

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Τμήμα Διοίκησης Συστημάτων Εφοδιασμού
Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών



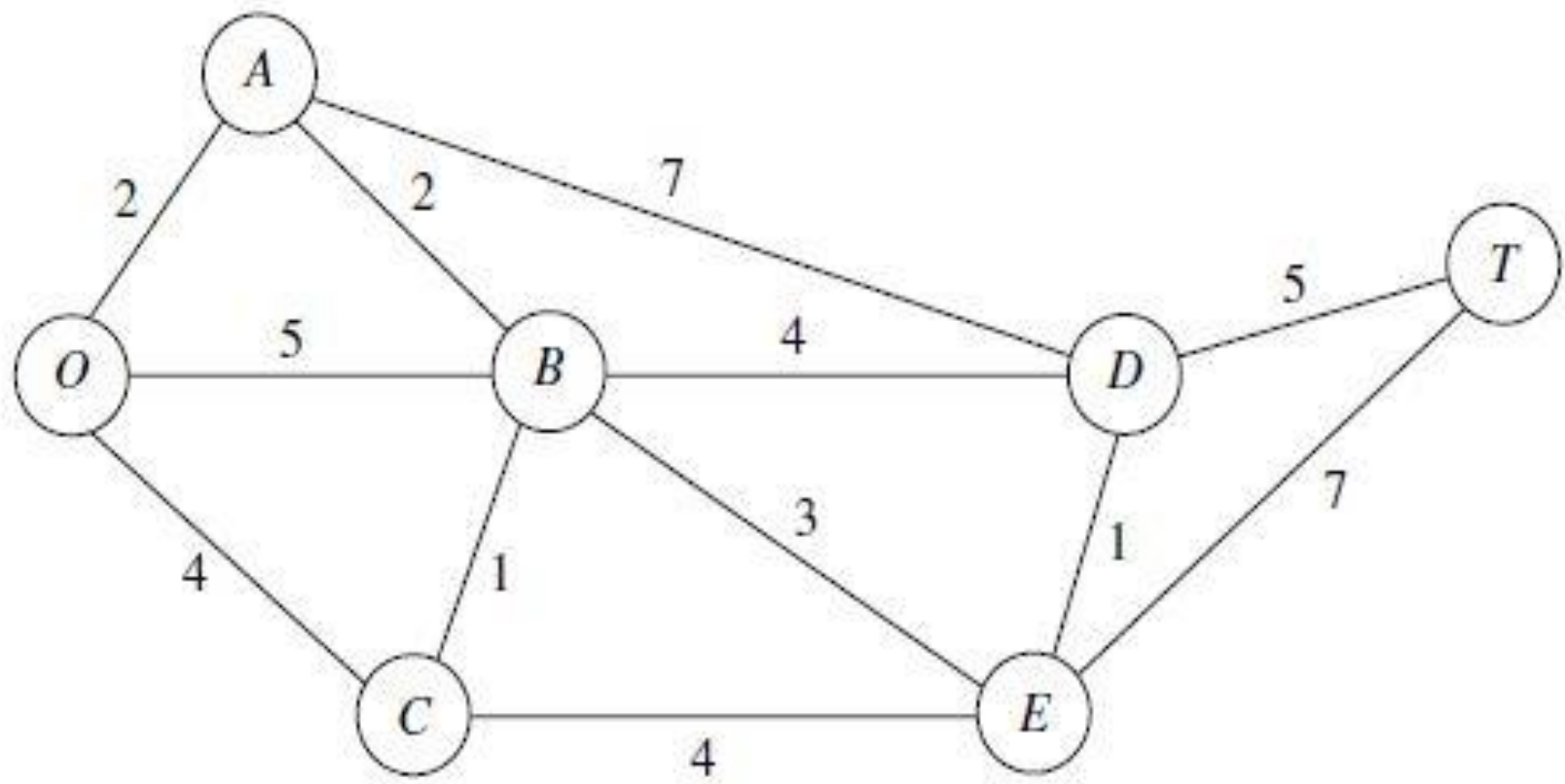
Προβλήματα Βελτιστοποίησης Δικτύου

Το Πρόβλημα του Συντομότερου Μονοπατιού
(The Shortest Path Problem)

Το Πρόβλημα του Ελάχιστου Ζευγνύοντος Δένδρου
(The Minimum Spanning Tree Problem)

Το Πρόβλημα του Συντομότερου Μονοπατιού

Δίνεται ένα μη κατευθυνόμενο, συνδεδεμένο γράφημα όπου μία κορυφή αντιστοιχεί στην πηγή και μία άλλη στον προορισμό. Κάθε ακμή του γραφήματος αντιστοιχεί σε μια απόσταση (μη αρνητική). Να βρεθεί το κοντινότερο μονοπάτι (το μονοπάτι με την ελάχιστη συνολική απόσταση) ανάμεσα στην πηγή και στον προορισμό.

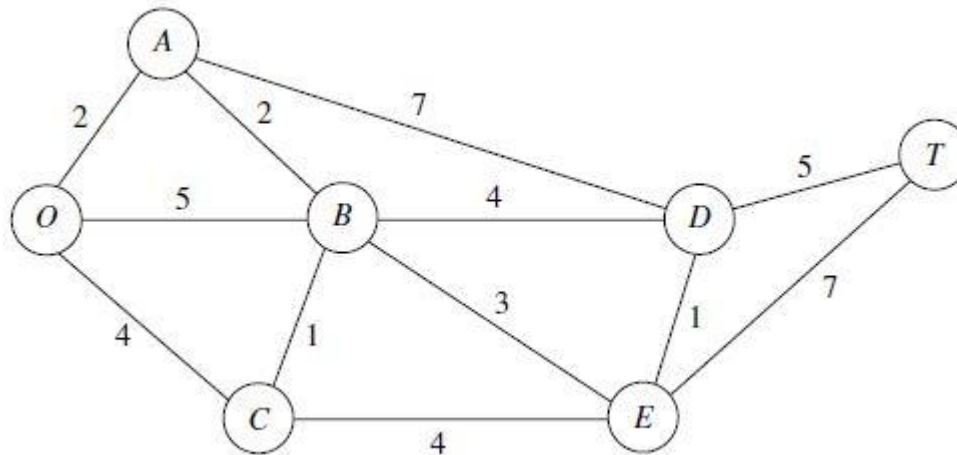


Αλγόριθμος Επίλυσης

- Στόχος της n επανάληψης: Να βρεθεί η n κοντινότερη κορυφή στην πηγή (επαναλαμβάνεται για $n=1,2,3,\dots$ μέχρι η n κοντινότερη κορυφή να είναι ο προορισμός)
- Εισροή για την n επανάληψη: $n-1$ κοντινότερες κορυφές στην πηγή (λυμένες στις προηγούμενες επαναλήψεις), περιλαμβάνουν το κοντινότερο μονοπάτι και την απόσταση από την πηγή (οι κορυφές αυτές και η πηγή καλούνται λυμένες κορυφές ενώ οι υπόλοιπες μη λυμένες)
- Υποψήφιοι για τη n κοντινότερη κορυφή: Κάθε λυμένη κορυφή που είναι άμεσα συνδεδεμένη με μία ή περισσότερες μη λυμένες κορυφές, αποτελεί υποψήφια/η μη λυμένη κορυφή με τη συντομότερη απόσταση
- Υπολογισμός της n κοντινότερης κορυφής: Για κάθε λυμένη κορυφή και την υποψήφια, προσθέτω την απόσταση ανάμεσα τους και την απόσταση του κοντινότερου μονοπατιού από την πηγή στη λυμένη κορυφή. Η υποψήφια με τη μικρότερη συνολική απόσταση είναι η n κοντινότερη κορυφή και το κοντινότερο μονοπάτι είναι αυτό που αντιστοιχεί στην απόσταση αυτή

Εφαρμογή

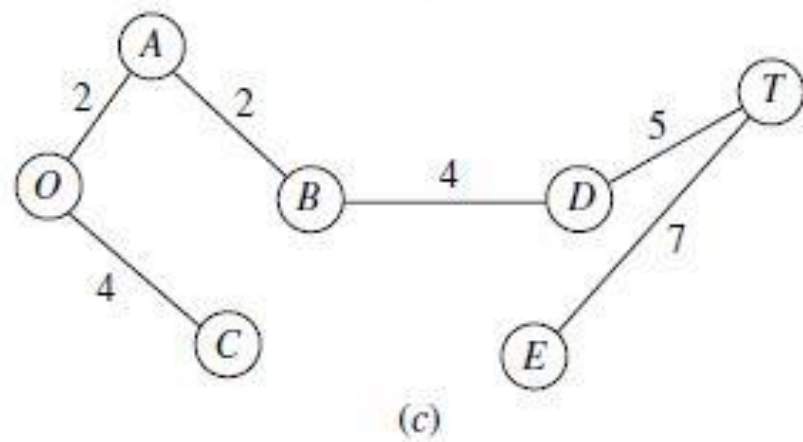
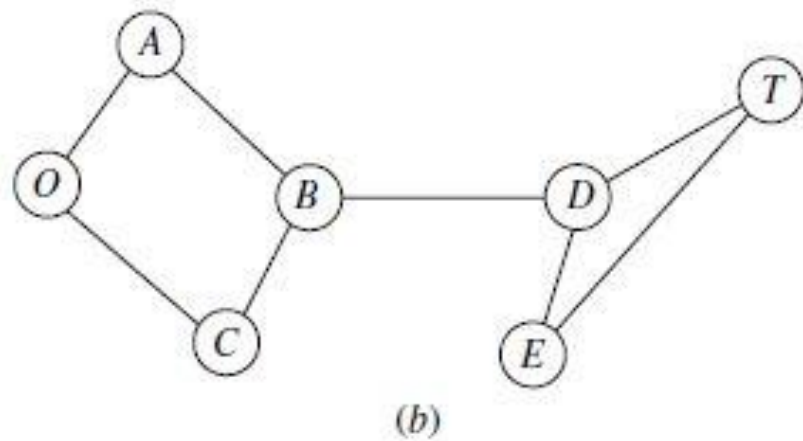
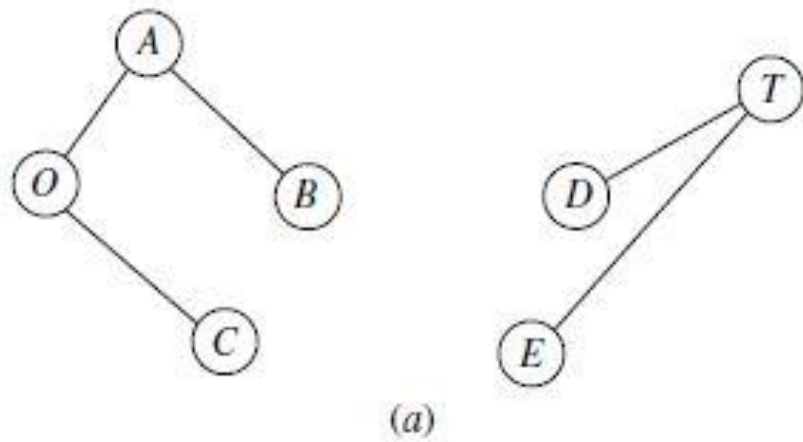
Να βρεθεί το κοντινότερο μονοπάτι από την πηγή O στον προορισμό T .



<i>n</i>	Solved Nodes Directly Connected to Unsolved Nodes	Closest Connected Unsolved Node	Total Distance Involved	<i>n</i> th Nearest Node	Minimum Distance	Last Connection
1	O	A	2	A	2	OA
2, 3	O A	C B	4 $2 + 2 = 4$	C B	4 4	OC AB
4	A B C	D E E	$2 + 7 = 9$ $4 + 3 = 7$ $4 + 4 = 8$	E	7	BE
5	A B E	D D D	$2 + 7 = 9$ $4 + 4 = 8$ $7 + 1 = 8$	D D	8 8	BD ED
6	D E	T T	$8 + 5 = 13$ $7 + 7 = 14$	T	13	DT

Το Πρόβλημα του Ελάχιστου Ζευγνύοντος Δένδρου

Δίνεται ένα σύνολο κορυφών ενός δικτύου, κάθε μία από τις οποίες απέχει από τις υπόλοιπες γνωστή απόσταση (μη αρνητική). Θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα δίκτυο έτσι ώστε όλες οι κορυφές να συνδέονται σε αυτό (όχι όμως απαραίτητα να περιλαμβάνονται όλες οι ακμές) ενώ ελαχιστοποιούμε τη συνολική απόσταση των ακμών που περιλαμβάνονται σε αυτό.

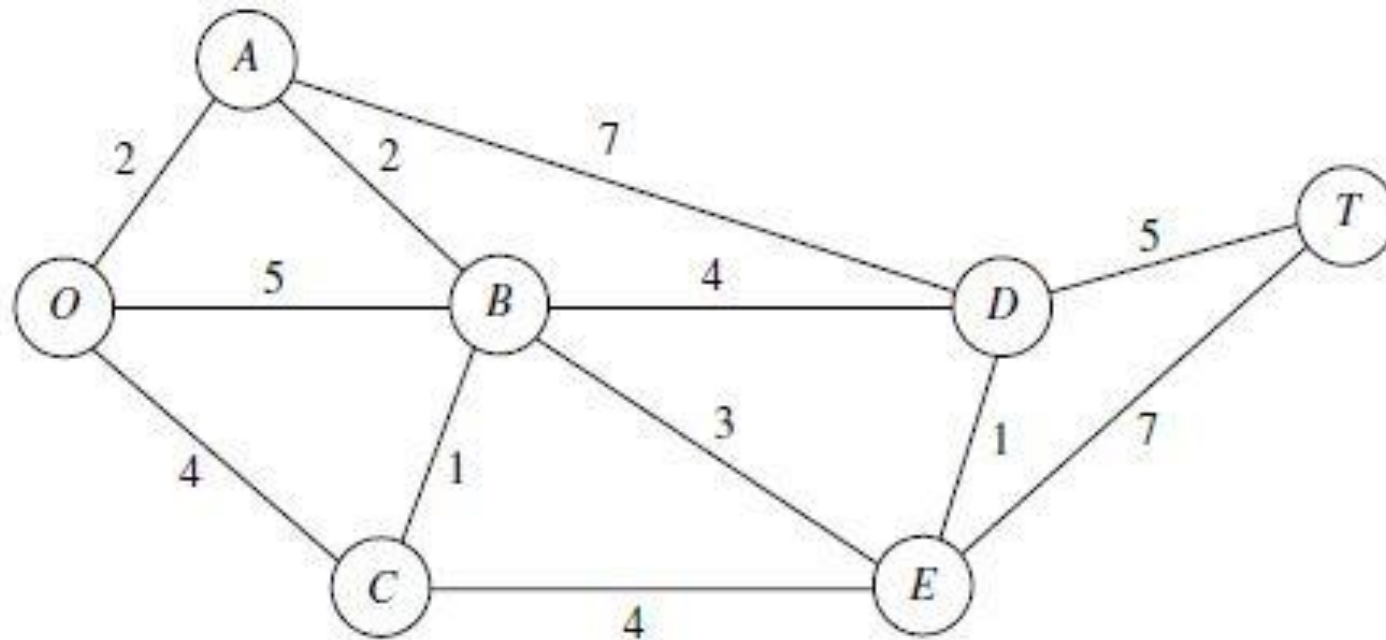


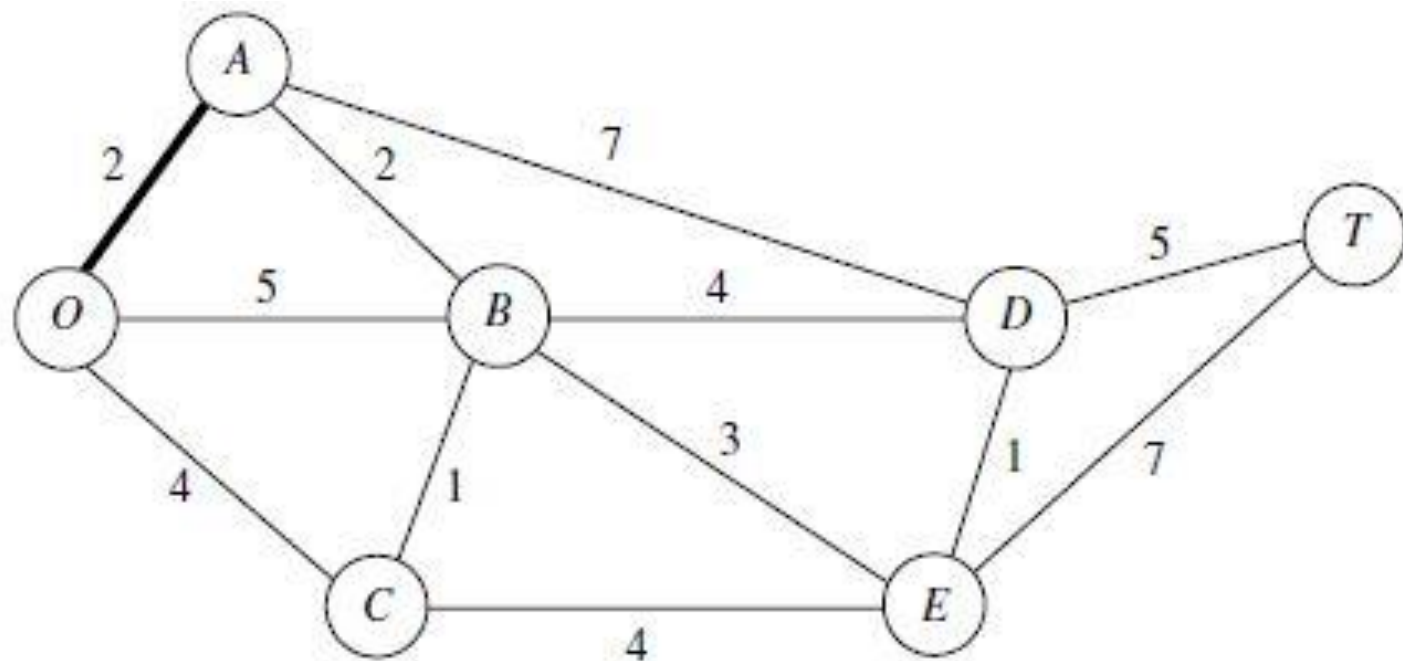
Αλγόριθμος Επίλυσης

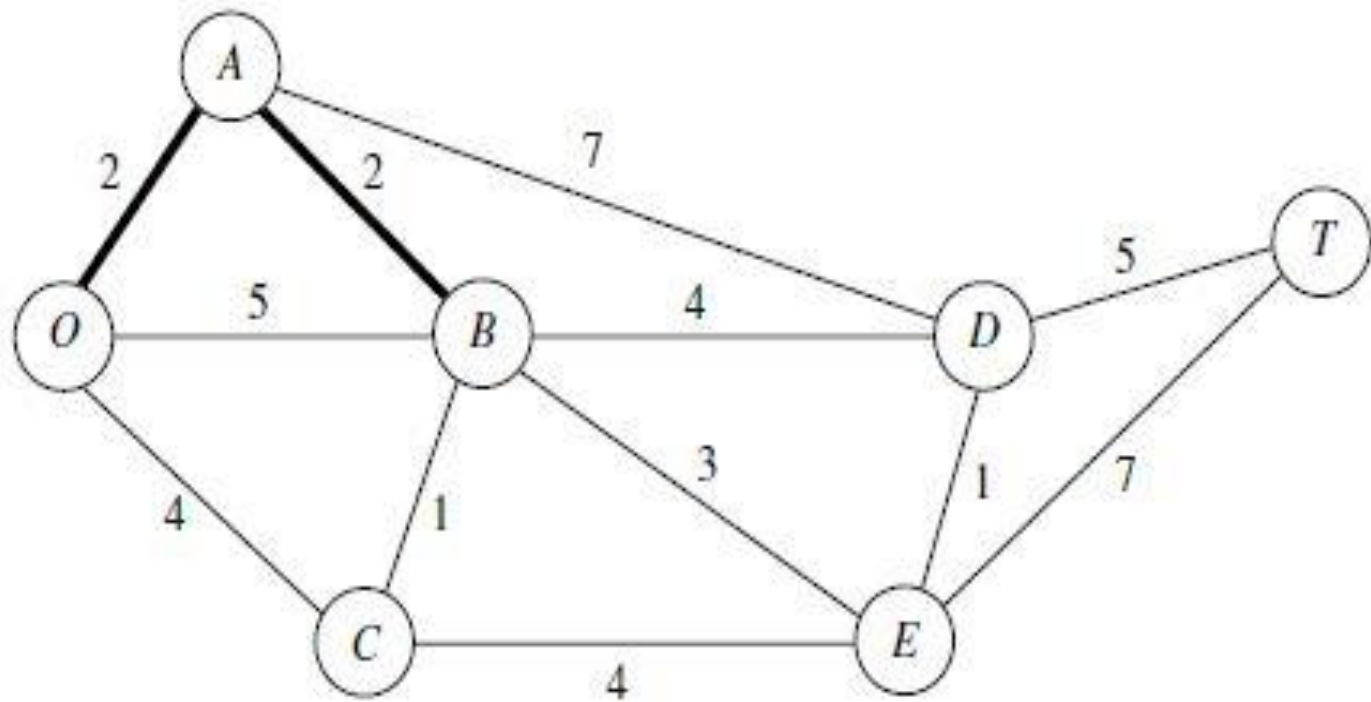
- Επιλέγω αυθαίρετα μία κορυφή και τη συνδέω (δηλαδή προσθέτω τη σχετική ακμή) με την κοντινότερη μη συνδεδεμένη κορυφή.
- Βρίσκω τη μη συνδεδεμένη κορυφή με την κοντινότερη απόσταση σε οποιαδήποτε συνδεδεμένη κορυφή και συνδέω τις δύο κορυφές (δηλαδή προσθέτω στο γράφημα μια ακμή που τις συνδέει). Επαναλαμβάνω αυτό το βήμα έως ότου όλες οι κορυφές να έχουν συνδεθεί στο γράφημα.
- Επιλογή σε περίπτωση ίσων αποστάσεων: Σε περίπτωση ίσων αποστάσεων για την κοντινότερη μη συνδεδεμένη κορυφή η επιλογή είναι αυθαίρετη και ο αλγόριθμος δίνει βέλτιστη λύση. Ωστόσο σε τέτοιες περιπτώσεις συνήθως υπάρχουν περισσότερες από μία βέλτιστες λύσεις. Όλες οι βέλτιστες λύσεις μπορούν να βρεθούν αν εξαντλήσουμε όλους τους τρόπους επιλογής των μη συνδεδεμένων κορυφών.

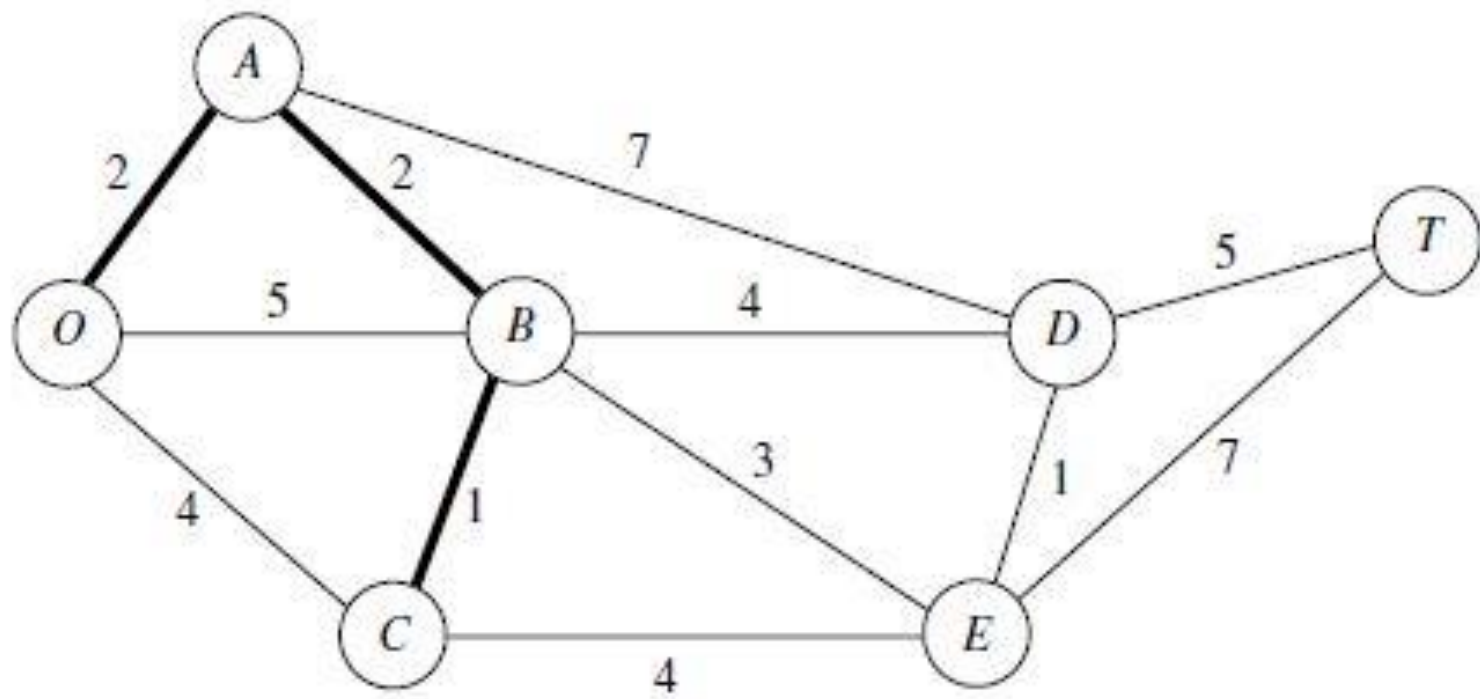
Εφαρμογή

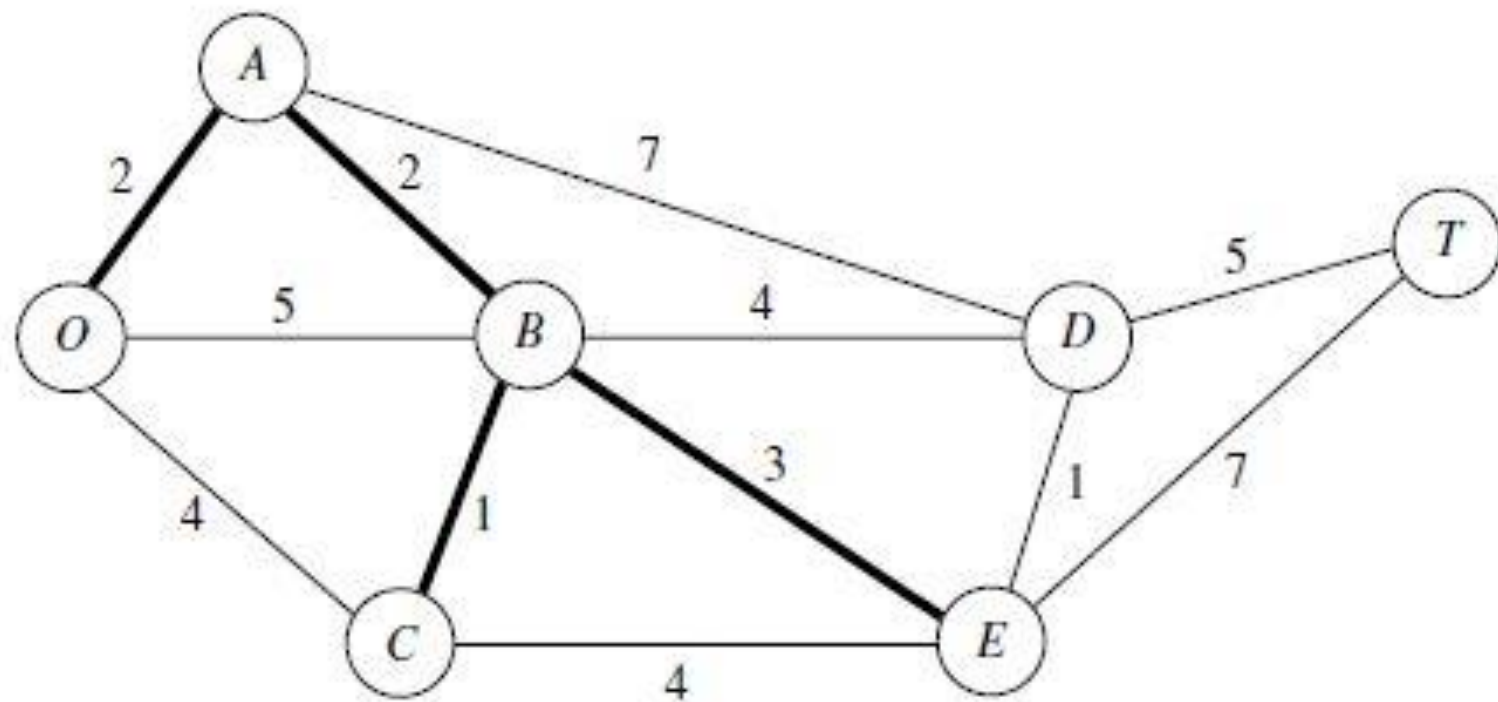
Στο παρακάτω δίκτυο να βρεθεί σε ποιους δρόμους πρέπει να εγκατασταθούν τηλεφωνικές γραμμές ώστε να συνδεθούν όλοι οι σταθμοί με το ελάχιστο συνολικό μήκος γραμμών.

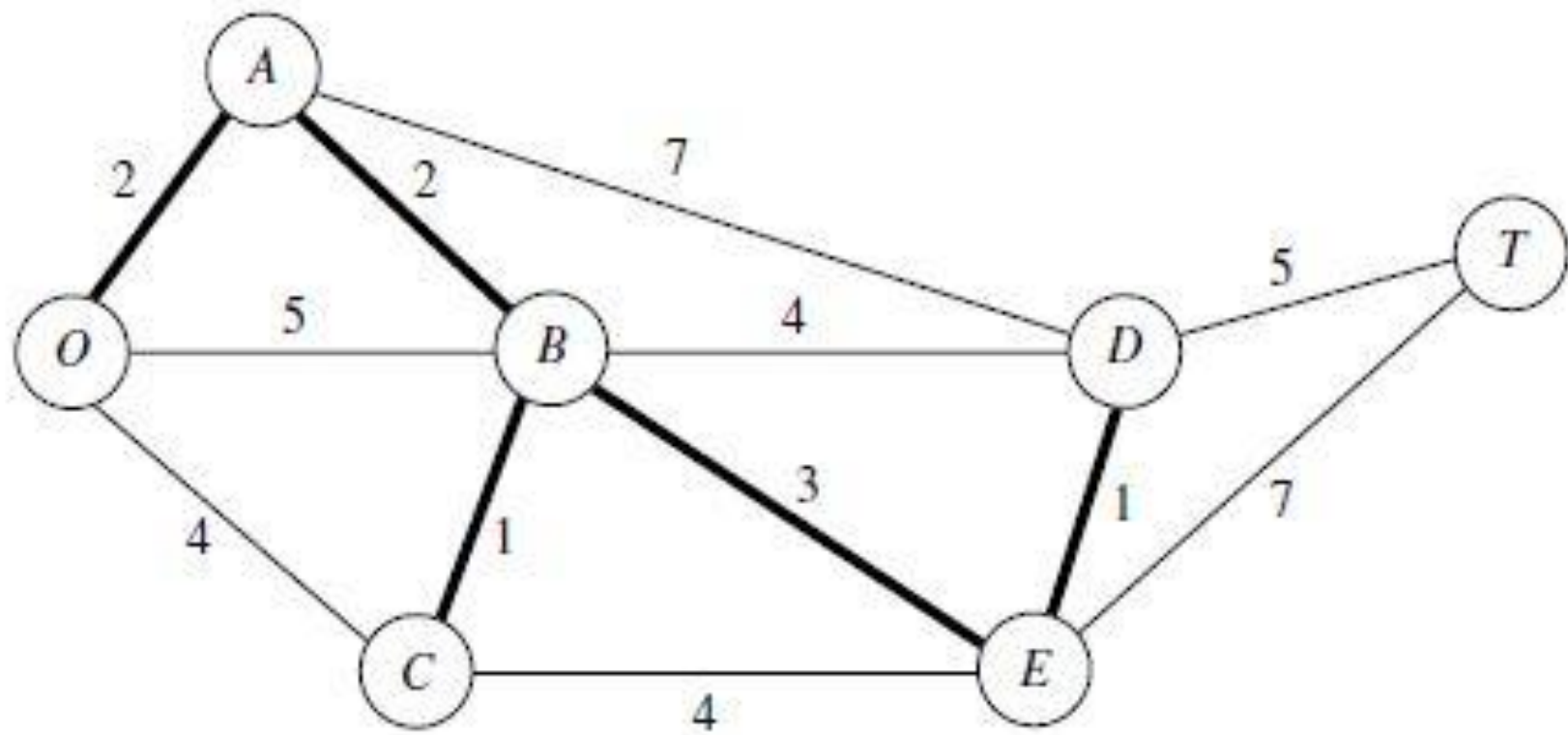


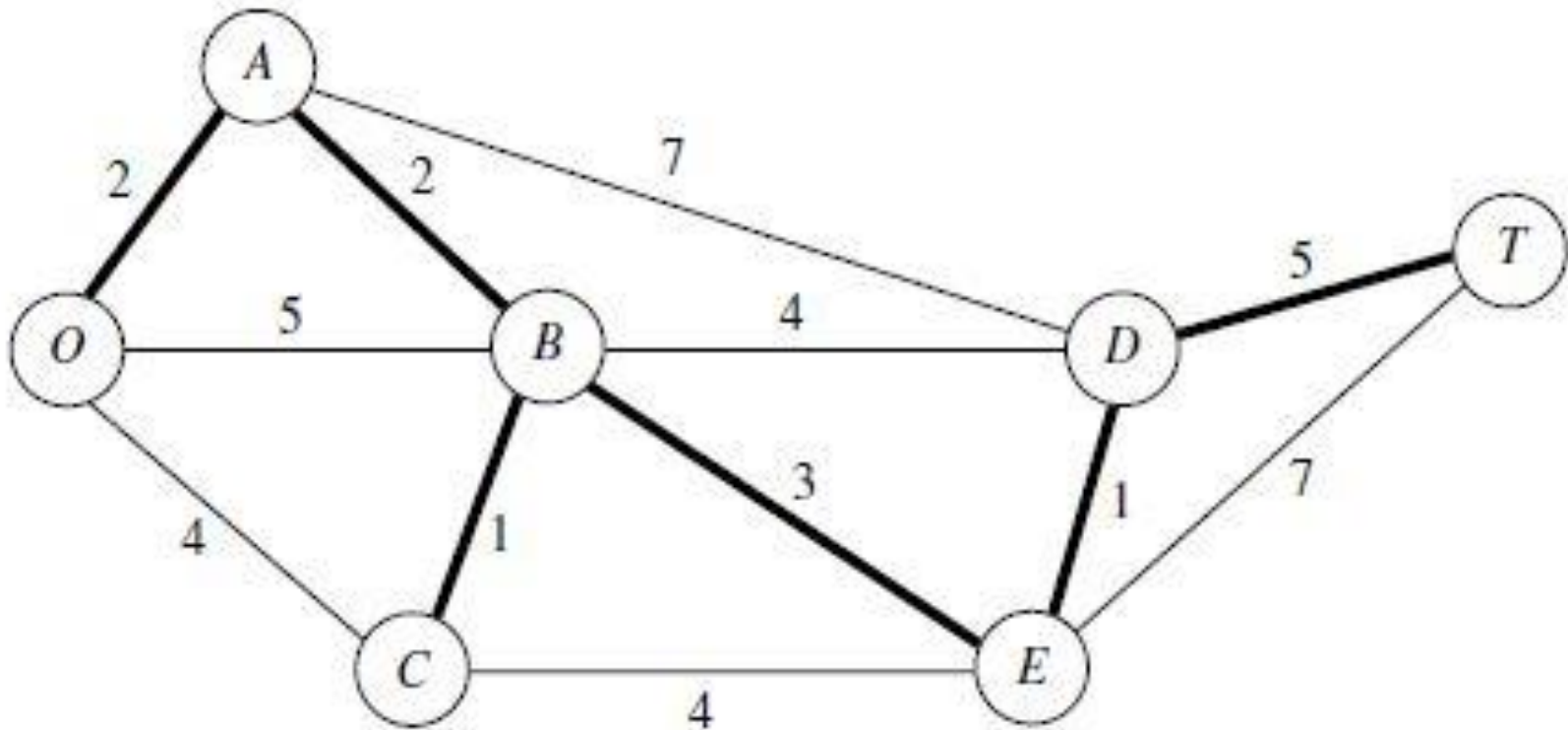












Η βέλτιστη λύση περιλαμβάνει τις ακμές OA, AB, BC, BE, ED και DT με συνολικό μήκος 14

Βιβλιογραφία

- Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα Θεωρία και Ασκήσεις, Φακίνος και Οικονόμου, 2003
- Introduction to Operations Research, Hillier and Lieberman, 2007



Ερωτήσεις ???

Ευχαριστώ για την προσοχή σας

