διάγραμμα ή/και στην **κανονική μορφή** (normal form) δηλαδή ένα πίνακα απόδοσης και τέλος στη **χαρακτηριστική συνάρτηση**.

Investment Choice (Action)	Profit in \$1,000's (States of nature)		
	Strong Economy	Stable Economy	Weak Economy
Large factory	200	50	-120
Average factory	90	120	-30
Small factory	40	30	20



Από τα παραπάνω προσπαθούμε να βρούμε ένα σύνολο στρατηγικών ισοζυγίου για κάθε παίκτη έτσι ώστε όταν οι στρατηγικές αυτές εφαρμόζονται, κανένας παίκτης να μη μπορεί να κερδίσει παρεκκλίνοντας από αυτές. Αυτές οι στρατηγικές ορίζουν το ισοζύγιο (equilibrium) του παιχνιδιού δηλαδή μια κατάσταση σταθερότητας όπου κάθε αποτέλεσμα ή σύνολο αποτελεσμάτων συμβαίνει με κάποια γνωστή πιθανότητα .

Στα πλαίσια του μαθήματος θα ασχοληθούμε με την πιο απλή εκδοχή Θεωρίας Παιγνίων τα παίγνια δύο ατόμων, μηδενικού αθροίσματος δηλαδή τα παίγνια που περιλαμβάνουν δύο αντιπάλους όπου ο ένας παίκτης κερδίζει ακριβώς αυτό που χάνει ο άλλος παίκτης άρα έχουμε μηδενικό άθροισμα κερδών.

Το παίγνιο δύο ατόμων γενικά χαρακτηρίζεται από:

- Τη στρατηγική του 1<sup>ου</sup> παίκτη
- Τη στρατηγική του 2<sup>ου</sup> παίκτη
- Τον πίνακα απόδοσης (payoff table)

Πριν την έναρξη του παιγνίου ο κάθε παίκτης γνωρίζει τις στρατηγικές που έχει στη διάθεσή του, τις στρατηγικές του αντιπάλου και τον πίνακα απόδοσης. Το πραγματικό παίγνιο συνίσταται στην ταυτόχρονη επιλογή στρατηγικής από τον κάθε παίκτη χωρίς τη γνώση της επιλογής του αντιπάλου.

Το δίλημμα του φυλακισμένου (The Prisoner's Dilemma)  
Δύο ύποπτοι για ένα αδίκημα κρατούνται σε διαφορετικά κελιά και ανακρίνονται. Ο ανακριτής δεν έχει αρκετά στοιχεία για την καταδίκη τους και χρειάζεται ομολογίες, μπορεί όμως να τους παραπέμψει για μικρότερο αδίκημα και να καταδικαστούν σε μικρότερες ποινές χωρίς ομολογίες. Κατά τη διάρκεια της ανάκρισης οι δύο κρατούμενοι δεν μπορούν να επικοινωνήσουν μεταξύ τους. Αν δεν ομολογήσει κανένας (συνεργασία) και οι δύο καταδικάζονται με ποινή ενός έτους ο καθένας. Αν ομολογήσουν και οι δύο, καταδικάζονται και οι δύο με ποινή οκτώ ετών ο καθένας. Αν ομολογήσει ο ένας μόνο από τους δύο, τότε αυτός που ομολογεί απαλλάσσεται ενώ αυτός που δεν ομολογεί καταδικάζεται με ποινή δέκα ετών. Να βρεθεί το ισοζύγιο κατά Nash για το παίγνιο.

Παίγνιο δύο ατόμων, ταυτόχρονης απόφασης  
Πίνακας απόδοσης

		PRISONER 2	
		Confess	Lie
PRISONER 1	Confess	<u>-8</u> , <u>-8</u>	0, -10
	Lie	-10, 0	<u>-1</u> , <u>-1</u>



- Αν ο κρατούμενος 1 ομολογήσει, η καλύτερη επιλογή για τον κρατούμενο 2 είναι να ομολογήσει και αυτός με απόδοση 8 χρόνια
- Αν ο κρατούμενος 1 δεν ομολογήσει, η καλύτερη επιλογή για τον κρατούμενο 2 είναι να ομολογήσει με απόδοση 0 χρόνια

Άρα σε κάθε περίπτωση για τον κρατούμενο 2 η καλύτερη στρατηγική είναι να ομολογήσει (κυρίαρχη στρατηγική).

- Αν ο κρατούμενος 2 ομολογήσει, η καλύτερη επιλογή για τον κρατούμενο 1 είναι να ομολογήσει και αυτός με απόδοση 8 χρόνια
- Αν ο κρατούμενος 2 δεν ομολογήσει, η καλύτερη επιλογή για τον κρατούμενο 1 είναι να ομολογήσει με απόδοση 0 χρόνια

Άρα σε κάθε περίπτωση για τον κρατούμενο 1 η καλύτερη στρατηγική είναι επίσης να ομολογήσει (κυρίαρχη στρατηγική).

Παρατηρούμε λοιπόν ότι ενώ το καλύτερο σενάριο και για τους δύο (βέλτιστο κατά Pareto) είναι να μην ομολογήσει κανείς και να καταδικαστούν με συνολική ποινή 2 ετών, τελικά η κυρίαρχη στρατηγική και για τους δύο είναι να ομολογήσουν, οπότε το ισοζύγιο κατά Nash (το σύνολο των στρατηγικών που μεγιστοποιούν τη χρησιμότητα για καθέναν τους, δεδομένης της στρατηγικής του άλλου) βρίσκεται στο σενάριο που ομολογούν και οι δύο, οπότε καταδικάζονται με συνολική ποινή 16 ετών.

Με παρόμοιο τρόπο μοντελοποιούνται προβλήματα που αφορούν σε οριζόντιες συμπράξεις εταιρειών (καρτέλ), προβλήματα ανταγωνισμού ανάμεσα σε δύο εταιρείες για το λανσάρισμα νέων προϊόντων, προβλήματα ανταγωνισμού τιμών, κτλ.

## Καρτέλ Τιμών

Ένας κλάδος βιομηχανίας περιλαμβάνει δύο εταιρείες X και Y. Ο παρακάτω πίνακας απόδοσης δείχνει τα κέρδη σε εκατομμύρια που επιτυγχάνονται από τις δύο εταιρείες, δεδομένων των διαφορετικών στρατηγικών στις τιμές τους. Να βρεθεί το κατά Nash ισοζύγιο του παιχνιδιού.

	Τιμή της X=20	Τιμή της X=8
Τιμή της Y=20	12, 12	16, 2
Τιμή της Y=8	-2, 16	0, 0

- Αν η εταιρεία X κοστολογήσει στην τιμή 20, η καλύτερη επιλογή για την εταιρεία Y είναι να κοστολογήσει και αυτή στην τιμή 20 με κέρδη 12 εκατομμύρια για κάθε εταιρεία
- Αν η εταιρεία X κοστολογήσει στην τιμή 8, η καλύτερη επιλογή για την εταιρεία Y είναι να κοστολογήσει στην τιμή 20, οπότε η X χάνει 2 εκατομμύρια ενώ η Y κερδίζει 16 εκατομμύρια

Άρα σε κάθε περίπτωση για την εταιρεία Y η καλύτερη στρατηγική είναι να κοστολογήσει στην τιμή 20 (κυρίαρχη στρατηγική).

- Αν η εταιρεία  $Y$  κοστολογήσει στην τιμή 20, η καλύτερη επιλογή για την εταιρεία  $X$  είναι να κοστολογήσει και αυτή στην τιμή 20 με κέρδη 12 εκατομμύρια για κάθε εταιρεία
- Αν η εταιρεία  $Y$  κοστολογήσει στην τιμή 8, η καλύτερη επιλογή για την εταιρεία  $X$  είναι να κοστολογήσει στην τιμή 20, οπότε η  $Y$  χάνει 2 εκατομμύρια ενώ η  $X$  κερδίζει 16 εκατομμύρια

Άρα σε κάθε περίπτωση για την εταιρεία  $Y$  η καλύτερη στρατηγική είναι επίσης να κοστολογήσει στην τιμή 20 (κυρίαρχη στρατηγική).

Άρα το ισοζύγιο κατά Nash βρίσκεται όταν και οι δύο εταιρείες κοστολογούν στην τιμή 20 (έχουμε καρτέλ τιμών).

## Η μάχη των φύλων

Δύο σύζυγοι συμφωνούν τηλεφωνικά να βρεθούν το βράδυ σε ραντεβού, κανείς τους όμως δε θυμάται αν το ραντεβού είναι για όπερα ή ποδόσφαιρο. Ο πίνακας απόδοσης που ακολουθεί δείχνει το όφελος που επιτυγχάνεται για κάθε έναν από τους δύο, δεδομένων των διαφορετικών επιλογών τους. Στις σειρές αναπαριστώνται οι επιλογές της συζύγου ενώ στις στήλες οι επιλογές του συζύγου. Να βρεθεί το κατά Nash ισοζύγιο του παιγνίου.

		άνδρας	
		όπερα	ποδόσφαιρο
γυναίκα	όπερα	3,2	1,1
	ποδόσφαιρο	0,0	2,3

## Βιβλιογραφία

- Theory of Games and Economic Behavior, v Neumann and Morgenstern, 1944
- Introduction to Operations Research, Hillier and Lieberman, 2007





Ερωτήσεις ???

Ευχαριστώ για την προσοχή σας

