ΠΟΣΟΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Τμήμα Διοίκησης Συστημάτων Εφοδιασμού
Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Εισαγωγικά στοιχεία

Θεωρία Παιγνίων: ο κλάδος της επιστήμης που μελετά τον τρόπο λήψης αποφάσεων σε συνθήκες ανταγωνιστικής αλληλεξάρτησης.

Στρατηγική αλληλεπίδραση δεν υφίσταται σε συνθήκες μονοπωλίου ή πλήρους ανταγωνισμού, υφίσταται όμως σε όλες τις άλλες μορφές διάρθρωσης της αγοράς (ολιγοπώλιο, μονοπωλιακός ανταγωνισμός, κτλ).

Παίγνιο: Είναι μια κατάσταση λήψης αποφάσεων στην οποία δύο ή περισσότεροι ορθολογικοί παίκτες με αντικρουόμενους στόχους επιλέγουν τρόπους ενέργειας, οι οποίοι δημιουργούν συνθήκες ανταγωνιστικής αλληλεξάρτησης.

Δίλημμα του Φυλακισμένου

		Ύποπτος 2	
		ομολογεί	δεν ομολογεί
Ύποπτος 1	ομολογεί	30,30	ελεύθερος, ισόβια
	δεν ομολογεί	ισόβια, ελεύθερος	2,2

Κυρίαρχη Στρατηγική: Είναι μία στρατηγική ενός παίκτη αν είναι η καλύτερη που μπορεί να ακολουθήσει ανεξάρτητα από τη στρατηγική που ακολουθεί ο άλλος παίκτης.

Στο Δίλημμα του Φυλακισμένου κυρίαρχη στρατηγική και για τους δύο παίκτες είναι η ομολογία, όμως η διατήρηση της συνεργασίας δεν είναι δυνατή οπότε και η λογική του ατομικού συμφέροντος επικρατεί με αποτέλεσμα την επιλογή να μην ομολογήσουν.

Κριτήριο Maximin-Minimax

Maximin Στρατηγική: Ο κάθε παίκτης επιδιώκει να εξασφαλίσει τη μέγιστη από τις ελάχιστες πληρωμές.

Minimax Στρατηγική: Ο κάθε παίκτης επιδιώκει να εξασφαλίσει την ελάχιστη από τις μέγιστες πληρωμές.

Θεώρημα minimax του von Neumann

Για τα κυρτά και συμπαγή σύνολα $X \subset R^n$, $Y \subset R^m$, αν $f: X \times Y \longrightarrow R$ είναι συνεχής συνάρτηση με

$f(.,y): X \longrightarrow R$ κοίλη για δεδομένο y και

$f(x,.): Y \longrightarrow R$ κυρτή για δεδομένο x τότε έχουμε

$$\min_{y \in Y} \max_{x \in X} f(x,y) = \max_{x \in X} \min_{y \in Y} f(x,y)$$

		Στρατηγικές Παίκτης 2	
Στρατηγικές Παίκτης 1		Στρ. 1: Αύξηση Δαπανών	Στρ. 2: Σταθερές Δαπάνες
	Στρ. 1: Αύξηση Δαπανών	22, 78	33, 67
	Στρ. 2: Σταθερές Δαπάνες	45, 55	37, 63

<table>
<tr><td></td><td colspan="3">Στρατηγικές Παίκτης 2</td><td>min σειράς για Π. 1</td><td>max σειράς για Π. 2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Στρατηγικές Παίκτης 1</td><td></td><td>Στρ. 1: Αύξηση Δαπανών</td><td>Στρ. 2: Σταθερές Δαπάνες</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Στρ. 1: Αύξηση Δαπανών</td><td>22, 78</td><td>33, 67</td><td>22</td><td>78</td></tr>
<tr><td>Στρ. 2: Σταθερές Δαπάνες</td><td>45, 55</td><td>37, 63</td><td>37</td><td>63</td></tr>
<tr><td>min στήλης για Π. 2</td><td></td><td>55</td><td>63</td><td colspan="2" rowspan="2">Σημείο Ισορροπίας:

37, 63</td></tr>
<tr><td>max στήλης για Π. 1</td><td></td><td>45</td><td>37</td></tr>
</table>

Μικτές Στρατηγικές

Σε παίγνια που δεν υπάρχει σημείο ισορροπίας κατά Nash (συνδυασμός στρατηγικών έτσι ώστε κανείς παίκτης να μην μπορεί να βελτιώσει τη θέση του αλλάζοντας στρατηγική) ακολουθείται η **μικτή στρατηγική**.

Κάθε παίκτης ορίζει μια πιθανότητα για κάθε στρατηγική του και προσπαθεί να μεγιστοποιήσει το προσδοκώμενο κέρδος.

Οι πιθανότητες με τις οποίες κάθε παίκτης εφαρμόζει τις στρατηγικές του ονομάζονται μικτή στρατηγική.

Έστω το παίγνιο με τον παρακάτω πίνακα απόδοσης (μπορεί να έχει προκύψει και από διαγραφές υποδεέστερων στρατηγικών), τότε βρίσκουμε τη βέλτιστη μικτή στρατηγική με χρήση της μικτής maximin (ή minimax) στρατηγικής.

	B1	B2
A1	-2,1	1,-1
A2	1,-1	-1,1

Έστω p η πιθανότητα ο παίκτης Α να ακολουθήσει τη στρατηγική Α1, οπότε η πιθανότητα να ακολουθήσει την Α2 είναι 1-p.

Έστω q η πιθανότητα ο παίκτης Β να ακολουθήσει τη στρατηγική Β1, οπότε η πιθανότητα να ακολουθήσει την Β2 είναι 1-q.

	B1 (q)	B2 (1-q)
A1 (p)	-2,1	1,-1
A2 (1-p)	1,-1	-1,1

Η άριστη μικτή στρατηγική για τον παίκτη Α είναι αυτή για την οποία ο Α λαμβάνει την ίδια απόδοση για κάθε εναλλακτική στρατηγική του Β.

Άρα έχουμε:

$U(A, B1)=-2*p+1*(1-p)=1-3*p$

$U(A, B2)=1*p-1*(1-p)=2*p-1$

Ο παίκτης Α θα επιλέξει την πιθανότητα p έτσι ώστε να ισχύει:

$U(A, B1)=U(A, B2) \Leftrightarrow 1-3p=2p-1 \Leftrightarrow p=0.4$

και $1-p=0.6$

Ομοίως η άριστη μικτή στρατηγική για τον παίκτη Β είναι αυτή για την οποία ο Β λαμβάνει την ίδια απόδοση για κάθε εναλλακτική στρατηγική του Α.

Οπότε έχουμε:

$U(B, A1)=1*q-1*(1-q)=2*q-1$

$U(B, A2)=-1*q+1*(1-q)=1-2*q$

Ο παίκτης Β θα επιλέξει την πιθανότητα q έτσι ώστε να ισχύει:

$U(B, A1)=U(B, A2) \Leftrightarrow 2q-1=1-2q \Leftrightarrow q=0.5$

και $1-q=0.5$

Επομένως η ισορροπία κατά Nash του παιγνίου είναι:

(q_{B1}=0.5, q_{B2}=0.5), (p_{A1}=0.4, p_{A2}=0.6)

Δυναμικά Παίγνια

Τα παίγνια στα οποία οι παίκτες ενεργούν διαδοχικά λέγονται διαδοχικά παίγνια.

Η κατάλληλη παρουσίαση των παιγνίων αυτών είναι η εκτεταμένη μορφή.

Έστω το παίγνιο με τον παρακάτω πίνακα απόδοσης:

	M1 (μείωση τιμών)	M2 (όχι μείωση τιμών)
N1 (είσοδος)	1, 2	3, 3
N2 (όχι είσοδος)	2, 5	2, 5

(N1, M1) δεν είναι σημείο ισορροπίας κατά Nash
(N2, M2) δεν είναι σημείο ισορροπίας κατά Nash

άρα έχουμε δύο σημεία ισορροπίας κατά Nash:

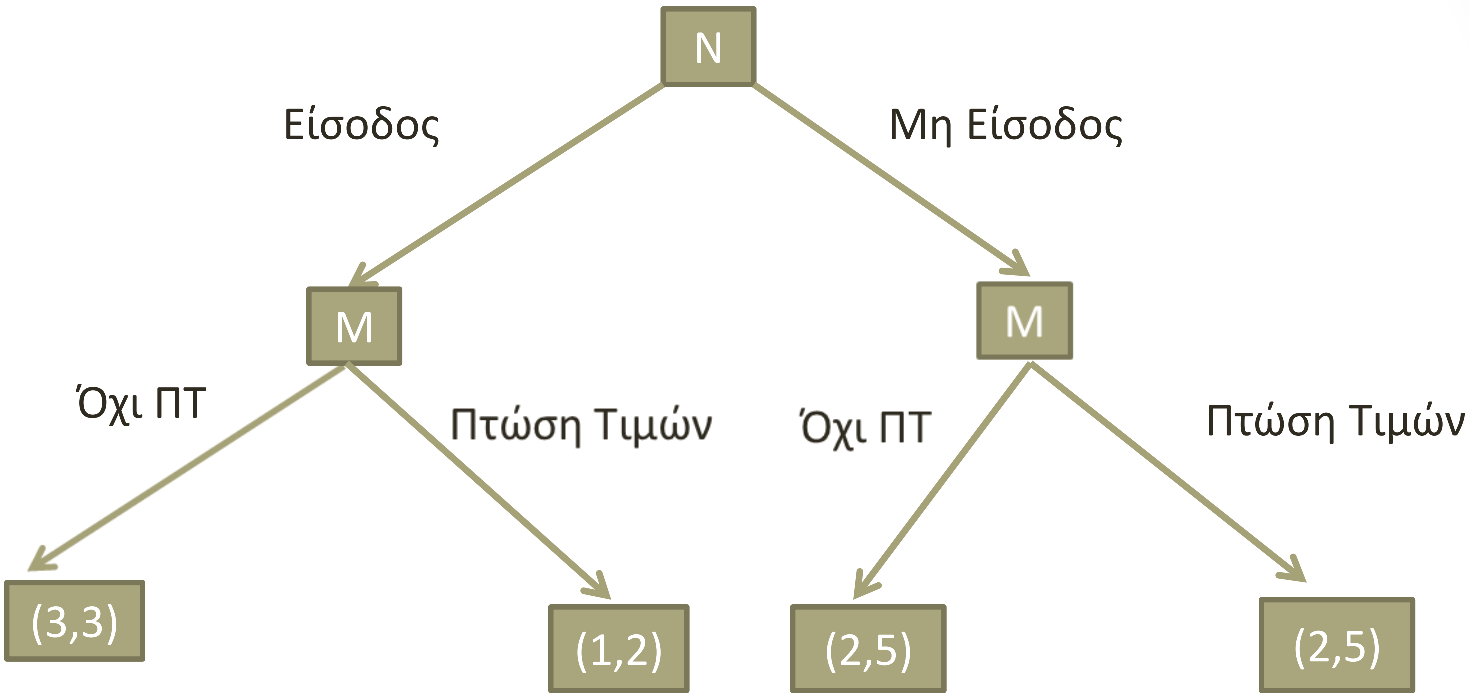
(N2, M1) και (N1, M2)

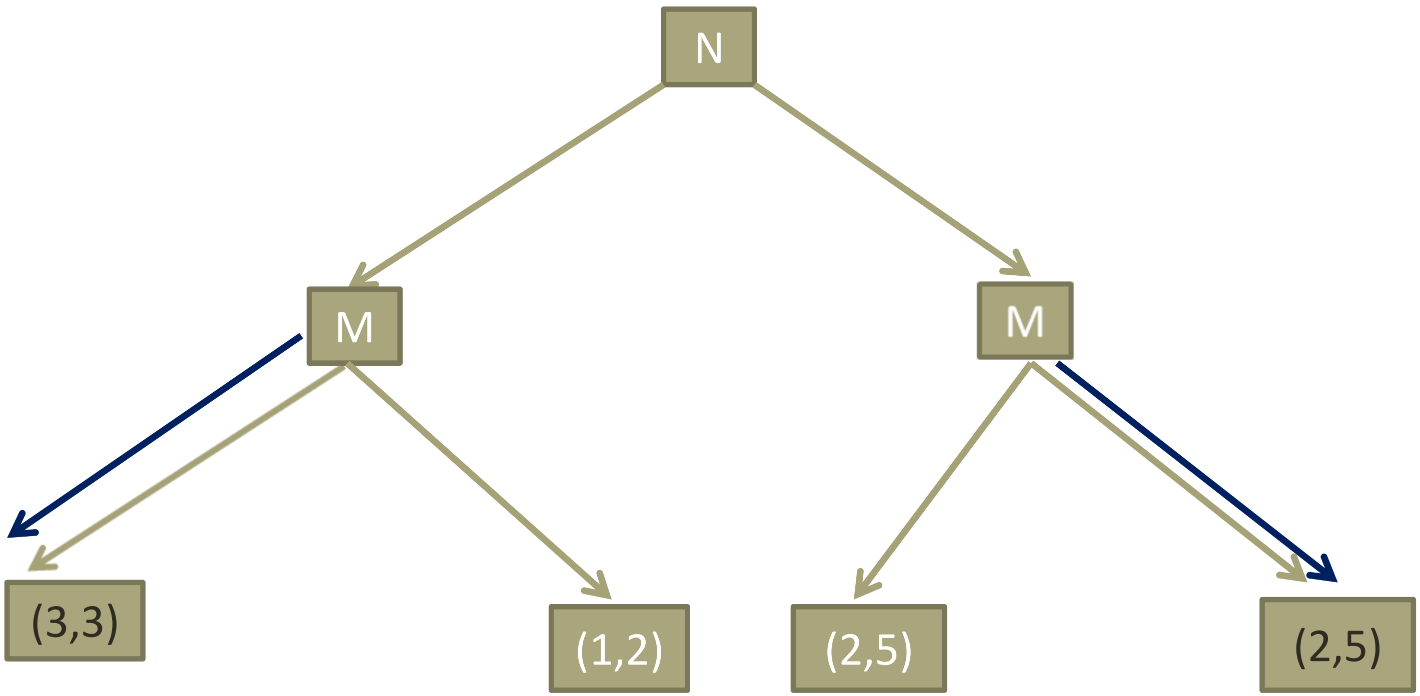
	M1 (μείωση τιμών)	M2 (όχι μείωση τιμών)
N1 (είσοδος)	1, 2	3, 3
N2 (όχι είσοδος)	2, 5	2, 5

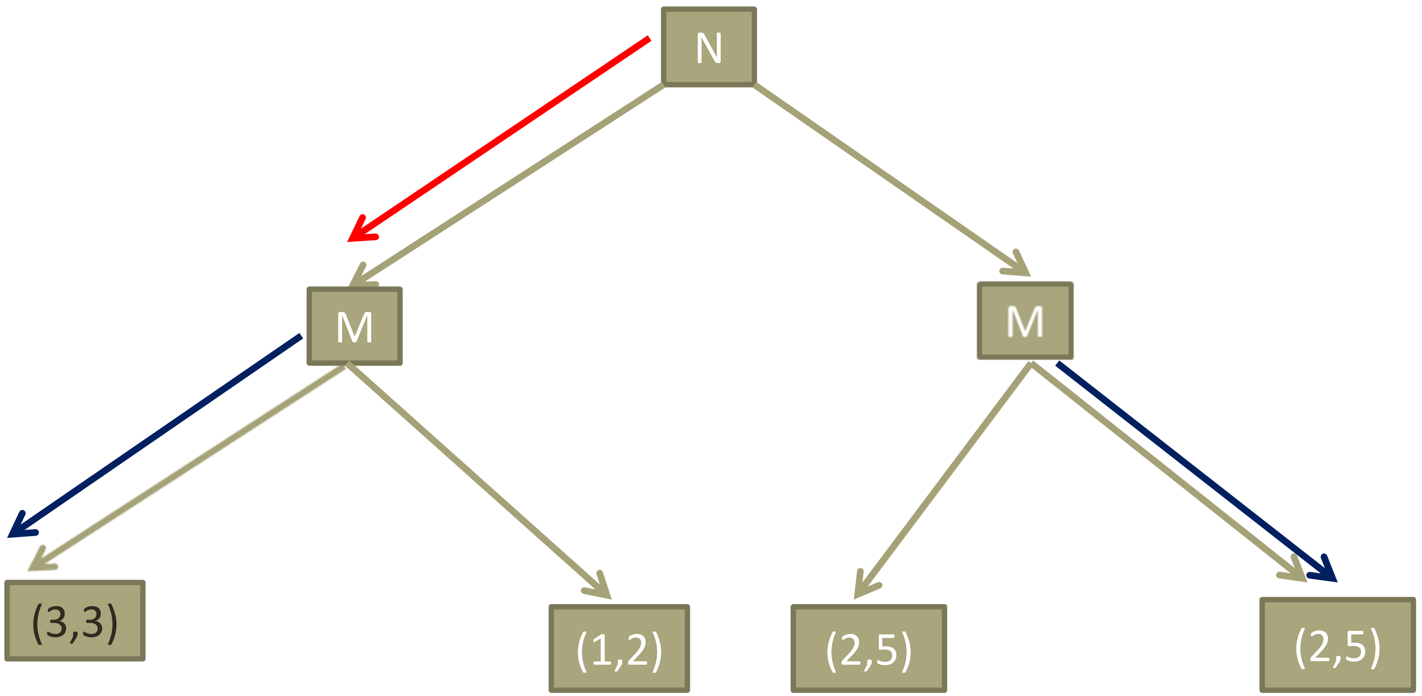
Το σημείο ισορροπίας (Ν2, Μ1) καλείται σημείο ασταθούς ισορροπίας και αντιστοιχεί σε «μη αξιόπιστη απειλή». Η στρατηγική της μείωσης τιμών του Μ οδηγεί σε μη είσοδο από τον Ν, ο Ν όμως γνωρίζει ότι αν επιλέξει είσοδο δεν θα έχουμε μείωση τιμών από τον Μ.

Τελικά λοιπόν ο Ν αποφασίζει να εισέλθει δεδομένου ότι ο Μ δεν έχει λόγο να προχωρήσει σε μείωση τιμών.

Επαγωγή προς τα πίσω (Backward Induction)




N
M
M
(3,3)
(1,2)
(2,5)
(2,5)


N
M
M
(3,3)
(1,2)
(2,5)
(2,5)

Ενδεικτική Βιβλιογραφία:

1. Introduction to Operations Research, Hillier and Lieberman, 10th edition
2. ΠΟΣΟΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΕΡΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΟΦΑΣΕΩΝ, Παπαδόγγονας, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΣΟΤΡΑΣ, 2020

Ερωτήσεις ???

Ευχαριστώ για την προσοχή σας