

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Τμήμα Διοίκησης Συστημάτων Εφοδιασμού
Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών



Εισαγωγικά στοιχεία,
Μαθηματική Μοντελοποίηση
και Γραφική Επίλυση

Εισαγωγικά στοιχεία

Επιχειρησιακή Έρευνα:

- Η εφαρμογή μαθηματικών/ ποσοτικών μεθόδων στη μελέτη και ανάλυση προβλημάτων που εμφανίζονται σε περίπλοκα συστήματα.
- Η επιστήμη του να κάνεις κάτι με τον καλύτερο δυνατό τρόπο (the science of better).
- Οι πρώτες εφαρμογές της πραγματοποιούνται από στρατιωτικούς οργανισμούς κατά το Β' Παγκόσμιο Πόλεμο για την αντιμετώπιση προβλημάτων στρατηγικού και τακτικού σχεδιασμού π.χ. επιλογή μεγάλου αριθμού μικρών σκαφών ή μικρού αριθμού μεγάλων σκαφών από το Πολεμικό Ναυτικό των ΗΠΑ.



- Εναλλακτικά χρησιμοποιούνται οι όροι Συνδυαστική Βελτιστοποίηση (Combinatorial Optimization), Επιστήμη Αποφάσεων (Decision Science), Μάνατζμεντ (Management Science), κτλ.
- Πολυσυλλεκτικό αντικείμενο που αντλεί εργαλεία από τη Στατιστική, τη Θεωρία Γραφημάτων, τη Θεωρία Πιθανοτήτων, τη Συνδυαστική, την Οικονομετρία, την Επιστήμη Υπολογιστών, τη Θεωρία Ουρών, τη Θεωρία Παιγνίου, κτλ.
- Εφαρμογές της αφορούν σε προβλήματα οργάνωσης παραγωγής, διαχείρισης προσωπικού, επιλογής χαρτοφυλακίου επένδυσης, μεταφοράς, αποθήκευσης, αξιολόγησης αποδοτικότητας/παραγωγικότητας, στρατιωτικής οργάνωσης, ανάλυση και διαχείριση ρίσκου, marketing, business analytics, κτλ.



Organization	Nature of Application	Year of Publication*	Related Chapters [†]	Annual Savings
The Netherlands Rijkswaterstaat	Develop national water management policy, including mix of new facilities, operating procedures, and pricing.	1985	2-8, 13, 22	\$15 million
Monsanto Corp.	Optimize production operations in chemical plants to meet production targets with minimum cost.	1985	2, 12	\$2 million
United Airlines	Schedule shift work at reservation offices and airports to meet customer needs with minimum cost.	1986	2-9, 12, 17, 18, 20	\$6 million
Citgo Petroleum Corp.	Optimize refinery operations and the supply, distribution, and marketing of products.	1987	2-9, 20	\$70 million
San Francisco Police Department	Optimally schedule and deploy police patrol officers with a computerized system.	1989	2-4, 12, 20	\$11 million
Texaco, Inc.	Optimally blend available ingredients into gasoline products to meet quality and sales requirements.	1989	2, 13	\$30 million
IBM	Integrate a national network of spare parts inventories to improve service support.	1990	2, 19, 22	\$20 million + \$250 million less inventory
Yellow Freight System, Inc.	Optimize the design of a national trucking network and the routing of shipments.	1992	2, 9, 13, 20, 22	\$17.3 million
New Haven Health Department	Design an effective needle exchange program to combat the spread of HIV/AIDS.	1993	2	33% less HIV/AIDS
AT&T	Develop a PC-based system to guide business customers in designing their call centers.	1993	17, 18, 22	\$750 million
Delta Airlines	Maximize the profit from assigning airplane types to over 2500 domestic flights.	1994	12	\$100 million
Digital Equipment Corp.	Restructure the global supply chain of suppliers, plants, distribution centers, potential sites, and market areas.	1995	12	\$800 million
China	Optimally select and schedule massive projects for meeting the country's future energy needs.	1995	12	\$425 million
South African defense force	Optimally redesign the size and shape of the defense force and its weapons systems.	1997	12	\$1.1 billion
Proctor and Gamble	Redesign the North American production and distribution system to reduce costs and improve speed to market.	1997	8	\$200 million
Taco Bell	Optimally schedule employees to provide desired customer service at a minimum cost.	1998	12, 20, 22	\$13 million
Hewlett-Packard	Redesign the sizes and locations of buffers in a printer production line to meet production goals.	1998	17, 18	\$280 million more revenue

Source: Introduction to Operations Research, Hillier and Lieberman, 2000



Τυπικά Παραδείγματα

- Προβλήματα Μεταφοράς (Transportation Problems)
- Προγραμματισμός Πληρώματος (Crew Scheduling)
- Κατανομή Πόρων (Resource Allocation)
- Βελτιστοποίηση Δικτύου Τηλεπικοινωνιών (Network Routing)
- Δρομολόγηση Στόλου Οχημάτων (Vehicle Routing Problems)
- Έλεγχος Αποθεμάτων (Inventory Control)
- Προγραμματισμός Παραγωγής (Production scheduling)



Βασικές Μέθοδοι

- Μαθηματική Μοντελοποίηση
(Γραμμικός και μη-Γραμμικός Προγραμματισμός)
- Γραφική Επίλυση, Μέθοδος Simplex
- Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης
(Column Generation, Bender's Decomposition, KKT, etc.)
- Δυναμικός Προγραμματισμός (Dynamic Programming)
- Ευρεσικές/Μεταευρεσικές Μέθοδοι (Heuristics, Metaheuristics)
- Στοιχεία από την Ανάλυση Αποφάσεων/Θεωρία Παιγνίων (Decision Trees)
- Διαχείριση Έργων (Project Management/PERT)
- Μέθοδοι Προσομοίωσης
- Συστήματα Αναμονής (Queuing Theory)
- Στοχαστικός Προγραμματισμός



Εισαγωγικά Παραδείγματα Μοντελοποίησης

Μια εταιρεία παράγει γυάλινες πόρτες και παράθυρα, τα πλαίσια από αλουμίνιο παράγονται στο Εργοστάσιο 1, τα πλαίσια από ξύλο στο Εργοστάσιο 2 και τα γυάλινα μέρη στο Εργοστάσιο 3 όπου γίνεται και η συναρμολόγηση του τελικού προϊόντος. Στα πλαίσια περιορισμού κόστους η διοίκηση αποφάσισε να κλείσει τις μη κερδοφόρες γραμμές παραγωγής και να ξεκινήσει την παραγωγή δύο νέων προϊόντων με μεγάλες προοπτικές. Η παραγωγή του Προϊόντος 1 (γυάλινη πόρτα με πλαίσιο αλουμινίου) απαιτεί τη χρήση γραμμών παραγωγής στα Εργοστάσια 1 και 3.



Η παραγωγή του Προϊόντος 2 (γυάλινη πόρτα με ξύλινο πλαίσιο) απαιτεί τη χρήση γραμμών παραγωγής στα Εργοστάσια 2 και 3. Το Τμήμα Marketing έχει καταλήξει ότι μπορεί να πωληθεί όση ποσότητα παραχθεί από τα δύο προϊόντα δεν είναι όμως ξεκάθαρο ποιος συνδυασμός ποσοτήτων Προϊόντων 1 και 2 είναι ο πιο κερδοφόρος. Τα προϊόντα παράγονται σε παρτίδες των 20 και ο ρυθμός παραγωγής τους ορίζεται ως ο αριθμός παρτίδων ανά εβδομάδα. Οι χρόνοι που απαιτούνται για την παραγωγή των παρτίδων, οι διαθέσιμοι χρόνοι και τα κέρδη των παρτίδων δύνονται στον παρακάτω πίνακα:



Plant	Production Time per Batch, Hours		Production Time Available per Week, Hours
	Product		
	1	2	
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Profit per batch	\$3,000	\$5,000	

Να προσδιοριστούν οι ρυθμοί παραγωγής για τα δύο προϊόντα που μεγιστοποιούν το συνολικό κέρδος έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι περιορισμοί που προκύπτουν από τις δυνατότητες παραγωγής των τριών Εργοστασίων.



Μοντελοποίηση και Γραφική Επίλυση

Μεταβλητές Απόφασης:

x_1 = αριθμός παρτίδων προϊόντος 1 ανα εβδομάδα

x_2 = αριθμός παρτίδων προϊόντος 2 ανα εβδομάδα

Αντικειμενική Συνάρτηση:

$$Z = 3x_1 + 5x_2$$

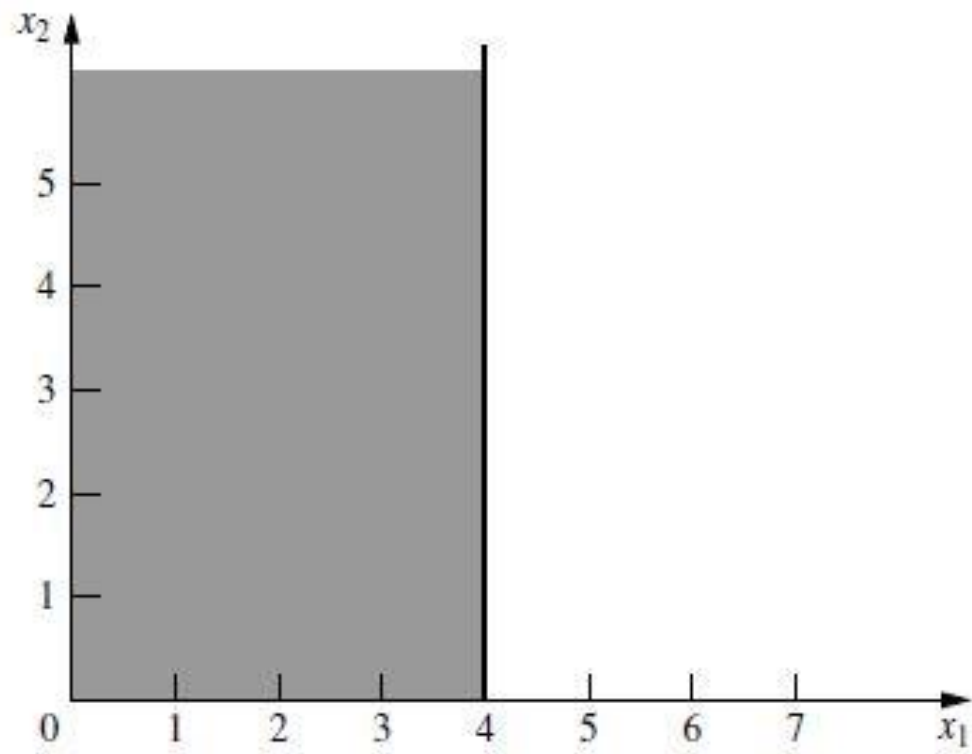
κέρδος σε χιλιάδες ανά εβδομάδα από την παραγωγή των δύο προϊόντων.

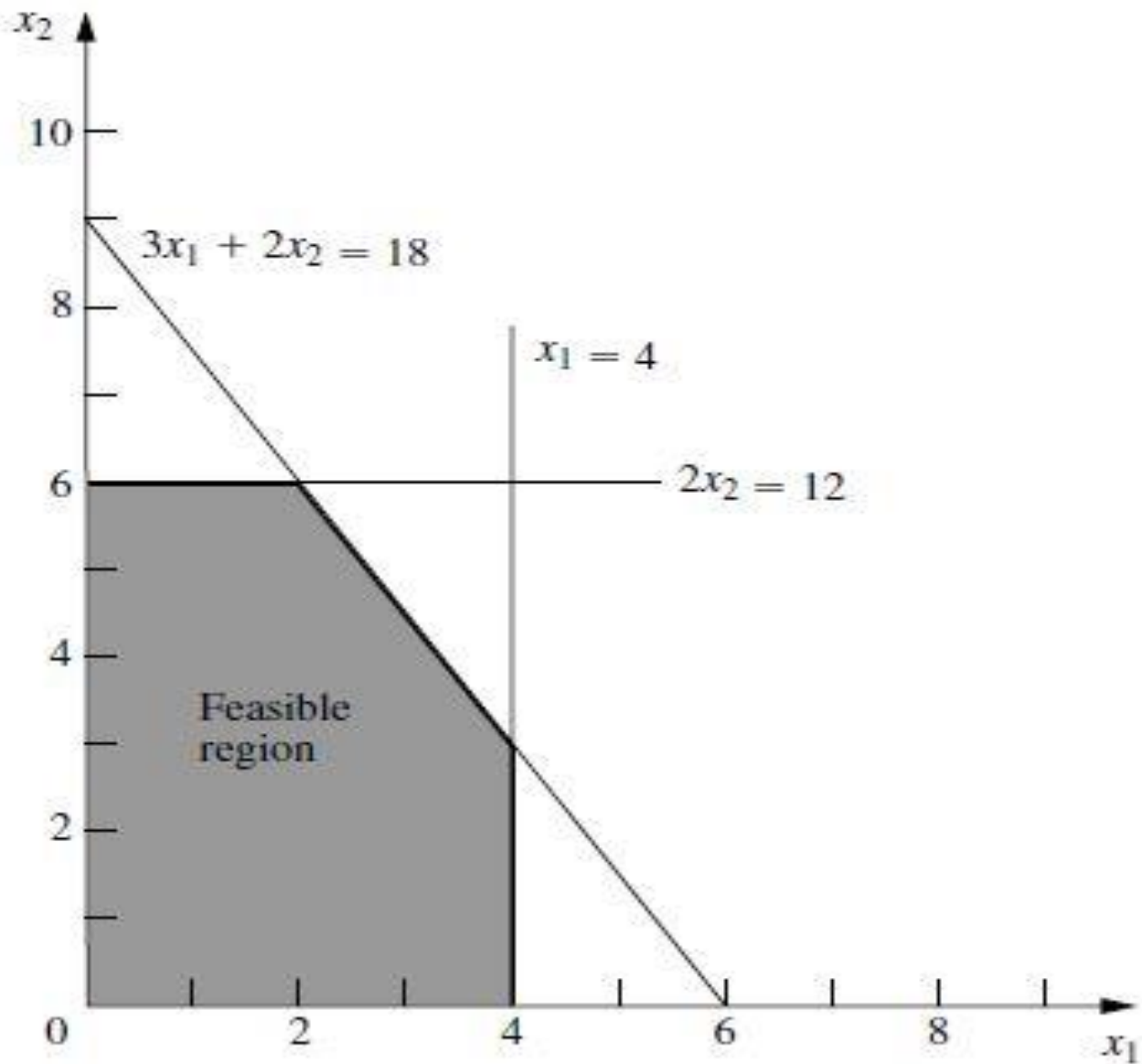


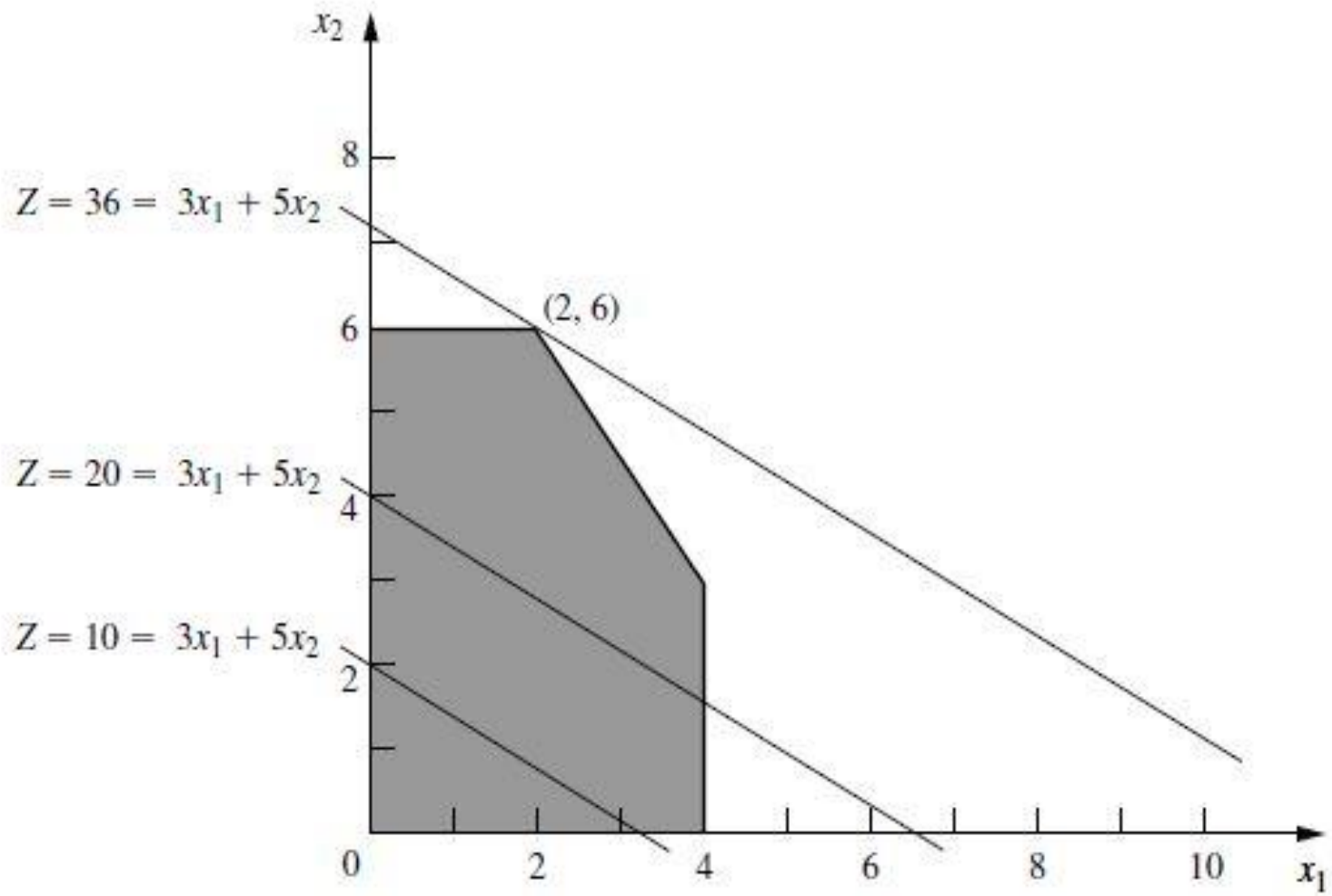
Γραμμικό Μοντέλο

$$\begin{aligned} & \textit{Maximize} && Z = 3x_1 + 5x_2 \\ & \textit{s. t.} && x_1 \leq 4 \\ & && 2x_2 \leq 12 \\ & && 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ & && x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$









- Για $x_1 = 4$ και $x_2 = 0$ έχω $Z = 12$
- Για $x_1 = 4$ και $x_2 = 3$ έχω $Z = 27$
- Για $x_1 = 2$ και $x_2 = 6$ έχω $Z = 36$
- Για $x_1 = 0$ και $x_2 = 6$ έχω $Z = 30$

Άρα η βέλτιστη λύση είναι η $(x_1, x_2) = (2, 6)$ με $Z = 36$



Στο πανεπιστημιακό εστιατόριο πρέπει να υπάρχουν 3 μονάδες βιταμίνης A και 4 μονάδες βιταμίνης B ανά προσφερόμενη μερίδα. Υπάρχουν δύο τροφές T_1 και T_2 που περιέχουν βιταμίνες A και B σύμφωνα με τον πίνακα

Τροφή	Μονάδες βιταμίνης/gr	
	A	B
T_1	0.03	0.01
T_2	0.01	0.02

Αν η T_1 κοστίζει 0.04 eur/gr και η T_2 κοστίζει 0.05 eur/gr, πόση ποσότητα των τροφών T_1 και T_2 πρέπει να περιέχει κάθε μερίδα ώστε να ελαχιστοποιείται το κόστος;

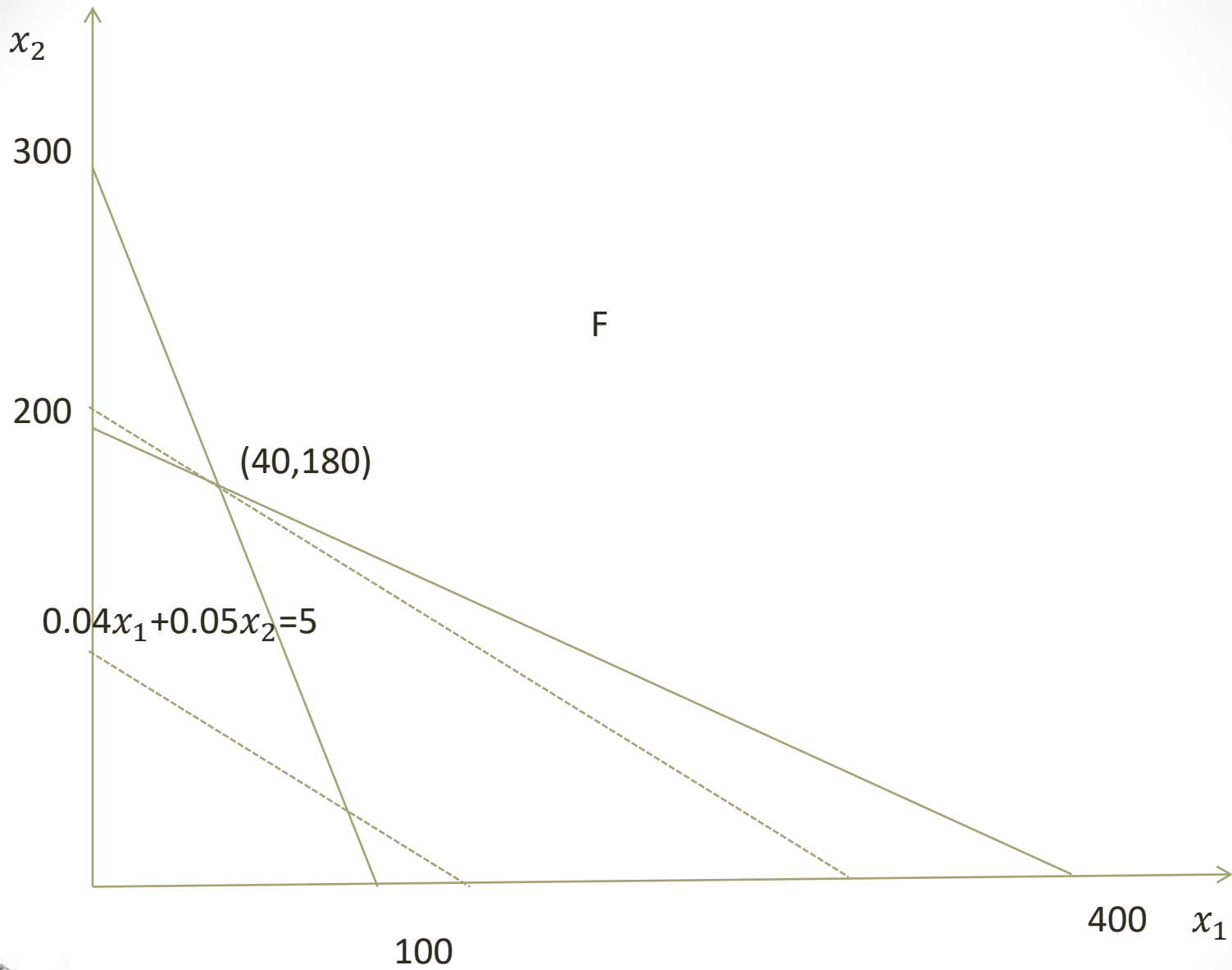


Έστω χ_1 gr τροφής T_1 και χ_2 gr τροφής T_2 οπότε έχω

$$\text{Minimize } Z = 0.04\chi_1 + 0.05\chi_2$$

$$\begin{aligned} s. t. \quad & 0.03\chi_1 + 0.01\chi_2 \geq 3 \\ & 0.01\chi_1 + 0.02\chi_2 \geq 4 \\ & \chi_1, \chi_2 \geq 0 \end{aligned}$$





Άρα η βέλτιστη λύση είναι η $(x_1, x_2) = (40, 180)$ με κόστος $Z = 10.6$ eur

- Για $(x_1, x_2) = (0, 300)$ έχω $Z = 15$ eur
- Για $(x_1, x_2) = (40, 180)$ έχω $Z = 10.6$ eur
- Για $(x_1, x_2) = (400, 0)$ έχω $Z = 16$ eur



Ενδεικτική Βιβλιογραφία:

1. Introduction to Operations Research, Hillier and Lieberman, 10th edition
2. Integer Programming, Lawrence Wolsey
3. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, Φακίνος και Οικονόμου
4. Network Optimization: Continuous and Discrete Models, Bertsekas



Ερωτήσεις ???

Ευχαριστώ για την προσοχή σας

